

# Un ejemplo de evaluación desde un enfoque desarrollador, caso álgebra lineal

An example of evaluation from a developer approach, linear algebra case

Vivian Libeth Uzuriaga López, Alejandro Martínez Acosta  
*Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Risaralda*  
[vuzuriaga@utp.edu.co](mailto:vuzuriaga@utp.edu.co), [amartinez@utp.edu.co](mailto:amartinez@utp.edu.co)

**Resumen**— En este artículo se muestran algunos ejemplos de evaluaciones que han surgido del análisis comparativo desde una concepción desarrolladora y un modelo convencional, particularmente en la asignatura Álgebra Lineal, con estudiantes de ingeniería y tecnología de la Universidad Tecnológica de Pereira.

**Palabras clave**— Álgebra lineal, aprendizaje, enseñanza, estudiante, evaluación.

**Abstract**— This article describes some examples of evaluations that have emerged from comparative analysis from a concept developer and a conventional model, particularly in the course Linear Algebra with engineering and technology students of the Universidad Tecnológica de Pereira.

**Key Word** —Linear algebra, learning, teaching, student, evaluation.

## I. INTRODUCCIÓN

La evaluación es una de las componentes rectoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, ha pasado y sigue pasando por variadas definiciones, conceptos y concepciones que en algunas oportunidades le niegan la posibilidad de cumplir una función reguladora y autoreguladora de los procesos.

En este sentido se refiere Carlos Vergara [1], en su artículo “Concepciones de evaluación del aprendizaje de docentes destacados de educación básica”, cuando afirma que:

“El concepto de evaluación que poseen los docentes se manifiesta en todas sus tareas pedagógicas; más aún, tal concepción condiciona todo el proceso de enseñanza-aprendizaje. En pocas palabras, el paradigma evaluativo constituye una forma de concebir la enseñanza y el aprendizaje en la escuela (Antúnez y Aranguren, 2004). Igualmente, la forma en que es realizado el acto evaluativo deja en evidencia nociones no tan sólo técnicas relativas a la evaluación, sino también significaciones de carácter psicológico, político, social y moral del profesional (Santos Guerra, 2003). Es más, la

evaluación manifiesta aspectos fundamentales del docente, como los conocimientos profesionales y sus creencias y además, tiene efectos directos sobre los estudiantes y su calidad de aprendizaje. O sea, la forma de entender y de practicar la evaluación permite deducir cuáles son las teorías sobre las que ésta se sustenta”. (p. 4)

Dentro de las diferentes concepciones que tienen los docentes sobre la evaluación están los que la conciben como una simple actividad técnica, mecánica, algorítmica o repetitiva; otros la admiten como una sumatoria de notas, una calificación o valoración netamente cuantitativa. Mientras que otros le conciben especial trascendencia en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Por lo expuesto en los párrafos anteriores, se puede decir que la evaluación tiene especial trascendencia dentro de las categorías de la didáctica, es quien se encarga de ejercer el control básico en el logro de los objetivos y en los cambios que se proponen.

La evaluación no sólo es importante en el proceso académico, sino desde la formación y desarrollo personal, al respecto se refiere González [2] quien manifiesta que todo lo que hace el ser humano está sujeto a evaluación, bien sea como un control externo, interno o ambos, con lo que se espera haya regulación y autorregulación.

El mismo autor, González, hace un análisis de la evaluación desde lo psicológico y la enseñanza, evidenciando lo siguiente:

La evaluación desde lo psicológico puede considerarse una de las necesidades humanas más relevantes del individuo, porque está ligada a la formación de su identidad.

Mientras que en la enseñanza, la evaluación da cuenta de las condiciones de una actividad intencional y organizada con fines de producir determinados aprendizajes relevantes para el individuo, la evaluación del aprendizaje de los estudiantes aporta tanto a los aspectos generales y esenciales del proceso de aprender, como las particularidades que le atribuye las condiciones de un aprendizaje que se promueve en el contexto

de la enseñanza y, de modo más específico, en la universitaria, (p. 9) .

Para Addine y otros [3], “la evaluación integra lo cuantitativo y lo cualitativo, el proceso y el resultado, tanto en lo que se refiere a los elementos temáticos–metodológicos como a los dinámicos – contextuales” (p. 11).

En consecuencia, la evaluación es concebida como un proceso que sirve de control y que responde al logro del objetivo. Se evalúa de acuerdo a como se enseña. Es decir, al método, lo que permite establecer la triada dialéctica

Objetivo\_Método\_Evaluación

Atendiendo a esta triada la evaluación se puede ver desde un enfoque desarrollador, desde aquí la evaluación se encarga de imponer retos al estudiante, es el proceso en el cual el alumno se enfrenta a una nueva situación y es capaz de resolverla con lo que ha aprendido. [4], que promueve la autorregulación en los estudiantes, convirtiéndose en una generadora de aprendizaje.

Para Uzuriaga (2006, p. 63), “La evaluación es de carácter permanente y se realiza con el propósito de diagnosticar y controlar los progresos y resultados en el desempeño de los estudiantes, para valorar sus logros e insuficiencias alcanzadas frente a los objetivos propuestos y buscar soluciones con un acompañamiento que permita fortalecer, orientar y reorientar el proceso educativo”. [4]

II. CONTENIDO

En la Universidad Tecnológica de Pereira, en la mayoría de los casos, se continúa con una evaluación concebida como una sumatoria de notas, no como un proceso en el cual, al final el estudiante logra aprender. Esta afirmación se hace basada en las decisiones tomadas más de carácter administrativo y menos académico de registrar en la plataforma las valoraciones obtenidas por los alumnos en cada una de las pruebas programadas por el docente. Este registro se realiza periódicamente y no puede ser modificado, a menos que se haya cometido un error en cuanto a la calificación de una prueba o algo similar; pero, en ningún momento, se le da la posibilidad al alumno en su proceso y desarrollo de un curso para demostrar que al final del mismo pudo madurar conceptos y logró aprender, pues los porcentajes de sus evaluaciones están

determinados desde los primeros días de clase y no habría administrativamente una justificación para cambiarlos, porque no es bien visto desconocer las calificaciones antes registradas en la plataforma, aunque la razón principal sea netamente académica: el estudiante si aprendió, su proceso de aprendizaje fue realmente satisfactorio y pudo dar cuenta de los objetivos trazados y pretendidos para el curso. (Uzuriaga, 2006, p. 22-23)

Otro problema que se puede evidenciar en cuanto a la evaluación es justamente la concepción que tienen algunos profesores sobre ésta, donde se refleja que el interés primordial es la mecanización de conceptos y no un proceso de aprendizaje, ni menos el desarrollo del pensamiento para que los alumnos avancen hacia la abstracción, la relación y usos de dichos conceptos matemáticos con su entorno, o dentro de la misma matemática, o con los posibles problemas que puedan surgir en su desempeño. Lo que puede impedir de algún modo acercar a los futuros ingenieros y tecnólogos a su vida profesional.

A continuación se muestran algunos ejemplos que explican la afirmación anterior, particularmente en la asignatura Álgebra Lineal. Ejemplos que han surgido de estudios comparativos entre algunos cuestionarios o exámenes aplicados a estudiantes de ingeniería y tecnología de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Por ejemplo, en las primeras temáticas por donde inicia el curso Álgebra Lineal, Sistemas de Ecuaciones Lineales, en la mayoría de los casos las evaluaciones tienen el propósito de comprobar que el alumno haya aprendido algoritmos para resolver estos sistemas, dejando de lado las aplicaciones que tienen en la solución y modelación de problemas en diferentes áreas del conocimiento o situaciones cotidianas, al igual que la oportunidad de posibilitar en el estudiante el desarrollo de su pensamiento, de pasar de un conocimiento concreto a uno abstracto, negándole el espacio para argumentar, explicar, construir o demostrar. Como lo demuestran los ejemplos siguientes.

A continuación aparecen dos tipos o clases de evaluaciones diseñados por diferentes profesores y aplicados a sus estudiantes; una desde lo convencional y la otra desde una concepción desarrolladora.

La tabla 1 presenta un modelo de evaluación desde lo convencional sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales.

<i>Evaluación desde lo convencional</i>	
1) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales $x - 2y + 3z = 4$ $3x - 4y + 5z = 8$ $2x - 7y + 7z = 9$	3) Sea el sistema $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 17 \end{cases}$ a) Hallar la solución si la tiene. b) Representar gráficamente el sistema de ecuaciones y explique 4) Encuentre la forma escalonada reducida de la matriz

<p>2) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones homogéneo</p> $x - 3y + 4z = 0$ $3x + 2y + z = 0$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 & 0 & 14 & 24 \\ 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \\ 4 & 8 & -17 & 12 & 17 & 39 \end{pmatrix}$ <p>Suponga que esta matriz es la aumentada de un sistema de cuatro ecuaciones con cinco variables. Determine, si existe, la solución general del sistema dado y la solución general del sistema homogéneo asociado.</p>
---	---

Tabla 1. Evaluación sistemas de ecuaciones lineales desde lo convencional

Al analizar esta evaluación se observó que el único objetivo fue evaluar procesos algorítmicos y repetitivos de los conceptos desarrollados.

Además, es importante tener en cuenta la incorporación y uso de las calculadoras en el aula como un avance tecnológico que permite agilizar algunos cálculos. Sin embargo, llevarla a este examen implica que los estudiantes pueden resolver los sistemas de ecuaciones lineales con ellas, pues estos medios lo hacen perfectamente. Entonces se puede preguntar: ¿a quién se evaluó?

En el primer punto de esta evaluación, el sistema de ecuaciones lineales tiene solución única, lo que hace que el resultado que muestra la calculadora no haya que hacerle ningún análisis.

De igual forma en el segundo punto, el procedimiento es de tipo algorítmico, repetitivo y mecánico en el hacer, lo que no permite que el estudiante avance en su proceso de abstracción, relación y contextualización de conceptos.

En el numeral 3, nuevamente se aprecia lo repetitivo y algorítmico de las preguntas, con un agravante, la falta de claridad en la redacción de las mismas. Particularmente en la pregunta b) en donde se le pide al estudiante representar gráficamente el sistema y explique, surgen algunos interrogantes al analizar la pregunta: ¿Qué debe explicar?, ¿las rectas que representa cada ecuación? o ¿geoméricamente lo que podría ser la solución?

El cuarto punto evalúa exactamente lo mismo que los anteriores, y de nuevo es repetitivo, algorítmico, mecanicista y sin profundidad en los conceptos, ni relaciones o uso de los mismos en otras situaciones y se evidencia nuevamente que la redacción no es clara y que no es adecuada la notación de la matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales.

En la siguiente tabla 2, se muestra un modelo de evaluación desde la concepción desarrolladora, del mismo tema Sistemas de Ecuaciones Lineales.

<i>Evaluación desde una concepción desarrolladora</i>	
<p>1) Determine el valor o valores de <math>\lambda</math> para que el sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz sea consistente. Escriba el conjunto solución en cada caso, y el valor o valores de <math>\lambda</math> para el cual sea inconsistente.</p> $\left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3-\lambda \\ 0 & 0 & \lambda^2 - \lambda & \lambda - 1 \end{array} \right)$	<p>a) Construya un modelo matemático que represente la información del problema.</p> <p>b) ¿Cuántas cargas de café variedad el Rosario se pueden cultivar si se invierte todo el dinero disponible para cada una de las etapas?</p> <p>c) ¿Se pueden cultivar 2000 cargas de variedad Naranjal?</p> <p>d) ¿Se pueden cultivar 1500 cargas de variedad Castillo?</p>
<p>2) El Comité de Cafeteros de Risaralda incentiva a los caficultores para cultivar 3 variedades de café: Castillo, Naranjal y el Rosario. Para cultivar cada una de estas variedades debe pasar por 3 etapas: siembra, levante y cosecha. Para cultivar una carga de la variedad Castillo se requiere \$500 para la siembra, \$200 para el levante y \$300 para su cosecha. Para la variedad Naranjal se invierte \$1000 en la siembra, \$600 para el levante y \$800 en la cosecha. Para la variedad el Rosario se invierten \$2000 para la siembra, \$2000 para el levante y \$2400 para la última etapa, la cosecha. Si un caficultor invierte \$23.500.000 para la etapa de la siembra,</p>	<p>3) Responda verdadero o falso en cada una de las siguientes proposiciones. Justifique claramente sus respuestas.</p> <p>a) Todo sistema de ecuaciones lineales con más ecuaciones que incógnitas siempre tiene infinitas soluciones.</p> <p>b) Existe un valor para <math>\lambda</math> para el cual <math>(6, \lambda, 1, 2)</math> es solución del sistema de ecuaciones lineales</p> $\begin{aligned} -3y - z + w &= -5 \\ 2x - y - 2z + w &= 10 \\ x + y - 2z &= 6 \end{aligned}$

<p>\$15.800.000 para el levante y \$20.500.000 en la cosecha y se invierten todos los recursos</p>	<p>c) El sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp;   &amp; 1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 0 &amp;   &amp; 2 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 &amp;   &amp; 3 \end{bmatrix}</math> tiene solución única</p>
--	--

Tabla 2. Evaluación sistemas de ecuaciones lineales desde una concepción desarrolladora

En esta evaluación se puede apreciar que el propósito no es solo algorítmico, cualidad importante y necesaria que los alumnos dominen. También se observa, el uso de conceptos para dar respuestas de tipo argumentativo y conceptual a los enunciados.

En el primer punto de esta evaluación el estudiante debe tener total claridad sobre el proceso algorítmico para dar solución. Además, **conocer** y manejar lo que significa la solución de un sistema de ecuaciones lineales, **analizar** cada una de las posibilidades que ofrece la variable  $\lambda$  para **decidir** sobre el tipo de solución que se pide. Aquí también el alumno, debe recordar la factorización y la solución de una ecuación lineal con una variable que estudió desde sus años de colegio.

La segunda pregunta, tiene el propósito de contextualizar los conceptos donde se brinda la posibilidad al alumno de usarlos para modelar y resolver una situación que es típica y de uso cotidiano en la región del eje cafetero. Preguntas como estas permiten acercar a los alumnos a su entorno. Además, valorar la importancia de la matemática en la solución y modelación de diferentes situaciones problema.

La pregunta tres, permite a los estudiantes argumentar, demostrar y proponer sus propios contraejemplos, para facilitar el desarrollo de un proceso de razonamiento que lo lleva a fortalecer su pensamiento formal y abstracto.

Otro ejemplo se muestra en el siguiente cuadro comparativo cuando se evalúan conceptos básicos de matrices, conocimiento que tiene gran variedad de aplicaciones en ingeniería, física, matemática, química y otras ciencias.

<i>Evaluación desde lo convencional</i>	<i>Evaluación desde una concepción desarrolladora</i>
<p>1) Compruebe que la matriz <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 4 \\ 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ 4 &amp; 5 &amp; 9 \end{bmatrix}</math> es simétrica, [5].</p> <p>2) Calcule la inversa de la matriz <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 2 &amp; 5 &amp; 7 \\ 3 &amp; 7 &amp; 10 \end{bmatrix}</math> [6]</p> <p>3) Encuentre la matriz <math>AB</math>, en donde <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 3 \\ 2 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> y <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 4 \\ 0 &amp; 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math></p>	<p>Sean las matrices <math>A = \begin{bmatrix} 5 &amp; [ ] &amp; -2 \\ 4 &amp; [ ] &amp; [ ] \\ [ ] &amp; 7 &amp; [ ] \end{bmatrix}</math>, <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 5 &amp; 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; -6 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> y <math>C = \begin{bmatrix} 2/3 &amp; -2/3 &amp; 1/3 \\ 2/3 &amp; 1/3 &amp; -2/3 \\ 1/3 &amp; 2/3 &amp; 2/3 \end{bmatrix}</math></p> <p>1) Complete las componentes que faltan para que la matriz <math>A</math> sea simétrica e invertible, [7].</p> <p>2) Simplifique y halle <math>X</math> si <math>X = [A^T + AB]^T (CA)^{-1}</math>, en donde <math>A</math>, <math>B</math> y <math>C</math> son las matrices dadas.</p> <p>3) Encuentre las componentes <math>x_{2,2}</math> y <math>x_{3,2}</math> de la matriz <math>X</math>.</p>

Cuadro comparativo evaluación de conceptos básicos de matrices desde lo convencional vs. Concepción desarrolladora

De igual manera, en la evaluación convencional las preguntas están enfocadas a evaluar un manejo algorítmico y mecánico de los conceptos básicos de matrices. Se basa en cálculos repetitivos que todos pueden ser hechos con una calculadora, lo que no le deja al estudiante muchas posibilidades para razonar matemáticamente.

Estas preguntas no brindan al alumno la posibilidad de consolidar conocimientos básicos y fundamentales del tema, en este caso de matrices, que lo lleven a usarlos posteriormente en otras asignaturas donde son requeridos, bien sea dentro de la misma matemática o de su carrera profesional.

En la evaluación desde una concepción desarrolladora, también se evalúan los conceptos básicos, sin embargo, se da la oportunidad al alumno de proponer, relacionar conceptos y usar las propiedades creativamente para llegar a la solución requerida.

La pregunta número 1, permite identificar si el estudiante interiorizó el concepto de matriz simétrica, no sólo que sepa transponerla e igualarla de manera mecánica, sino que tiene la capacidad de construirla.

Asimismo la pregunta número 3 posibilita valorar si el estudiante tiene un conocimiento amplio sobre las operaciones de matrices, particularmente calcular una componente de una matriz que es el resultado del producto de otras dos.

En resumen, la evaluación como una de las componentes de la didáctica y parte fundamental del proceso de formación de un estudiante permite desarrollar o no la construcción de un verdadero conocimiento. Así como acercar a los futuros profesionales a su campo laboral.

En consecuencia, es hora de resaltar la importancia de la evaluación como un proceso e intentar responder entre otros los siguientes interrogantes: ¿Por qué evaluar?, ¿qué evaluar?, ¿cómo evaluar en el aula de clase?

### III. CONCLUSIONES

Las acciones implicadas en un proceso de conocimiento pueden ser evaluadas con base en el desarrollo de habilidades tales como conocer, analizar, decidir, modelar y argumentar.

Uno de los aspectos en la evaluación convencional en el mejor de los casos desarrolla habilidades de tipo algorítmico, lo que no permite a los estudiantes trascender los contenidos.

La evaluación desde la concepción desarrolladora potencializa las habilidades matemáticas llevando a la evolución de las etapas cognitivas necesarias en los estudiantes de ingeniería y tecnología.

### REFERENCIAS

- [1]. Vergara, R., C. (2011). Concepciones de evaluación del aprendizaje de docentes destacados de educación básica. Universidad de Costa Rica. Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", vol. 11, núm. 1, enero-abril, 2011, pp. 1-30
- [2]. González, M. (2000). Evaluación del aprendizaje en la enseñanza universitaria. Revista Pedagógica Universitaria, Vol 4 No. 2.

- [3]. Addine Fernández Fátima y otros (2004). *Didáctica: Teoría y práctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- [4]. Uzuriaga (2006). Tesis doctoral
- [5]. Kolman, B. (1999). *Álgebra Lineal con aplicaciones y Matlab*. (6a. ed.). México: Prentice Hall.
- [6]. Nakos, G. y Joyner D. (1999). *Álgebra Lineal con aplicaciones*. México: International Thomsom Editores.
- [7]. Uzuriaga, V. y Martínez, A. (2010). *Lecciones de Álgebra Lineal. Libro de trabajo para estudiantes y guía didáctica del docente*. Dosquebradas: Postergraph S.A.