

# Metodología del diseño y modelado de un accionamiento mecánico

## Design Methodology and modeling of a drive mechanic

Hernán Darío Patiño Duque, Luis Miguel López Posada, Eduardo Santos Mosquera Angulo  
*Facultad de ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*  
 Correo-e: hedapatino@utp.edu.co

**Resumen**— Este trabajo presenta una metodología del diseño y el modelado de un accionamiento mecánico para un martillo neumático y un transportador de banda. Inicialmente se describen los diferentes sistemas de transmisión de potencia de los cuales éste se compone, dando una perspectiva de los medios de transformación de movimiento. Posteriormente se realiza la selección del motor eléctrico y se muestran las ecuaciones para el cálculo para los diferentes escalones (transmisiones por correa, ruedas dentadas y por cadena).

Los resultados o parámetros obtenidos se deben normalizar utilizando catálogos comerciales para después llegar a una posible construcción del accionamiento. Finalmente se realizan los planos de conjunto y el plano de despiece de los elementos que componen el sistema en un software de modelado 3D.

**Palabras clave**— *Accionamiento, bandas (trapezoidales), escalón, relación de transmisión*

**Abstract**— This work presents a methodology for the design and modeling of a mechanical drive for a jackhammer and a belt conveyor. Initially it is described the different systems of power transmission of which this is composed, giving a perspective of the transforming means movements. Subsequently the electric motor selection is made and the equations are show for calculating for different steps (belt transmissions, chain sprockets and wheels).

The results or parameters obtained must be standardized using commercial catalogs to then reach a possible construction of the drive. Finally the assembly drawings and the exploded views of the elements that compose the system are made in a software of modeling 3D.

**Key Word** —Drive, belts (trapezoidal), step, transmission ratio.

### I. INTRODUCCIÓN

Generalmente una máquina está conformada por una serie de mecanismos u órganos de servicio o trabajo, los cuales necesitan de una fuente de energía externa para superar una resistencia a vencer y cumplir con el objetivo para las cuales fueron diseñadas.

El conjunto de los elementos como: fuente de energía, unión de cuerpos o mecanismos destinados a transformar los diferentes

movimientos y lograr vencer la resistencia, conforman lo que se llama un accionamiento mecánico.

Las transmisiones mecánicas realizan el proceso de conversión de energía generalmente con transformaciones de los momentos, fuerzas, velocidades, a veces, con la variación del carácter y de la ley del movimiento [1].

Los elementos que constituyen los accionamientos mecánicos como: motores eléctricos, ruedas dentadas, correas, poleas, estrellas, cadenas, acoples y árboles deben calcularse o seleccionarse teniendo en cuenta consideraciones de resistencia, rigidez, durabilidad y confiabilidad. El diseñador debe, entonces, conocer lo relacionado con transmisiones mecánicas [2].

Observando necesidades ingenieriles como en el caso de las obras civiles donde se requiere transportar el desprendimiento de asfalto, trabajo realizado por un martillo neumático, (una herramienta portátil que basa su funcionamiento en la compresión de aire [3]), desde el lugar de operación hasta una zona de almacenamiento por medio de bandas transportadoras, donde posteriormente es dispuesto en camiones de carga. Para esto se expone la metodología del diseño del accionamiento mostrado en la figura 1 que está compuesto por un solo motor eléctrico (1), transmisión por correas en V (2), transmisión por cadena (3), transmisión por engranajes de dientes rectos (4), transmisión por engranes helicoidales (5), martillo neumático (6), transportador de banda (7). Ver figura 1.

El accionamiento debe operar n jornadas diarias de trabajo de n horas cada jornada.

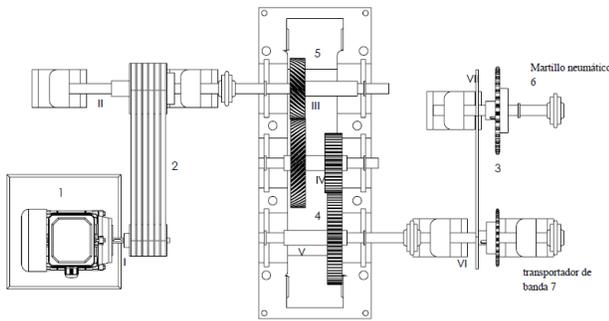


Fig. 1. Esquema del accionamiento mecánico.

## II. CONTENIDO

### 1. Sistemas que componen el accionamiento mecánico

- **Transmisión por correa:** El propósito de la transmisión por correa es transmitir energía desde un eje de rotación a otro donde se encuentran montadas las poleas, por intermedio de enlaces flexibles como correas. La relación de velocidad entre el eje de accionamiento y el accionado, depende de la relación de los diámetros de las poleas [4]. En este tipo de transmisión se puede utilizar una o varias correas, y generalmente se usan de tipo trapecoidal.
- **Transmisión por ruedas dentadas:** En las transmisiones por ruedas dentadas la potencia se transmite de un árbol conductor al conducido por la presión de los dientes del piñón sobre la rueda. La resistencia de contacto en las superficies de los dientes conjugados deben ser la suficiente para hacer pasar la potencia, a través de la raíz de los dientes, los núcleos y los cubos a los elementos de acople con los ejes. La transmisión continua de la potencia es por engrane y para conservar constante la relación de transmisión, los dientes del piñón y la rueda deben tener los perfiles conjugados [5]. Existen diferentes tipos de engrane en las transmisiones dentadas como:
  - a) **Engranajes cilíndricos de dientes rectos:** Son engranes en los cuales los dientes son paralelos al eje de simetría del engrane. Ésta es la forma de engrane más simple y menos costosa, sus dientes solo pueden engranar si sus ejes son paralelos [6]
  - b) **Engranajes cilíndricos de dientes oblicuos o helicoidales:** son aquellos que pueden tener dientes dirigidos a la izquierda o derecha, de tal manera que los dientes de dos ruedas que engranan deben tener direcciones opuestas. Gracias a la disposición inclinada de los dientes se aumenta la suavidad del giro y la carga a transmitir; uno de los inconvenientes de esos engranajes con dientes oblicuos es el surgimiento en la transmisión de esfuerzos axiales, en uno de los apoyos de cada eje [1]. Estos engranes pueden ser tanto de ejes paralelos como de ejes cruzados.

- **Transmisión por cadena:** Este tipo de transmisión está compuesto por dos estrellas o catalinas, una conductora y otra conducida y por la cadena, conformada por una serie de eslabones.

### 2. Selección del motor eléctrico y cálculo cinemático

Para realizar la selección del motor eléctrico en un accionamiento mecánico, se debe determinar la potencia nominal exigida por éste, para el cálculo de dicha potencia se hace necesario conocer el rendimiento general del accionamiento,  $\eta_{Gneral}$

$$\eta_{Gneral} = \eta_a * \eta_b * \eta_c * \eta_d * \eta_r^k \quad (1)$$

$$\eta_{Gneral} = \eta_a * \eta_b * \eta_c * \eta_r^k \quad (2)$$

Donde  $\eta_a, \eta_b, \eta_c, \eta_d, \eta_r^k$  corresponden a los rendimientos de los pares cinemáticos individuales correspondientes a los escalones (4) que conforman el accionamiento como: transmisión por correa, ruedas dentadas, cadenas y k corresponde al número de pares de cojinetes o rodamientos por dirección.

La potencia del motor,  $P_M$ , de un accionamiento es igual a la potencia de la maquina a mover, dividida por el rendimiento general y por superposición la ecuación queda definida como:

$$P_M = \frac{P_6}{\eta_{Gneral}} + \frac{P_7}{\eta_{Gneral}} \quad (3)$$

Una vez definida la potencia del motor eléctrico, se procede al cálculo de la velocidad de giro nominal de éste, para ello, se calcula un rango de velocidades y posteriormente se realiza una intersección en las direcciones de las maquinas 6 y 7 con las siguientes expresiones:

$$i_a * i_b * i_c * i_d * N_6 < N_{M6} < i_a * i_b * i_c * i_d * N_6 \quad (4)$$

$$i_a * i_b * i_c * N_7 < N_{M7} < i_a * i_b * i_c * N_7 \quad (5)$$

Siendo i las relaciones de transmisión, estos valores se pueden estimar en [1].

Nota: los miembros de las ecuaciones anteriores no son iguales debido a que se recomienda un rango para cada relación de transmisión. [1]

Luego de determinar el cálculo de la potencia nominal del motor y las rpm, se procede a seleccionar un motor eléctrico que cumpla con las condiciones de diseño en un catálogo comercial.

Se realiza la distribución de las relaciones de transmisión; para la máquina 6, con la ecuación (8), donde el objetivo es encontrar un valor de la relación de transmisión general del reductor.

Se tiene que:

$$N_{MOTOR} = i_a * i_b * i_c * N_{M7} \quad (6)$$

$$N_{MOTOR} = i_a * i_R * N_{M7} \quad (7)$$

$$i_R = \frac{N_{MOTOR}}{i_a * N_{M7}} \quad (8)$$

Según [1], para reductores de dos escalones se debe calcular la relación de transmisión rápida y la relación de transmisión lenta con las expresiones (9) (10), las cuales son recomendadas para que las ruedas conducidas en los reductores cilíndricos horizontales tengan la misma profundización en el baño de aceite.

$$i_{RÁPIDO} = \sqrt[3]{0,7 * i_R^2} - a \leq 6 = i_b \quad (9)$$

Donde

$$0,01i_R < a < 0,02i_R$$

$$i_{LENTO} = \frac{i_R}{i_{RÁPIDO}} = i_c \quad (10)$$

### 3. Cálculo de los pares de torsión, velocidades y diámetros previos de los árboles

Cálculo de las velocidades de los árboles: Partiendo de la velocidad del motor eléctrico, el número de las rpm de cada árbol del accionamiento se determina dividiendo la velocidad del eje anterior entre la respectiva relación de transmisión como se muestra en las siguientes expresiones:

$$N_I = N_m \rightarrow \text{velocidad de giro del motor} \quad (11)$$

$$N_{II} = \frac{N_I}{i_a} \quad (12)$$

$$N_{III} = N_{II} \quad (13)$$

$$N_{IV} = \frac{N_{III}}{i_b} \quad (14)$$

$$N_V = \frac{N_{IV}}{i_c} \quad (15)$$

$$N_{VI} = N_V \text{ (rpm requeridas para la máquina 7)}$$

$$N_{VII} = \frac{N_{VI}}{i_d} \text{ (rpm requeridas para la maquina 6)}$$

Nota: la velocidad de rotación de los ejes III y IV es la misma debido a que estos están unidos por medio de acoples flexibles, lo mismo para los árboles V y VI.

Torques en los árboles: Los valores de los pares torsores en cada eje a plena carga del motor, sin el cálculo de pérdidas, se determinan con la ecuación (16)

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{P[W] * 60}{2 * \pi * N[rpm]} \rightarrow T[Nm] \quad (16)$$

Observando el esquema del accionamiento, la potencia que llega desde eje I, hasta el eje VI, es la potencia del motor; por lo tanto:

$$T_i = \frac{P_{MOTOR} * 60}{2 * \pi * N_i} \quad i \rightarrow I \text{ hasta VI} \quad (17)$$

Para el torque del eje VII, se necesita la potencia de consumo de éste.

$$T_{VII} = \frac{P_{VII} * 60}{2 * \pi * N_{VII}} \quad (18)$$

Calculo de los diámetros previos de los árboles: Para el cálculo de los diámetros se tendrá en cuenta solo los pares torsores debido a que no se conocen las fuerzas y los momentos flectores que actúan sobre los diferentes árboles.

Los ejes serán macizos de sección circular, para este tipo de árboles los diámetros previos se calculan con la ecuación (19).

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 * T}{\pi * S_{ADM}}} \quad (19)$$

Dónde: T: Torque aplicado al eje [Nm] y  $S_{ADM}$  Esfuerzo de trabajo admisible [Pa].

Los valores de  $S_{ADM}$  se encuentran en un rango de 25MPa a 70 MPA, para el acero. Este valor se seleccionará bajo el siguiente criterio: Los mayores valores de esfuerzos admisibles se les aplican a las menores relaciones entre el momento flector y el momento torsor y los menores valores de esfuerzo admisible a las mayores relaciones.

A estos diámetros calculados se le deben sumar 10 mm donde se montaran las poleas, cadenas y ruedas dentadas y 5 mm donde se dispondrán los rodamientos o cojinetes, posteriormente estos valores deben de ser normalizados en catálogos suministrados por fabricantes comerciales de rodamientos.

### 4. Cálculo de la transmisión por correa

Esta transmisión corresponde al escalón a, conectada entre los ejes I y II, en el primer árbol se encuentra montada la polea conductora y en el segundo árbol la conducida. Para seleccionar el tipo de correa, los parámetros a utilizar son: potencia de diseño y revoluciones del motor.

La potencia de diseño que se obtiene con la ecuación (20)

$$P_d = P_{NOMINAL} * K_S \quad (20)$$

Donde  $K_s$  es el coeficiente de servicio de la maquina correspondiente.

El Ks determinado de tabla, debe aumentarse en un valor de: 0,2 para más de 16 horas de trabajo y 0,1 por servicio de más de 8 horas día y restárese 0,2 si el servicio es intermitente o en un solo periodo del año [1].

Con la potencia del motor y las rpm, se selecciona un diámetro mínimo de la polea conductora inicialmente. Una vez logrado el diámetro de la polea conductora, se procede al cálculo del diámetro de la polea conducida aplicando la ecuación (21).

$$D_2 = D_1 * i_a * (1 - k) \quad (21)$$

Donde:

k: coeficiente de deslizamiento de la correa, generalmente varía entre 0,01 0,02, se recomienda de ser posible tomar el promedio.

D<sub>1</sub>: Diámetro de la polea mayor.

Con los valores de D<sub>1</sub> y D<sub>2</sub>, se recalcula la relación de transmisión para el escalón a con la ecuación (22)

$$i_a = \frac{D_2}{D_1(1 - k)} \quad (22)$$

Distancia previa entre centros: La distancia entre centros se conoce como A=C=C<sub>d</sub> y se calcula con la ecuación (23).

$$A = C = C_d = \frac{D_2 + 3D_1}{2} \quad (23)$$

La longitud de la correa para una transmisión abierta se calcula con la ecuación (24)

$$L = 2 * C + \frac{\pi}{2}(D_1 + D_2) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4 * C} \quad (24)$$

La longitud calculada se toma como la longitud primitiva de la correa, donde se debe buscar una correa comercial que tenga una longitud similar. Ciertos cálculos deben considerar el tipo de correa.

La circunferencia primitiva se determina sumando a la longitud interior de la correa los siguientes valores:

Para correa tipo A 1,3, tipo B 1,8, tipo C 2,9, tipo D 3,3, tipo E 4,5.

Distancia entre centros precisa: Esta distancia se calcula con la ecuación (25).

$$C = \frac{B + \sqrt{B^2 - 32(D_2 - D_1)^2}}{16} \quad (25)$$

Donde:

$$B = 4L_{Primitiva} - 2\pi(D_2 + D_1) \quad (26)$$

Este valor debe de estandarizarse.

Velocidad periférica y potencia nominal por correa: la velocidad periférica se calcula como:

$$v_1 = \frac{\pi * D_1 * N_1}{60 * 1000} \quad (27)$$

La potencia nominal por correa está dada por la ecuación (28)

$$P_{N.C} = \left[ a \left( \frac{10^3}{v_1 \left[ \frac{m}{min} \right]} \right)^{0,09} - \frac{b}{K_a * D_1} - c \left( \frac{v_1 \left[ \frac{m}{min} \right]}{10^3} \right)^2 \right] v_1 \left[ \frac{m}{min} \right] \quad (28)$$

Donde los valores de las constantes a, b, c dependen del tipo de correa y del sistema de unidades utilizado, estas constantes se determinan de la tabla 2,14 [1].

Después de tener la potencia nominal por correa, ésta debe corregirse y esto se logra con la ecuación (29)

$$P_{N.C.C} = P_{N.C} * k_\theta * k_l \quad (29)$$

Donde  $k_\theta$  y  $k_l$  se determinan de las tablas 2-16 y 2-17 respectivamente [1].

Numero de correas: El número de correas es importante conocerlo al momento de llegar a construir el accionamiento, este valor se calcula con la ecuación (30)

$$\#Correas = \frac{Pd}{P_{N.C.C}} \quad (30)$$

Este valor debe ser aproximado al número entero superior.

## 5. Cálculo de la transmisión por cadena.

La transmisión por cadena es la que llevará la potencia al martillo neumático, la estrella conductora se encuentra montada sobre el eje VI y la conducida se encuentra sobre el eje VII. Primeramente se estima el número de dientes de cada una de las estrellas, el cual debe ser lo suficientemente grande para evitar un exceso de oscilación de la velocidad de la cadena, lo que conllevaría a mayores impactos, ruido, desgaste y por consiguiente menor eficiencia y vida útil [2]. Según como sea la velocidad de la transmisión y el ambiente de operación, se debe elegir el tipo de cadena; la más común es la cadena de rodillos pero si se busca un funcionamiento sin ruido, las cadenas silenciosas cumplen con esta característica. Debido a la baja velocidad de esta transmisión se utilizará una cadena de rodillos la cual trabajará bien y se reducirán costos. Para estimar el número de dientes Z<sub>1</sub> de la estrella conductora se determina en el rango correspondiente a la relación de transmisión. [1]

Velocidad periférica de la estrella conductora: Ésta se calcula con la ecuación (31) y se deja expresada en términos del paso.

$$v_1 = \frac{Z_1 * N_1 * p}{60 * 1000} \quad (31)$$

Donde:

Z<sub>1</sub>: Número de dientes de la estrella conductora.

N<sub>1</sub>: Velocidad de la estrella conductora en RPM.

p: paso de la cadena.

Fuerza periférica: Esta fuerza es la encargada de arrastrar la cadena y transmitir la potencia mecánica, se calcula con la ecuación (32)

$$F_p = \frac{102 * P[KW]}{v_1[m/s]} \quad (32)$$

Teniendo en cuenta que pueden existir un mayor número de hileras y que la potencia no es directamente proporcional a éste se debe calcular una fuerza equivalente así:

$$F_{eh} = \frac{F_p}{K_h} \quad (33)$$

Donde:

- Kh=1 para h=1 (una hilera).
- Kh=1,9 para h=2.
- Kh=2,8 para h=3.
- Kh=3,7 para h=4.

Para elegir el paso de la cadena se debe tener en cuenta que al ser más pequeño se pueden evitar golpes cuando ésta haga contacto con la estrella lo que proporciona un trabajo con menores cargas dinámicas y más silencioso. Se procede a calcular el paso tentativo, utilizando la ecuación (34) para cadena de rodillos:

$$p = 280 \sqrt[3]{\frac{P[KW] * K}{Z_1 * N_1 * [\bar{P}] * K_h}} \quad (34)$$

Donde:

- P: Potencia en kW.
- Z1: Número de dientes de la estrella conductora.
- N1: Velocidad de giro de la estrella conductora en R.P.M.
- K: Coeficiente de cálculo de carga y se define como:

$$K = K_1 * K_2 * K_3 \quad (35)$$

- K1: Coeficiente que tiene en cuenta el carácter de la carga, para impacto moderado K1 varía entre  $1,2 < K_1 < 1,4$ .
- K2: Coeficiente que tiene en cuenta el método de lubricación; K2=1,0 si es lubricación continua, o toma el valor de 1,3 si la lubricación es por goteo o es igual a 1,5 si se tiene lubricación periódica.
- K3 depende del número de jornadas de trabajo al día.
- $[\bar{P}]$ : Presión específica admisible. Aumentada en un 35% para cadena con elevada exactitud.

Distancia entre centros real y deflexión de la cadena: El número de eslabones de la cadena es decir, la longitud de la cadena expresada en pasos debe ser un número par si el número de dientes de la estrella es impar. Para calcular el número de eslabones se utiliza la ecuación (36)

$$L_p = 2 * A_p + \frac{Z_1 + Z_2}{2} + \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{4\pi^2 * A_p} \quad (36)$$

Donde:

A<sub>p</sub>: distancia entre centros expresada en pasos, se recomienda que esté en el rango  $30p < A > 50p$ .

La aproximación realizada permite que A<sub>p</sub> varíe y por lo tanto debe darse un valor corregido mediante la siguiente expresión:

$$A_p = \frac{2(L_p + B) - (Z_1 + Z_2)}{8} \quad (37)$$

Donde B se calcula con la expresión:

$$B = \left\{ \left[ L_p - \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \right]^2 - 8 \left( \frac{Z_2 - Z_1}{2\pi} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$

Ahora se calcula la distancia entre centros con la ecuación (39)

$$A = A_p * p \quad (39)$$

También se calcula la velocidad periférica de la estrella conductora:

$$v_1 = 0,05225 * p \quad (40)$$

Para calcular la distancia entre centros y la longitud de la cadena se debe tener en cuenta el pando de la cadena como se observa en la Figura 2.

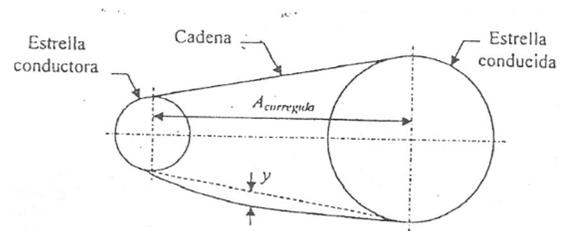


Fig. 2. Deflexión y distancia entre centros en una transmisión por cadena.

Para calcular el pando de la cadena se utiliza las ecuaciones (41) y (42).

$$Y = 0,02 * A \quad \text{para } \alpha < 45^\circ \quad (41)$$

$$Y = 0,01A - 0,015A \quad \text{para } \alpha \geq 45^\circ \quad (42)$$

Donde Y es el pando de la cadena. Para estas condiciones A debe disminuirse en un 50% de la flecha de pando Y. Para un montaje horizontal con un ángulo  $\alpha = 0^\circ$  se utiliza la ecuación (41). Además se debe corregir la distancia entre centros utilizando la ecuación (43) ya que esta debe considerar el pando.

$$A_{\text{corregido}} = A - 0.5 * y \quad (43)$$

Los diámetros primitivos de las estrellas se calculan con las ecuaciones (44) y (45):

$$D_{01} = \frac{p}{\text{sen}\left(\frac{180^\circ}{Z_1}\right)} \quad (44)$$

$$D_{02} = \frac{p}{\text{sen}\left(\frac{180^\circ}{Z_2}\right)} \quad (45)$$

Para calcular la longitud de la cadena se utiliza la siguiente ecuación:

$$L = 2 * A_{\text{corregido}} + \frac{p * (Z_1 + Z_2)}{2} + \frac{(Z_2 - Z_1)^2 * p^2}{4\pi^2 * A_{\text{corregido}}} \quad (46)$$

## 6. Diseño de la transmisión por engranes helicoidales

Selección previa de los materiales de las ruedas.

El acero es el material más usado en reductores de velocidades, la selección del tipo de acero y la dureza del mismo depende de la velocidad de operación de los engranajes, para velocidades bajas se requieren durezas menores de 350 HB, mientras que para velocidades altas el proceso requiere mayor dureza superficial se prefieren durezas mayores de 350 HB. Se recomienda que la dureza de la rueda sea menor que la del piñón, en un rango entre 20 y 40 HB, con el fin de proporcionar un desgaste más uniforme, ya que la rueda opera lentamente con menos ciclos y menos esfuerzos superficiales.

Esfuerzos admisibles AGMA.

Los valores de los esfuerzos admisibles AGMA para fatiga y esfuerzo superficial se encuentran en las Tablas 11.25 y 11.27 de [6] tanto para el piñón como para la rueda.

Determinación de la distancia preliminar entre centros.

El cálculo de la distancia entre centros previa se ha logrado con la siguiente expresión, la cual es válida para ángulos de presión de 20°.

$$A \geq (i_{\text{rápido}} + 1) \left( \left( \frac{340000}{S'_{fc2} * i_{\text{rápido}}} \right)^2 * \left( \frac{K * P}{\Psi_A * C * N_R} \right) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (47)$$

Donde:

- A: Distancia entre centros expresada en cm.
- $S'_{fc2}$ : esfuerzo admisible por fatiga superficial de la rueda en  $kgf/cm^2$ .
- $\Psi_A$ : coeficiente de anchura de la rueda.  $\Psi_A = BR/A$ . Para dientes helicoidales debe estar entre 0,2 y 0,6.

- C: coeficiente que tiene en cuenta el mayor rendimiento de las ruedas helicoidales y oscila entre  $1,15 < C < 1,35$ .
- P: Potencia expresada en kW.
- $N_R$ : Velocidad de rotación de la rueda conducida en RPM.
- K: depende de las cargas dinámicas y la concentración de esfuerzos.

El módulo normal  $m_n$  se debe seleccionar entre el siguiente rango:

$$0,01A < m_n < 0,02A$$

Seguidamente el módulo debe ser normalizado en la tabla 4,3 de [1].

Elección del ángulo de inclinación de los dientes  $\beta$ .

Según [1] el ángulo de inclinación de los dientes  $\beta$ , para dientes helicoidales se toma un valor estándar entre 7° y 35°.

Determinación del número de dientes de las ruedas dentadas.

Para la determinación del número de dientes se cuenta con las ecuaciones (48) y (49):

$$i = i_{\text{RÁPIDO}} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (48)$$

$$Z_2 + Z_1 = \frac{2A \cos(\beta)}{m_n} \quad (49)$$

Teniendo el número de dientes de los engranajes helicoidales se procede a buscar un catálogo en el comercio, si no se encuentra uno, se mandan a fabricar a un lugar especializado.

Verificación de la existencia o no de interferencia.

Para verificar si existe o no interferencia entre los engranajes se debe calcular el número de dientes equivalente ( $Z_E$ ) con la siguiente expresión:

$$Z_E = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} \quad (50)$$

Según [1] este número debe ser mayor a 16 para que no exista interferencia.

Precisión de la distancia entre centros.

Esta se calcula con la ecuación (51):

$$A = \frac{(Z_1 + Z_2) * m_n}{2 * \cos(\beta)} \quad (51)$$

Diámetros primitivos de los engranajes.

Los diámetros primitivos, tanto del piñón como de la rueda, están dados por:

$$D_1 = \frac{m_n * Z_1}{\cos \beta} \quad (52)$$

$$D_2 = \frac{m_n * Z_2}{\cos \beta} \quad (53)$$

Velocidad periférica y grado de exactitud de los engranajes.

La velocidad periférica del engranaje se obtiene con la ecuación (54):

$$v_{per} = \pi * D_1 * N_1 \quad (54)$$

Con la velocidad periférica calculada en *ft/min*, se obtiene el valor de  $Q_v$  de la Tabla 11.7 de [6], el cual corresponde al número de calidad de engranajes recomendados para la velocidad en la línea de paso.

Determinación del ancho de cada engranaje.

En [6] se propone un rango para el ancho del diente que depende del módulo normal:

$$8 * m_n < B_R < 16 * m_n$$

Ahora utilizando la expresión (55) se calcula el ancho del diente  $B_R$  el cual debe encontrarse en el rango propuesto.

$$\frac{B_R}{A} = \psi \quad (55)$$

De acuerdo a [1], el ancho del piñón se toma entre 3 y 5 mm mayor que el ancho de la rueda.

Cálculo de la fuerza tangencial  $Q_t$ .

Esta fuerza se calcula con la siguiente expresión:

$$Q_t = F_t = \frac{2 * T_1}{D_1} = \frac{2 * P[kW] * 60000}{2 * \pi * N_1[rpm] * D_1[mm]} \quad (56)$$

Cálculo de las razones de contacto. Se calcula con la siguiente expresión:

$$r_c = \frac{\sqrt{(R_{e2}^2 - R_{b2}^2)} + \sqrt{(R_{e1}^2 - R_{b1}^2)} - A * \sin(\alpha)}{p_c * \cos(\alpha)} \quad (57)$$

Donde:

$$p_c = m_n * \frac{\pi}{\cos(\alpha)}$$

$$R_{e1} = \frac{D_1 + 2 * m_n}{2}$$

$$R_{e2} = \frac{D_2 + 2 * m_n}{2}$$

$$R_{b1} = \frac{D_1 * \cos(\alpha)}{2}$$

$$R_{b2} = \frac{D_2 * \cos(\alpha)}{2}$$

Se recomienda que la razón de contacto sea mayor a 1,4.

Razón axial de contacto.

La razón de contacto axial  $r_{ca}$  para la rueda, se obtiene con la siguiente expresión:

$$r_{ca} = \frac{\tan(\beta) * B_R}{\frac{m_n}{\cos(\beta)} * \pi} = \frac{\sin(\beta) * B_R}{m_n * \pi} \quad (58)$$

Como recomendación debe cumplirse que la razón de contacto axial debe ser mayor a 1,15.

El valor del paso axial  $P_a$  se puede determinar como el ancho de la rueda sobre  $r_{ca}$ .

$$p_a = \frac{B_R}{r_{ca}} \quad (59)$$

Cálculo de las ruedas dentadas con base en la fatiga superficial.

De acuerdo con la norma AGMA el esfuerzo de compresión se determina con la expresión:

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{Q_t * C_a * C_m * C_s * C_f}{B_R * I * D * C_v}} \quad (60)$$

Donde:

$C_p$ : Coeficiente elástico, se determina de la Tabla 11-18 de [6] en base al material de la rueda y el piñón.

$C_a$ : Factor de aplicación, se determina de la Tabla 11-17 de [6].

$C_m$ : Factor de distribución de carga, se determina de la Tabla 11-16 de [6] dependiendo del ancho de cara de la rueda.

$C_s$ : Factor de tamaño.

$C_v$ : Factor dinámico. Se toma de la Figura 11-22 de [6]

$C_f$ : Factor de acabado superficial.

$I$ : Factor de geometría superficial, se calcula de acuerdo al siguiente procedimiento:

Ángulo de presión nominal  $\alpha_n$ , se calcula con la expresión:

$$\alpha_n = \tan^{-1}(\tan(\alpha) * \cos(\beta)) \quad (61)$$

Ángulo de base de la hélice,  $\beta_b$  está dado por:

$$\beta_b = \cos^{-1} \left( \cos(\beta) * \frac{\cos(\alpha_n)}{\cos(\alpha)} \right) \quad (62)$$

$N_r$ : Parte decimal de la razón de contacto.

$N_a$ : Parte decimal de la razón de contacto axial.

Si  $N_a \leq (1 - N_r)$ , entonces:

$$L_{min} = \frac{r_c * B_R (1 - N_a) * (1 - N_r) * p_a}{\cos(\beta_b)} \quad (63)$$

Si  $N_a > (1 - N_r)$ , entonces:

$$L_{min} = \frac{r_c * B_R - (1 - N_a) * (1 - N_r) * p_a}{\cos(\beta_b)} \quad (64)$$

Una vez calculado el  $L_{min}$  se debe calcular la razón de distribución de carga  $m_N$ .

$$m_N = \frac{B_R}{L_{min}} \quad (65)$$

Radios de curvatura de los perfiles.

Estos radios se calculan con las siguientes expresiones:

$$R_{cp} = \left[ \left[ 0,5 * [(R_p + m_n) + (A - R_g - m_n)] \right]^2 - (R_p * \cos(\alpha))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (66)$$

$$R_{cg} = A * \sin(\alpha) - R_{cp} \quad (67)$$

Donde:

$R_{cp}$ ,  $R_{cg}$ : Radios de curvatura del piñón y de la rueda respectivamente.

$R_p$ ,  $R_g$ : Radios primitivos del piñón y de la rueda respectivamente.

Con los valores necesarios ya predeterminados se calcula el factor de geometría superficial  $I$  con la ecuación (68).

$$I = \frac{\cos(\alpha)}{\left( \frac{1}{R_{cp}} + \frac{1}{R_{cg}} \right) * D_p * m_N} \quad (68)$$

Con todos los valores necesarios se procede a calcular los esfuerzos a compresión utilizando la ecuación (59).

Corrección de los esfuerzos admisibles.

Para el cálculo de los factores de seguridad, primero se deben corregir los esfuerzos admisibles AGMA con las expresiones:

$$S_{fc} = \frac{C_L * C_H}{C_T * C_R} * S'_{fc} \quad (69)$$

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T * K_R} * S'_{fb} \quad (70)$$

Donde:

$C_H$ : Factor de razón de dureza, se calcula con la expresión:

$$C_H = 1 + A * (m_g - 1) \quad (71)$$

El factor A depende de la relación de durezas. Para  $HB_P/HB_R < 1,2$  se toma un  $A = 0$ .

$C_T$ : Factor de temperatura. Para una temperatura menor a  $250^\circ F (121^\circ C)$  se toma un factor de temperatura  $C_T = K_T = 1$ .

$K_R = C_R$ : Factor de confiabilidad. Se toma de la Tabla 11-19 de [6] dependiendo de la confiabilidad.

$C_L$ : Factor de vida superficial, se obtiene de la Figura 11.26 de [6], este valor depende del número de ciclos.

$K_L$ : Factor de resistencia a la flexión AGMA. Se obtiene de la Figura 11-24 de [6]. Depende del número de ciclos. Se calcula el factor de vida de resistencia a flexión de AGMA  $C_{LP}$  y  $C_{LR}$ , el factor de vida o resistencia a la fatiga superficial AGMA  $K_{LP}$  y  $K_{LR}$ , para el piñón y la rueda respectivamente.

$$C_{LP} = 1,4488 * n_{cP}^{-0,023}$$

$$C_{LR} = 1,4488 * n_{cR}^{-0,023}$$

$$K_{LP} = 1,3558 * n_{cP}^{-0,0178}$$

$$K_{LR} = 1,3558 * n_{cR}^{-0,0178}$$

Cálculo con base en la flexión.

Para este cálculo se debe utilizar la siguiente ecuación:

$$S_{b1,2} = \frac{Q_t * K_a * K_m * K_s * K_b * K_I}{B_{1,2} * m * J_{1,2} * K_v} \quad (72)$$

Donde:

$Q_t$  Fuerza tangencial [N]

B: Ancho de los engranajes [m]

$K_a = C_a$ : Factor de aplicación. Se obtiene de la Tabla 11-17 de [6].

$K_m = C_m$ : Factor de distribución de la carga. Se toma de la Tabla 11-16 de [6], teniendo en cuenta el ancho de la rueda.

$K_s = C_s$ : Factor de tamaño.

$K_b$ : Factor de flexión del aro.

$K_v = C_v$ : Factor dinámico. Se toma de la Figura 11-22 de [6].

$K_I$ : Factor de engrane intermedio o loco.

J: Factor geométrico de flexión AGMA. Se toma de la Tabla 11-1G de [1] con los ángulos de presión y helicoidal, además del número de dientes del piñón y la rueda.

$$m = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

Con todos los valores necesarios se procede a calcular los esfuerzos con base en la flexión utilizando la ecuación (72).

Cálculo de los factores de seguridad.

Los factores de seguridad tanto para el piñón como para la rueda se obtienen con las siguientes expresiones:

$$N_{cPiñon} = \left( \frac{S_{fc1}}{S_{c1}} \right)^2 \quad (73)$$

$$N_{cRueda} = \left( \frac{S_{fc2}}{S_{c2}} \right)^2 \quad (74)$$

$$N_{bPiñon} = \frac{S_{fb1}}{S_{b1}} \quad (75)$$

$$N_{bRueda} = \frac{S_{fb2}}{S_{b2}} \quad (76)$$

Se espera que los factores de seguridad obtenidos sean mayores a la unidad para asegurarse de que los engranajes no fallaran por flexión y fatiga superficial, de lo contrario se deberá seleccionar un acero con diferente dureza.

### 7. Diseño de la transmisión por engranes de dientes rectos

El cálculo de las variables para engranes de dientes rectos es muy similar a las descritas para el diseño de engranes de dientes helicoidales, por lo tanto a continuación se muestra de forma resumida solo las diferencias entre ecuaciones.

Distancia preliminar entre centros.

$$A \geq (i_{lento} + 1) \left( \left( \frac{340000}{S'_{fc2} * i_{lento}} \right)^2 * \left( \frac{K * P[kW]}{\Psi_A * C * N_R} \right) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (77)$$

Para la determinación del número de dientes se cuenta con las ecuaciones (78) y (79):

$$i = i_{lento} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (78)$$

$$Z_2 + Z_1 = \frac{2A}{m} \quad (79)$$

Para la precisión de la distancia entre centros, ésta se calcula con la ecuación (80):

$$A = (Z_1 + Z_2) * \frac{m}{2} \quad (80)$$

Diámetros primitivos de los engranes: Se calculan con las expresiones:

$$D_1 = m * Z_1 \quad (81)$$

$$D_2 = m * Z_2 \quad (82)$$

El factor de geometría superficial para engranes de dientes rectos se calcula con la ecuación (83):

$$I = \frac{\cos(\alpha)}{\left( \frac{1}{\rho_P} + \frac{1}{\rho_R} \right) * D_p} \quad (83)$$

Donde:

$\rho_R$  : Radio de curvatura de la rueda.

$D_p$ : Diámetro primitivo del piñón.

$\rho_P$ : Radio de curvatura del piñón.

Para determinar los radios de curvatura, éstos se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\rho_P = \sqrt{(R_p + (1 + X_p) * m)^2 - (R_p * \cos(\alpha))^2} - \pi * m * \cos(\alpha) \quad (84)$$

$$\rho_R = A * \text{sen}(\alpha) - \rho_P \quad (85)$$

### 8. Planos

En las figuras 3, 4 y 5 se presentan los planos de conjunto y despiece del accionamiento mecánico modelado en un software 3D.

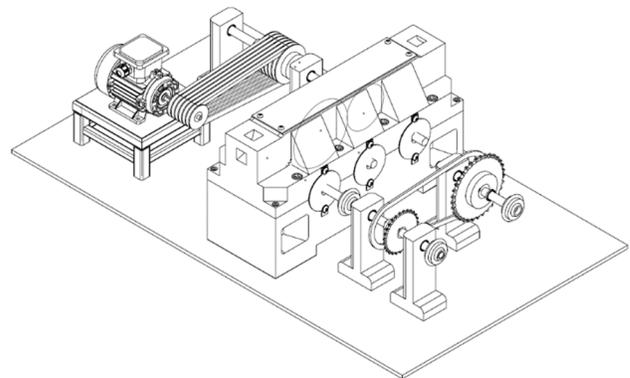


Fig. 3. Plano de conjunto

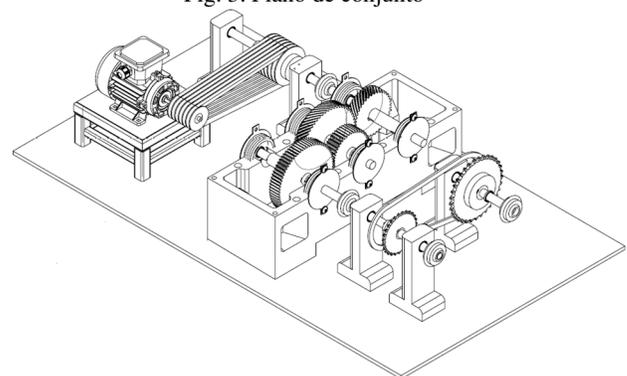


Fig. 4. Plano de conjunto, detalle del reductor

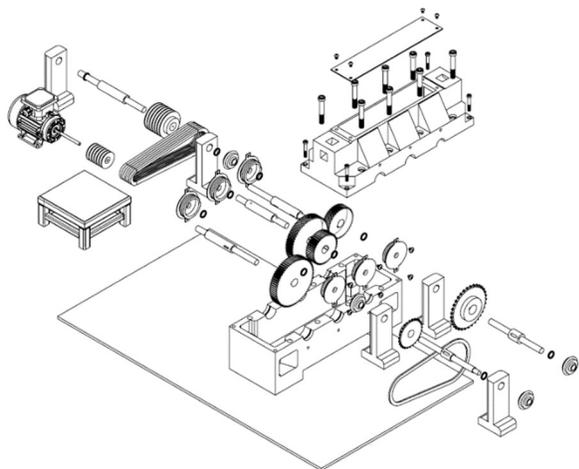


Fig. 5. Plano de despiece o explosión del accionamiento mecánico

### III. CONCLUSIONES

Con el desarrollo de este trabajo se logró aplicar una metodología para el diseño cinemático de los elementos que constituyen un accionamiento de transmisión de potencia que posteriormente puede ser aplicado en el campo ingenieril donde se requiera dar movimiento a dos máquinas con diferentes velocidades y potencias.

Para el diseño de los árboles donde se encuentran montados los elementos se debe tener en cuenta los esfuerzos producidos por las cargas estáticas y cargas de fatiga, utilizando ecuaciones de diseño específicas para tal fin, además se deben diseñar los árboles con base en la resistencia a la rigidez y a las vibraciones.

Este trabajo es un estudio de apoyo para conocer las relaciones matemáticas involucradas en el diseño de un accionamiento para posteriormente llegar a la construcción del mismo.

Las recomendaciones realizadas por los autores referenciados son producto de investigaciones y experiencias en búsqueda de un diseño óptimo reduciendo costos y tiempos en la fabricación de accionamientos mecánicos.

### REFERENCIAS

- [1] L. H. O. Gil, Diseño de accionamientos y transmisiones de máquinas, Pereira, 1993.
- [2] L. V. V. Useche, Guía para el cálculo cinemático y diseño de transmisiones por correas, por cadenas y por ruedas dentadas, pereira, 2009.

- [3] T. industrial, Sistemas neumaticos e hidraulicos, curso 2 BACH.
- [4] P. RN, «Belt and Chain Drives,» de Mechanical Design Engineering Handbook, 2014, pp. 459-512.
- [5] C. A. Romero Piedrahita y G. Calle Trijillo, Diseño de elementos de maquinas, Pereira, 2005.
- [6] R. L. NORTON, «TIPOS DE ENGRANES,» de DISEÑO DE MAQUINARIA síntesis y análisis de máquinas y mecanismos, Mexico, Mc Graw Hill, 2009, p. 426.