

ESCENARIO LÚDICO EN EL SALÓN DE CLASES PARA ENSEÑAR LA TÉCNICA DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA AHP

Hands-on activities in the classroom to teach AHP Operation Research Technique

RESUMEN

El presente artículo muestra cómo explicar la técnica de Investigación de Operaciones AHP, (Proceso Analítico Jerárquico,) a través de la metodología lúdica propuesta por el grupo GEIO, (Grupo en la Enseñanza de la Investigación de Operaciones), de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Tecnológica de Pereira. Inicialmente se plantean las nociones básicas de los conceptos claves de esta técnica, y posteriormente, se ilustra su desarrollo y aplicación a través del proceso lúdico, en un caso práctico. Esto permite proceder a interpretar los conceptos y resultados desde el problema identificado por los estudiantes en el salón de clases.

PALABRAS CLAVES: Matrices de comparación, metodología lúdica, problema multicriterio, Proceso Analítico Jerárquico,

ABSTRACT

This paper shows how to teach AHP Operation Research technique, throw a hands-on methodology proposed by GEIO's researching group, at Industrial Engineering Faculty of Universidad Tecnológica de Pereira. Initially the basics concepts of this technique are raised; then hands-on activities are shown and developed throw ludic in a practice case. This allows to interpret the concepts and results from the problem identified by students in the classroom.

KEYWORDS: Analytic Hierarchy Process, Hands-on activities methodology, matrix comparison, multicriteria problem.

LAURA ANGÉLICA MEJÍA O.

Ingeniera Industrial
Estudiante Maestría en Investigación Operativa y Estadística
Joven Investigadora grupo GEIO
Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
laanmejia@utp.edu.co

CARLOS MAURICIO ZULUAGA R.

Ingeniero Industrial
Estudiante Maestría en Administración en Desarrollo Humano y Organizacional.
Joven Investigador grupo Desarrollo Humano y Organizacional
Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
cmzuluaga@utp.edu.co

WILSON ARENAS VALENCIA

MsC. Investigación Operativa y Estadística
Especialista en Administración del Desarrollo Humano y Organizacional
Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
warenas@utp.edu.co

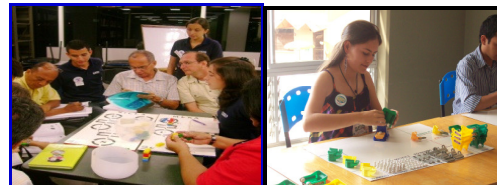
1. INTRODUCCIÓN

El Grupo en la Enseñanza de la Investigación de Operaciones GEIO, promueve espacios en los salones de clase, donde el estudiante puede a través de actividades lúdicas, ver y aplicar los conceptos relacionados con áreas de Investigación de Operaciones, Estadística, Administración y Producción, correspondientes a temas de Ingeniería Industrial. La metodología que se muestra en este artículo está relacionada con el desarrollo de la línea de Investigación en Operaciones propuesta por el grupo.

La actividad lúdica implementada para aplicar la técnica del AHP, se denomina “Construcción de la Autopista” [1] y pretende recrear la importancia de la toma de decisiones en una comunidad cuando esta se encuentra a cargo de distintas áreas funcionales. El problema o conflicto surge porque existen diferentes intereses para cada una de estas áreas y la decisión que se debe tomar es

una sola, buscando un beneficio común. Llevando esta actividad al salón de clases, el grupo GEIO busca que los estudiantes puedan emplear la técnica del AHP para tomar mejores decisiones cuando se enfrenten a situaciones en su ejercicio profesional, decisiones que correspondan al campo de problemas multicriterio¹.

Imagen 1: Actividades lúdicas propuestas por GEIO en el salón de clase.



Fuente: Grupo Geio

¹ Un problema multicriterio se plantea cuando un decisor ha de elegir, clasificar u ordenar unas alternativas con base a una serie de criterios que en muchos casos están en conflicto.

2. MARCO TEÓRICO

El Método de Proceso Analítico Jerárquico (AHP) fue desarrollado por el matemático Tomas Saaty [2] y consiste en formalizar la comprensión intuitiva de problemas complejos mediante la construcción de un modelo jerárquico². El propósito de este método es permitir que un agente decisor pueda estructurar un problema multicriterio en forma visual, mediante la construcción de un modelo jerárquico que básicamente contiene tres niveles: meta u objetivo, criterios y alternativas.

Una vez construido el modelo jerárquico se hacen comparaciones por pares entre dichos elementos, (criterios, subcriterios y alternativas), y se atribuyen valores numéricos a las preferencias señaladas por las personas.

El proceso se fundamenta en el hecho que permite dar valores numéricos a los juicios dados por los individuos, logrando así medir la forma como contribuye cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende.

Para estas comparaciones se utilizan escalas de razón en términos de preferencia, importancia y probabilidad, sobre la base de una escala numérica propuesta por Saaty, que va desde 1 hasta 9. Una vez obtenido el resultado final, el AHP también permite hacer análisis de sensibilidad.

El AHP se fundamenta en [3]:

- a) La estructura de un modelo jerárquico (representación del problema mediante identificación de meta, criterios, subcriterios y alternativas).
- b) Priorización de elementos del modelo jerárquico.
- c) Comparaciones entre los elementos.
- d) Evaluación de los elementos mediante asignación de pesos.
- e) Ranking de las alternativas, de acuerdo con los pesos dados.
- f) Síntesis y análisis de sensibilidad.

El Análisis Jerárquico es usado en muchas partes del mundo en una amplia variedad de situaciones de decisión, en áreas tales como gobierno, negocios, industria, salud y educación. Algunas de sus aplicaciones concretas se basan en:

- a) Clasificación; para poner un conjunto de alternativas en orden desde la más, hasta la menos deseable, de acuerdo con los niveles de preferencia.

- b) Asignación de recursos; para repartirlos entre diferentes alternativas.
- c) Benchmarking; para comparar los procesos en la organización propia, con las de otra que es la mejor de las organizaciones del sector.
- d) Gestión de calidad; para manejar los aspectos multidimensionales de la calidad y la mejora de la misma.

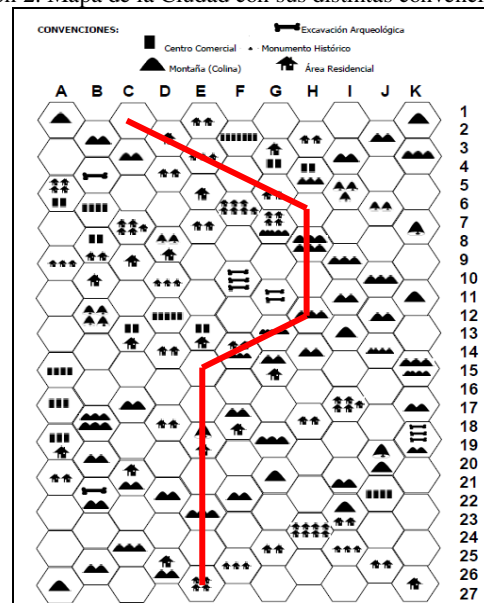
3. DESARROLLO DE LA LÚDICA

La metodología lúdica ha sido difundida hacia las asignaturas relacionadas con el área de formación en Investigación de Operaciones para los estudiantes de pregrado de Ingeniería Industrial de la Universidad Tecnológica de Pereira, particularmente en la asignatura denominada *Modelos cuantitativos II*. Allí se ha implementado el desarrollo de la actividad durante los últimos 3 semestres.

La lúdica “*Construcción de la Autopista adaptada por el grupo GEIO*” [4] ayuda a una comunidad a determinar cuál de las diferentes alternativas para la construcción de una autopista es la que traerá mayores beneficios para los sectores que la componen, según sus políticas y criterios, buscando mejorar su bienestar, calidad de vida y satisfacer una necesidad manifiesta. Para ello los participantes de la actividad conforman seis equipos de trabajo que representan distintos sectores del área afectada: CONCEJALES, CONTRIBUYENTES, ARQUEÓLOGOS, RESIDENTES, FENALCO, CAMACOL.

A continuación se muestra el mapa de la ciudad en donde se pueden plasmar las decisiones asociadas con la construcción de la autopista para cada uno de los roles:

Imagen 2. Mapa de la Ciudad con sus distintas convenciones



Fuente: Grupo Geio.

² Es un modelo de datos en el cual estos son organizados en una estructura parecida a un árbol. La estructura permite que la información se organice en términos de importancia.

La meta u objetivo de la actividad es construir una autopista para la ciudad, comenzando en cualquiera de los hexágonos correspondientes de la fila 27 y terminando en alguno de los pertenecientes a la fila 1, (ver imagen 2). Atravesar cada hexágono representa un costo que varía de acuerdo al rol de cada equipo. El valor final de la autopista se calcula sumando los costos de cada hexágono atravesado.

Para esta actividad es importante identificar dos criterios de decisión:

1. Buscar la ruta más económica para cada equipo.
2. Determinar el nivel de importancia de cada uno de los elementos que intervienen en la decisión inicial, según un consenso generado entre todos los equipos. Estos elementos son: Montañas, Casas, Centros Comerciales, Monumentos históricos, Excavaciones arqueológicas y Número de hexágonos.

A continuación se muestra la tabla con los costos o penalizaciones asociados con los elementos para cada rol en juego:

Tabla 1. Costos o penalizaciones para cada uno de los roles.

Rol	Casas	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos Históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Concejal de la ciudad	5	3	1	1	1	5
Contribuyente	1	1	1	3	5	5
Arqueólogo	1	3	2	4	7	5
Residentes	7	1	1	1	1	5
Comerciante del área afectada (FENALCO)	1	7	1	1	1	5
Ingenieros asesores de la obra (CAMACOL)	1	1	7	1	1	5

Fuente. Los autores

Para tener una idea más clara de la forma en que se obtienen los costos por cada rol y obtener la ruta más económica, se realiza el siguiente ejemplo:

Observando la imagen 2, correspondiente al mapa de la ciudad, y suponiendo que la construcción de la autopista comienza en el hexágono E-27 (un hexágono que contiene 4 casas), los costos para cada rol por atravesar dicho hexágono (ver tabla 1), serán los siguientes: Concejales 25 puntos, Contribuyentes 9 puntos, Arqueólogos 9 puntos, Residentes 33 puntos, FENALCO 9 puntos y CAMACOL 9 puntos. Lo anterior permite concluir que comenzar a construir la autopista en el hexágono mencionado, le resulta más costoso a los Residentes y Concejales, ya que para estos, las penalizaciones por “derrumbar” 4 casas, son mucho mayores.

Finalmente, cada rol determina el valor total de la autopista construida, teniendo en cuenta las indicaciones anteriores, es decir, sumando los costos de cada hexágono atravesado.

3.1. Procedimiento.

Los pasos para el desarrollo de esta metodología lúdica son los siguientes:

- a. Cada equipo debe construir una autopista, de acuerdo al primer criterio de decisión, (minimización de costos).
- b. Cada rol, o equipo, define cuál es su objetivo principal, y priorizará la información teniendo en cuenta el sector al cual pertenece.
- c. Una vez evaluada esta información, cada rol determina qué autopista es la más adecuada para su beneficio particular, y expone a los demás equipos las razones por las cuales dicha autopista debe ser elegida.
- d. Una vez expuestos todos los pros y los contra de las distintas autopistas, los equipos deben ponerse de acuerdo para determinar cuál es la mejor para todos los habitantes de la ciudad.
- e. Un comité conformado por personas de los distintos equipos prioriza los distintos aspectos que se están estudiando, utilizando el segundo criterio de decisión. (Casas, Montañas, Centros Comerciales, Monumentos Históricos, Excavaciones y Hexágonos).
- f. Finalmente, utilizando el método del AHP se determina qué ruta es la mejor para cumplir con los objetivos de la comunidad.

Para la priorización, se utiliza la siguiente escala de comparación reducida de Saaty:

Tabla 2. Escala de Comparación reducida de Saaty.

Escala de comparación	Valor numérico
Extremadamente más preferida	6
Poderosamente más preferida	5
Mucho más preferida	4
Muy preferida	3
Moderadamente más preferida	2
Igualmente preferida	1

Fuente: Los autores.

3.2. Aplicación de la técnica en la metodología

Para el escenario lúdico se siguió un procedimiento de aplicación de la técnica del AHP donde cada estudiante debió realizar los siguientes cálculos, con una previa explicación teórica:

Matriz de priorizaciones. Se priorizan las distintas autopistas, teniendo en cuenta la escala de comparación determinada. A continuación se muestra la tabla correspondiente a la priorización que debe realizar cada equipo:

Tabla 3. Matriz de priorizaciones.

	Autopista concejales	Autopista contribuyentes	Autopista arqueólogos	Autopista residentes	Autopista FENALCO	Autopista CAMACOL
Autopista concejales						
Autopista contribuyentes						
Autopista arqueólogos						
Autopista residentes						
Autopista FENALCO						
Autopista CAMACOL						

Fuente: Los autores.

Matriz normalizada de pares. Se obtiene dividiendo cada celda de la matriz de priorizaciones entre la suma correspondiente.

Prioridades relativas. Se obtiene el promedio de cada una de las filas normalizadas.

Una vez que los distintos equipos han realizado los cálculos respectivos, los participantes ingresan la información a una hoja de cálculo donde el grupo GEIO ha creado una aplicación siguiendo este procedimiento.

Esta aplicación determina si los valores de las prioridades relativas fueron tomados en forma objetiva. Para ello realiza algunas operaciones matriciales basadas en las siguientes fórmulas:

Índice de Consistencia, $n=6$ parámetros, (cantidad de autopistas construidas). Para cada problema esta cantidad cambia de acuerdo a los parámetros estudiados.

$$IC = (L_{\max} - n) / (n-1) \quad [5]$$

Donde:

L_{\max} es la media del valor obtenido entre el cociente del vector de sumas ponderadas y el valor de las prioridades correspondientes.

Relación de consistencia RC

$$RC = IC/RI \quad [6]$$

De acuerdo con la cantidad de parámetros del problema, la técnica define un valor numérico para el RI, (ver tabla 4).

Tabla 4. Valores para el RI según el número de parámetros.

N	RI
3	0.58
4	0.9
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41

Fuente: Los autores.

En esta aplicación, el valor del RI es igual a 1.24, ya que se tienen en cuenta 6 parámetros, correspondientes a la cantidad de autopistas evaluadas. Si el RC es menor que 0.1, las prioridades se consideran aceptables, si es mayor que 0.1, las priorizaciones se rechazan y se debe volver a ponderar.

3.3. Etapa final del juego

Una vez que se ha determinado que la relación de consistencia para cada equipo es menor que 0.1, cada uno de los roles en juego nombra un representante para que conforme un grupo final que tomará las decisiones relacionadas con todas las áreas de la comunidad. Este equipo hace los mismos cálculos de la aplicación técnica del AHP, pero teniendo en cuenta los elementos de priorización para cada autopista:

Tabla 5. Matriz de priorizaciones para elementos de la autopista.

	Casa	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos Históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Casa						
Centros Comerciales						
Montañas						
Monumentos Históricos						
Excavaciones Arqueológicas						
Hexágonos						

Fuente: Los autores.

En la tabla anterior se ponderan los criterios en la misma forma como se realizó para cada rol, pero ahora teniendo en cuenta todos los factores involucrados en la autopista.

Finalmente, con los datos obtenidos, se introduce la información en la siguiente tabla:

Tabla 6. Matriz de combinación y decisión.

	Casa	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos Históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Concejales						
Contribuyentes						
Arqueólogos						
Residentes						
Fenalco						
Camacol						

Fuente: Los Autores.

Esta tabla establece una relación multiplicativa entre cada uno de los vectores de prioridades relativas obtenidos para cada autopista.

Con lo anterior se obtiene el vector de porcentajes, el cual permite determinar qué autopista es la óptima, teniendo en cuenta los criterios de selección establecidos

al inicio del juego; la autopista con el mayor porcentaje es considerada la mejor.

Tabla 7. Vector de porcentajes

Autopista	Porcentaje
Concejales	
Contribuyentes	
Arqueólogos	
Residentes	
Fenalco	
Camacol	

Fuente: Los autores.

4. CASO DE APLICACIÓN

Para brindar una mayor claridad sobre esta técnica, a continuación se presenta un caso de aplicación, donde se ejemplifican los resultados obtenidos en la lúdica propuesta para la asignatura de Modelos Cuantitativos II. Allí se abrió un espacio para enseñar este concepto y sus aplicaciones desde el escenario lúdico que ofrece el grupo GEIO, en particular con la actividad denominada *Construcción de la Autopista*.

Seguidamente se presentan algunas de las tablas obtenidas en el salón de clases, aplicando el AHP.

Se establecieron las prioridades después de obtener seis autopistas como posibles soluciones. Como primera medida se priorizó el costo asociado de cada solución para cada uno de los roles, y posteriormente se estableció una jerarquía en la importancia de cada uno de los elementos de la autopista, (casas, monumentos históricos, montañas, etc).

4.1. Priorización del primer criterio de decisión

Para este ejemplo se presentan las tablas correspondientes a la autopista escogida por los concejales. Cabe aclarar que para los demás roles se hacen los mismos cálculos, considerando que los únicos valores que cambian son las priorizaciones de la tabla 8.

Tabla 8. Matriz de priorizaciones para el rol de concejales.

	Autopista concejales	Autopista contribuyentes	Autopista arqueólogos	Autopista residentes	Autopista FENALCO	Autopista CAMACOL
Autopista concejales	1	2	6	5	4	3
Autopista contribuyentes	0,5	1	5	4	3	2
Autopista arqueólogos	0,1667	0,2	1	0,5	0,3333	0,25
Autopista residentes	0,2	0,25	2	1	0,5	0,3333
Autopista FENALCO	0,25	0,3333	3	2	1	0,5
Autopista CAMACOL	0,3333	0,5	4	3	2	1

Fuente: Los autores.

Se puede observar que para los concejales, la autopista con mayor nivel de importancia, teniendo en cuenta los costos asociados a su rol, es su propia autopista, seguida de la propuesta por los contribuyentes, en tercer lugar la de Camacol, Fenalco en el cuarto puesto, y por último residentes y arqueólogos.

Tabla 9. Matriz de pares normalizada

	Autopista concejales	Autopista contribuyentes	Autopista arqueólogos	Autopista residentes	Autopista FENALCO	Autopista CAMACOL
Autopista concejales	0,4082	0,4669	0,2857	0,3226	0,3692	0,4235
Autopista contribuyentes	0,2041	0,2335	0,2381	0,2581	0,2769	0,2824
Autopista arqueólogos	0,0680	0,0467	0,0476	0,0323	0,0308	0,0353
Autopista residentes	0,0816	0,0584	0,0952	0,0645	0,0462	0,0471
Autopista FENALCO	0,1020	0,0778	0,1429	0,1290	0,0923	0,0706
Autopista CAMACOL	0,1361	0,1167	0,1905	0,1935	0,1846	0,1412
sumas	1	1	1	1	1	1

Fuente: Los autores.

Tabla 10. Vector de prioridades relativas respecto a los concejales, (promedio de las filas de la matriz normalizada).

Prioridad	Promedio
Autopista concejales	0,3794
Autopista contribuyentes	0,2488
Autopista arqueólogos	0,0434
Autopista residentes	0,0655
Autopista FENALCO	0,1024
Autopista CAMACOL	0,1604

RC =	0,0199
------	--------

Fuente: Los autores.

En este caso el valor del RC es menor a 0.1, por lo tanto las priorizaciones se consideran aceptables.

4.2. Priorización del segundo criterio de decisión

A continuación se muestra el ejemplo de la priorización para el segundo criterio de decisión, relacionado con el nivel de importancia de los elementos que conforman cada autopista:

Tabla 11. Matriz de priorizaciones para los elementos de la autopista.

	Casas	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Casas	1	0,5	0,1667	0,25	0,3333	0,2
Centros Comerciales	2	1	0,2	0,3333	0,5	0,25
Montañas	6	5	1	3	4	2
Monumentos históricos	4	3	0,3333	1	2	0,5
Excavaciones	3	2	0,25	0,5	1	0,3333
Hexágonos	5	4	0,5	2	3	1

Fuente: Los autores.

En la tabla anterior se puede observar que las montañas tuvieron un nivel mayor de importancia, seguidas de los hexágonos, después los monumentos históricos, excavaciones arqueológicas, y por último los centros comerciales y las casas.

Tabla 12. Matriz de pares normalizada.

	Casas	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Casas	0,0476	0,0323	0,0680	0,0353	0,0308	0,0467
Centros Comerciales	0,0952	0,0645	0,0816	0,0471	0,0462	0,0584
Montañas	0,2857	0,3226	0,4082	0,4235	0,3692	0,4669
Monumentos históricos	0,1905	0,1935	0,1361	0,1412	0,1846	0,1167
Excavaciones	0,1429	0,1290	0,1020	0,0706	0,0923	0,0778
Hexágonos	0,2381	0,2581	0,2041	0,2824	0,2769	0,2335
Sumas	1	1	1	1	1	1

Fuente: Los autores.

Tabla 13. Vector de prioridades relativas respecto a los elementos, (promedio de las filas de la matriz normalizada).

Elemento	Promedio
Casas	0,0434
Centros Comerciales	0,0655
Montañas	0,3794
Monumentos históricos	0,1604
Excavaciones	0,1024
Hexágonos	0,2488

Fuente: Los autores.

4.3. Combinación y decisión

Como etapa final del ejercicio, se propone un análisis cuantitativo desde los resultados obtenidos para cada criterio. La tabla siguiente ilustra la matriz de combinación y decisión, donde, por medio de una multiplicación y suma de elementos matriciales, se pueden obtener las probabilidades finales que indican qué autopista es la conveniente según los criterios dados por los participantes del juego.

Tabla 14. Matriz final de combinación y decisión.

	0,0434	0,0655	0,3794	0,1604	0,1024	0,2488
Rol / Elemento	Casas	Centros Comerciales	Montañas	Monumentos Históricos	Excavaciones Arqueológicas	Hexágonos
Concejales	0,3794	0,0655	0,0655	0,2475	0,1604	0,1024
Contribuyentes	0,2488	0,1024	0,1024	0,3777	0,3794	0,0655
Arqueólogos	0,0434	0,3794	0,3794	0,0485	0,0655	0,3794
Residentes	0,0655	0,2488	0,2488	0,1594	0,1024	0,1604
FENALCO	0,1024	0,0434	0,0434	0,1018	0,2488	0,0434
CAMACOL	0,1604	0,1604	0,1604	0,0652	0,0434	0,2488

Fuente: Los autores.

Finalmente, como se ve en la tabla 15, se encuentra que la autopista propuesta por los arqueólogos tiene la mayor probabilidad de escogencia con respecto a las demás. Es importante aclarar que este resultado involucra los dos criterios de selección anteriormente vistos, (costos y nivel de importancia de los elementos de cada autopista). Además, dicha decisión favorece las metas trazadas inicialmente por cada uno de los roles.

Tabla 15. Vector de porcentajes final.

Rol	Probabilidades finales
Concejales	0,1272
Contribuyentes	0,1721
Arqueólogos	0,2795
Residentes	0,1895
FENALCO	0,0764
CAMACOL	0,1552

Fuente: Los autores.

Después de vivenciar este proceso de aplicación práctica, la actividad finaliza con el análisis cuantitativo anterior. Además se propone un espacio de socialización y discusión donde los estudiantes pueden realizar aportes en términos de sugerencias, observaciones y nivel de aprendizaje adquirido con respecto a la técnica de Análisis Jerárquico.

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El ejercicio propuesto, parte de unos conocimientos previos en el tema de Análisis Jerárquico por parte de los estudiantes, los cuales finalmente son interiorizados por medio de un entorno real propuesto en el salón de clases. Esto proporciona beneficios en relación con el nivel de aplicabilidad que los estudiantes le encuentran a esta técnica de Investigación de Operaciones.
- La técnica AHP permite involucrar en la toma de decisiones elementos cualitativos y cuantitativos, por lo tanto, posibilita la obtención de una solución integral en la cual se hace un análisis sistémico.
- Se evidencia la importancia de la aplicación de esta metodología para lograr un aprendizaje significativo en el estudiante de Ingeniería Industrial, ya que proporciona un complemento a la enseñanza tradicional.
- Los micromundos propuestos desde la lúdica permiten que el estudiante tenga un acercamiento directo con los problemas que se presentan en el entorno real; en este caso, el ejercicio “*Construcción de la Autopista*” permite crear competencias como toma de decisiones, solución de conflictos, trabajo en equipo y pensamiento sistémico, entre otras, que son importantes en la formación de un Ingeniero Industrial integral.

4. BIBLIOGRAFÍA

- D. Meadows, B. Van del Waals, Games on sustainable development. University of New Hampshire. 1998.
- T. Saaty, The Analytical Hierarchical Process. New York: Willey, 1980.
- T. Saaty, Toma de decisiones para líderes, El proceso analítico jerárquico. La toma de decisiones en un mundo complejo. New York: RWS Publications USA, 1997.
- Grupo en la Enseñanza de la Investigación de Operaciones, GEIO. Lúdicas y laboratorios de ingeniería industrial. Guía práctica. Facultad de Ingeniería Industrial. Universidad Tecnológica de Pereira, 2009.
- D. Anderson, D. Sweeney, T. Williams, Introducción a los modelos cuantitativos para administración. México: Sexta edición; Grupo editorial Iberoamerica. S.A. de C.V, 1993, p. 699.
- H. Taha, Investigación de operaciones, una introducción. México: Sexta edición; Prentice Hall, 1998, p. 519.