

## GENERACIÓN DE ESPACIOS DE REPRESENTACIÓN DE FIRMAS DINÁMICAS: UNA REVISIÓN ENFOCADA AL ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD

### Representation spaces of on-line signatures: A revision for a new focus based on nonlinear analysis

#### RESUMEN

Se presenta una revisión de técnicas empleadas para la verificación e identificación biométrica basada en la firma dinámica, además de mostrar estudios realizados respecto a la aplicación del análisis de complejidad en los procesos fisiológicos como la firma. En la revisión se aprecia la necesidad de realizar investigaciones sobre caracterización basada en técnicas de dinámica no lineal, debido a que se desconocen las ventajas del análisis de complejidad en los procesos de identificación biométrica, y las relacionadas con la captura de la dinámica intrínseca del proceso. De manera preliminar se presentan resultados de identificación biométrica con precisión de clasificación de 94.08% usando la base de datos pública SVC.

**PALABRAS CLAVES:** Análisis de complejidad, estimación de características, firma on-line, identificación y verificación biométrica

#### ABSTRACT

*This paper presents a review of techniques used for biometric identification and verification based on dynamic signatures; it also shows studies on the application of nonlinear analysis in physiological processes such as signing. This review shows the need for research focused on feature extraction using nonlinear dynamic techniques, because the advantages of nonlinear analysis in biometric identification processes are unknown, and those related to the capture of the intrinsic dynamics of the process. Preliminary results of biometric identification using the SVC database show a classifier accuracy of 94.08%.*

**KEYWORDS:** *Nonlinear analysis, feature extraction, on-line signature, biometric identification.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

Las acciones sicomotrices en el proceso de la firma son producto de una conducta caótica cuyas condiciones iniciales dependen del ambiente [1]. La biometría permite la identificación de las personas basándose en características fisiológicas o de comportamiento y es una de las soluciones más efectivas en términos de la seguridad. El reconocimiento a través de características basadas en el comportamiento hace referencia a la conducta que cada persona ejerce en una determinada acción como lo es la voz, la firma, la escritura en teclado, etc. El desarrollo de nuevos sistemas que hagan más eficientes las labores cotidianas ha sido una constante preocupación para la sociedad, por esta razón el presente artículo involucra conceptos tecnológicos tan significativos en la actualidad como son la biometría y la seguridad informática y sus cientos de aplicaciones que tomarán un papel importante y serán de gran utilidad para nuestra sociedad. Para el caso particular de la firma, el desarrollo de un sistema de procesamiento universal enfrenta un gran obstáculo: la variabilidad de la escritura

y de los estilos de la firma [2]. Es por esta razón que los investigadores se enfocan en obtener un mejor conocimiento de la escritura, tanto a nivel psicológico como de los mecanismos motrices. Desde esta perspectiva, hay que destacar la existencia de numerosos procesos fisiológicos complejos en los que se han detectado variaciones periódicas regulares e irregulares, algunas de las cuales han sido interpretadas como el reflejo de estados caóticos [3]. Por lo tanto, se parte de la base que el análisis del comportamiento teórico de los sistemas dinámicos no lineales puede aportar conceptos nuevos y más potentes para analizar el comportamiento real de sistemas complejos como los biológicos [4]. La incontestable evidencia del carácter no lineal del comportamiento de los sistemas biológicos está siendo uno de los catalizadores más eficaces que, operando en el seno de la comunidad científica, contribuye a que los planteamientos de disciplinas hasta ahora consideradas distantes y distintas se aproximen. En el presente artículo de revisión se presentan las diferentes metodologías y métodos empleados para la identificación y verificación biométrica a partir de la firma dinámica (*on-line*), además

#### DAVID ESTEBAN AHMEDT

Ingeniero Mecatrónico, MSc (c).  
Estudiante Investigador  
Instituto Tecnológico Metropolitano  
davidahmedt6983@itm.edu.co

#### EDILSON DELGADO TREJOS

Ingeniero Electrónico, Ph.D.  
Académico Investigador  
Instituto Tecnológico Metropolitano  
edilsondelgado@itm.edu.co

#### JESUS FRANCISCO VARGAS

Ingeniero Electrónico, Ph.D.  
Académico Investigador  
Universidad de Antioquia  
jfvargas@udea.edu.co

de las observaciones de conducta caótica en el proceso de la firma. Lo anterior se realiza con el objeto de dar a conocer los faltantes investigativos que relacionen la teoría del caos y las técnicas biométricas.

## 2. CONTENIDO

**1) Identificación y verificación biométrica basada en la firma.** La creciente demanda de acceso a los servicios de la sociedad de la información ha dado lugar en las últimas décadas a la aparición de una nueva rama de la tecnología denominada Autenticación biométrica o simplemente Biometría [5]. Un sistema biométrico podría definirse como “un sistema automático que permite el reconocimiento de seres vivos a través de sus rasgos inherentes”. Actualmente los sistemas biométricos que más han avanzado desde el punto de vista tecnológico son los basados en las modalidades de tipo fisiológico (huella, iris, cara, geometría de la mano, etc.) y ya es habitual encontrar en el mercado dispositivos basados en ellos. Por otro lado las modalidades conductuales tales como la voz, la escritura y la firma manuscrita o incluso el modo de caminar siguen siendo motivo de investigación.

La dinámica de la firma es una modalidad biométrica que utiliza, con fines de reconocimiento, las características anatómicas y de comportamiento que un individuo exhibe cuando firma. La firma manuscrita dinámica es un medio aceptable para el reconocimiento automático de personas, de calidad contrastada en escenarios experimentales en laboratorio y además es una técnica idónea para ser empleada en escenarios prácticos [6]. El primer sistema de reconocimiento de firma se desarrolló en 1965 [7]. La investigación del reconocimiento dinámico de la firma continuó en los 70s dejando a un lado el enfoque del uso de características geométricas o estáticas (¿Qué forma tiene la firma?) pasando a características dinámicas (¿Cómo fue generada la firma?) [8]. El interés de las características dinámicas surgió con la disponibilidad de mejores sistemas de adquisición mediante el uso de tecnologías como PDAs y tabletas digitalizadoras. En 1977, se otorgó una patente para un sistema de "identificación personal", que fue capaz de adquirir información de la presión dinámica [9]. Esta tecnología biométrica se puede dividir en dos grandes áreas como se ha mencionado: métodos estáticos (off-line) y métodos dinámicos (on-line). Los métodos estáticos verifican características de la firma que no varían con el tiempo y se refiere a imágenes escaneadas de documentos manuscritos, y los métodos dinámicos contienen información temporal de la firma. Dado que, el método dinámico tiene más información respecto al método estático se supone que proporciona resultados más precisos y confiables. La mayoría de los descriptores utilizados actualmente son características dinámicas y no las características estáticas y geométricas, aunque algunos investigadores también incluyen estas características en sus análisis de manera combinada. Las

características dinámicas más comunes incluyen la velocidad, aceleración, tiempo, presión, y la dirección de los trazos de la firma, todos analizados en la dirección X, Y, Z. Las características utilizadas para el reconocimiento de la firma dinámica son casi imposibles de reproducir. A diferencia de una imagen gráfica de la firma, que puede ser replicado por un falsificador humano capacitado, o por la manipulación de un procesador. Las características dinámicas son complejas y únicas en el estilo de un individuo. A pesar de esta ventaja del reconocimiento de firmas dinámicas, las características históricamente tienen una gran variabilidad que hacen que el reconocimiento sea dificultoso [2]. Por lo tanto la automatización de la autenticación de la firma es un problema complicado de implementar, debido a un gran número de factores como son la gran variabilidad intra-personal e inter-personal a la hora de firmar, junto a otro tipo de factores de tipo cultural, ergonómico y a factores tecnológicos entre otros. También se destaca la falta de aplicación práctica que se debe principalmente a aspectos sociales y legales, asimismo la falta de bancos de prueba para comparar y evaluar sistemas de forma objetiva. Dichos bancos de prueba son creados normalmente a partir de competiciones internacionales en las cuales se definen metodologías con las que evaluar y comparar objetivamente las soluciones de distintos autores, siendo habitual liberar al final de la competición las bases de datos utilizadas para promover la investigación. Pero a diferencia de otras modalidades biométricas, en el caso de la firma se limita a dos [10,11]. Desde finales de la década de los 80 han sido numerosas las publicaciones en las que se han propuesto sistemas para el reconocimiento biométrico de personas a partir de la firma manuscrita, tanto en modalidad estática como dinámica [6,12,13,14,15,16,17,18,19,20]. Es ésta última modalidad la que permite obtener mejores tasas de reconocimiento al disponer no sólo de la realización final de la firma sino también de la información sobre el proceso de ejecución. Además, los resultados obtenidos en competiciones internacionales [10,11], informes de mercado [21], fabricantes de hardware [22,23,24,25] y software comercial [26,27,28], sirven para fundamentar las ventajas de la firma como modalidad biométrica conductual.

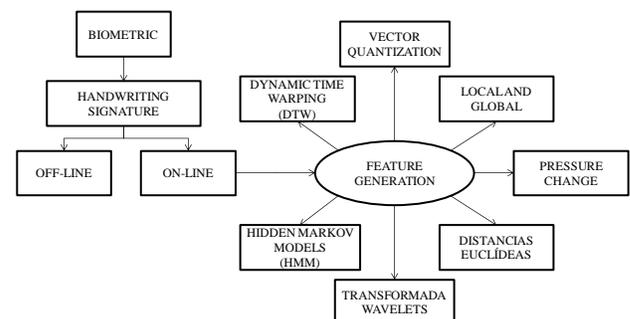


Figura 1. Estimación de características de la firma.

Los métodos existentes pueden dividirse en dos clases principales: características globales derivadas de las trayectorias de la firma [29,30] y en enfoques basados en funciones en donde las secuencias de tiempo describen propiedades locales de la firma [14,31,32,33] como son las trayectorias de posición, velocidad, aceleración, fuerza o presión [34]. De esta manera, una firma dinámica puede representarse por múltiples modelos que pueden ser locales, globales o basados en la forma o tiempo [35], y se ha puesto en prueba cual de esta características presentan un mejor desempeño [14,36]. Diversos dispositivos han sido utilizados para la adquisición de los datos dinámicos. En [37] [38] se utiliza la sensibilidad de la presión de la tableta digitalizadora mientras que en [39] [40] usan una pluma equipada con un sensor de presión y un sistema de condicionamiento de señal que puede extraer las características de distribución de la presión de la firma. Se puede apreciar una variedad de trabajos relacionados con el uso de información dinámica para la caracterización. En [41] se utiliza la posición y la presión de la pluma, mientras que en [42] se usa la inclinación de la pluma y en [43] se utiliza para la verificación la dirección del movimiento de la pluma. El algoritmo propuesto en [44], calcula las distancias entre la entrada y la base de datos para cada trazo, sin embargo se presentan inconvenientes cuando el número de trazos varía. Además, en [39] se utiliza las trayectorias de posición de la pluma, la presión y la inclinación de manera combinada, no obstante los resultados fueron satisfactorios para los caracteres Japoneses y no fueron probados para el alfabeto occidental. Algunas metodologías combinan características dinámicas y estáticas [45], e inclusive otras propuestas utilizan la presión, velocidad y altura del lápiz [46], velocidad del baricentro [47], modelos de puntos de distribución [48], y programación dinámica continua [49] para la estimación de características. Se han implementado diversos algoritmos aplicados al pre procesamiento de los datos dinámicos adquiridos. Algunos de ellos son normalización (*normalization*) [50], codificación de predicción lineal (*linear prediction coding*) [51], dinámica en tiempo de deformación (*dynamic time warping*) [52,53], árbol de coincidencias (*tree matching*) [54], suavizado de datos (*smoothing of data*) [55], reducción de ruido (*noise reduction*) [54], y tipos de segmentación (*segmentation*) [56,57]. Es necesario combinar más de uno de los algoritmos mencionados anteriormente para el pre procesamiento de una señal de la firma. Por ejemplo en [55] se aplicó *normalization*, *dynamic time warping*, *smoothing of data* y *segmentation* para procesar la información adquirida. En [13,58] puede apreciarse un estudio exhaustivo de la verificación dinámica de la firma (*Handwritten Signature Verification HSV*); Se presenta un resumen de las tasas de reconocimiento según los errores FRR (Tasa de falsos rechazos) y FAR (Tasa de falsas aceptaciones), ejemplos de estas investigaciones son las de [59,60]. De estos trabajos el sistema de reconocimiento más confiable es el

de [60] que ha logrado un FRR de 0% y un FAR de 0.5% utilizando un sistema de verificación de firmas de multi-niveles. También cabe destacar estudios de [58], referentes a la estimación de características y métodos de transformadas (wavelets transform) para la eliminación de ruido y comprimir la señal de entrada, demostrando resultados de 0.0% de FRR y 0.1% de FAR. Aunque los resultados son muy aceptables en el proceso de verificación, se aprecian deficiencias en probar la metodología en una población diversa, recolectando la base de datos en condiciones cambiantes para probar su robustez y comparar con firmas falsificadas. También se ha observado propuestas que utilizan páginas web o servicios en línea, como el de [61] a partir de un nuevo método de extracción de características utilizando representaciones angulares en el tiempo, en lugar de las de posición, reduciendo el tamaño de los datos mejorando la transmisión y conexión con Internet, y por lo tanto el sistema de verificación.

El reconocimiento automático de la firma dinámica suele abordarse mediante uno o varios algoritmos [62]. Los métodos basados en alineamiento de características que consiste en la comparación entre la muestra de entrada y un prototipo de referencia almacenado. El método perteneciente a esta categoría más empleado para el reconocimiento de firma dinámica es el Alineamiento Temporal Dinámico (DTW, *Dynamic Time Warping*). Los métodos basados en modelos estadísticos en donde los patrones de referencia son usados para construir un modelo probabilístico/estadístico. Los modelos ocultos de Markov (HMM, *Hidden Markov Models*) son el algoritmo de referencia de este tipo en el campo de reconocimiento de firma dinámica [18]. Finalmente los métodos basados en fronteras de decisión se basan en la creación de fronteras entre clases a partir de la optimización de un determinado criterio de error entre los resultados buscados y los obtenidos. A este tipo pertenecen las redes neuronales, los árboles de decisión y las máquinas de vectores de soporte. Las dos primeras categorías anteriores presentan la ventaja respecto a la tercera de no necesitar muestras negativas para la generación de los prototipos de referencia. Este hecho tiene especial importancia en firma ya que, incluso por implicaciones de tipo legal, no deberían utilizarse imitaciones de firmas para la creación de los prototipos de referencia. No obstante, y puesto que los mejores resultados obtenidos de modo objetivo hasta la fecha [10], han sido producidos con métodos basados en el alineamiento de características [63,64] y en métodos estadísticos [65], se han utilizado estos sistemas en gran medida como referentes del estado del arte. De esta manera, respecto al estado del arte en verificación e identificación de firmas se destacan los siguientes ejemplos ilustrativos basados en técnicas de distancias [66], en HMM [57,67,68,69,70,71], algoritmo propietario [14], sistema multiexperto [72], cadenas coincidentes (*string matching*) [32], en GMM (*Gaussian mixture*

*models*) [73], regresión lineal [74], y en fusión de características locales y globales [36]. Mediante técnicas de modelado estadístico las firmas de un usuario son almacenadas en un modelo parametrizado de las mismas con valores específicos del usuario. Las dos técnicas más representativas de esta categoría para reconocimiento de firma son los Modelos de Mezclas de Gaussianas (GMM) [75] y los Modelos Ocultos de Markov (HMM) [76]. Los HMMs son una técnica probabilística ampliamente usada para modelar patrones dependientes del tiempo. Ha sido aplicada con éxito en reconocimiento de habla [76], escritura [77] y verificación de firma dinámica [67,78]. Las técnicas basadas en alineamiento de características miden la distorsión o deformación que es necesario realizar sobre una firma para alinearla con otra de referencia. En el caso de firmas dinámicas el alineamiento se realiza entre los puntos obtenidos al capturar la firma. Así, para alinear dos firmas de un mismo autor, se requerirá menos deformación que cuando se alinean dos firmas pertenecientes a personas distintas. La técnica de alineamiento más utilizada en el reconocimiento de la firma dinámica es el alineamiento temporal dinámico (DTW) [79]. El algoritmo DTW permite realizar un alineamiento óptimo entre dos secuencias de vectores de distinta longitud mediante programación dinámica. De dicho alineamiento se obtiene una medida de distancia entre los dos patrones temporales.

Examinando las publicaciones existentes desde principios de los años 80 y basándose en el número de propuestas existentes, dos son los métodos más empleados para abordar el problema de verificación o identificación de la firma, ambos tomados de la experiencia con otras modalidades biométricas, especialmente la voz. En primer lugar, los modelos ocultos de Markov (HMM) representan un enfoque al problema mediante técnicas estadísticas que han tenido mucho éxito para modelar secuencias temporales de patrones, sobre todo secuencias de voz. Sin embargo, esta técnica necesita usualmente de un gran número de muestras de entrenamiento para modelar correctamente la variabilidad intraclase del patrón, lo que es un hándicap para la firma en escenarios prácticos. Otros problemas de la técnica son la necesidad de un número elevado de características y la falta de métodos sistemáticos para la selección de la estructura óptima del modelo. De todas formas, trabajos como los de [19] demuestran que mediante una adecuada selección de características y de la estructura del modelo, pueden obtenerse muy buenos resultados, tal y como quedó demostrado en la competición SVC 2004 [10]. Dado que la firma es una modalidad biométrica que presenta una gran variabilidad entre usuarios, la adaptabilidad al usuario de la estructura del HMM podría reportar ventajas significativas en el rendimiento. La otra técnica que se ha empleado con éxito en este campo es el alineamiento temporal dinámico (DTW). Antes de la aparición de HMM, fue la que mejores resultados

proporcionaba en el campo del reconocimiento de voz, aunque la escasa disponibilidad de muestras de referencia la mantiene entre las más empleadas en el campo de la firma. De hecho, después de los resultados de SVC 2004 y BSEC 2009 [11] podría considerarse como la técnica de referencia a nivel del estado del arte. Trabajos como [64] y sus resultados en SVC 2004 demuestran que es posible obtener con ella un rendimiento igual o mejor que con HMM en condiciones prácticas. Esta técnica presenta inconvenientes como son la necesidad de almacenar las firmas de referencia, la falta de estudios sistemáticos sobre la selección de características óptimas en cada tipo de escenario de aplicación o la dificultad de actualizar los patrones de referencia de forma progresiva para incorporar la variabilidad del usuario con el paso del tiempo.

**2) Análisis de complejidad en la firma.** Mucho de lo que se conoce de sistemas fisiológicos se ha aprendido usando teoría de sistemas lineales, implicando una concepción en la que la dinámica intrínseca del proceso analizado es gobernada por el paradigma de que pequeñas causas llevan a pequeños efectos [80]. Los sistemas dinámicos no lineales pueden producir comportamientos muy irregulares con ecuaciones puramente determinísticas, debido a pequeños cambios en parámetros de control y en variaciones en las condiciones iniciales, que pudieran explicar el comportamiento irregular observado en señales psicológicas. En la práctica, se ha demostrado comportamiento no lineal en bioseñales, proveyendo un desafío a los enfoques tradicionales de estudio [81,82,83]. El desarrollo de un sistema de procesamiento universal enfrenta un gran obstáculo: la variabilidad de la escritura y de los estilos de la firma. Como cualquier producto del ser humano, la escritura está sujeta a muchas variaciones de orígenes muy diversos: históricos, geográficos, étnicos, sociales, y psicológicos. Diversos estudios realizados, han evidenciado la naturaleza no lineal de los procesos de escritura, es decir, que representa un comportamiento caótico [1]. La dinámica no lineal está siendo usada más frecuentemente para el estudio del comportamiento o conductas psicológicas, inclusive las de la escritura [84]. Las investigaciones de la firma han examinado a partir de la dinámica no lineal aplicaciones que van desde los estudios de la habilidad psicomotora y de percepción, el proceso de decisión del desarrollo cognitivo y los procesos humanos de predicción [85]. De especial importancia es el análisis de series temporales fisiológicas para la psicología, medicina e inclusive la biometría. El análisis dimensional ha sido aplicado al estudio de las habilidades motoras. En [86] se utilizó el análisis dimensional con el fin de medir el número de grados de libertad producidos durante un simple movimiento de un dedo. En [87], se propone que los movimientos rítmicos son generados por osciladores no lineales de grandes dimensiones que potencialmente son caóticos. Este análisis encontró que una baja dimensión del atractor puede explicar la variabilidad del

movimiento. La naturaleza fractal de la escritura ha sido investigada en [88]. La dimensionalidad fraccional o fractal es una propiedad bien conocida de los sistemas caóticos. Se ha presentado la hipótesis que la dinámica de la firma es gobernada por el acoplamiento de osciladores no lineales [84,85,89,90,91]. En [1] se usaron técnicas no lineales para determinar la complejidad dimensional de las series de tiempo de velocidad de la escritura. Cada una de las series de tiempo de velocidad horizontal y vertical contenía entre 300 y 400 valores. Los autores de [1] aplicaron series de tiempo caóticas como las de Lorenz y Hénon, para demostrar que el proceso de concatenación no afecta la estimación de la dimensión de correlación y el exponente de Lyapunov. Se ha demostrado en la literatura [1] que al utilizar estas técnicas de análisis de dinámica no lineal como el cálculo de la dimensión de correlación y espectros de Lyapunov se puede probar que los perfiles de velocidad de la escritura son caóticos, proponiendo que las acciones psicomotrices que se encuentran en la escritura son un producto de un proceso dinámico caótico. Antes de aplicar los procedimientos de análisis no lineal, para cada una de las series de tiempo de velocidad se utiliza un filtro SVD (singular value decomposition). El software de análisis de caos [92] se usó para calcular las variables mencionadas, además el software NETLE [93,94] fue utilizado para estimar el espectro completo de Lyapunov. Valores fraccionales de  $D_2$  entre 2.7 y 3.7 sugirió que la dinámica de la escritura son de una dimensionalidad baja. Además, se presentó la evidencia del caos indicado por el máximo exponente de Lyapunov positivo y la suma negativa de los exponentes del espectro de Lyapunov. Se ha demostrado que al ser la dinámica neuromotora caótica, las secuencias motoras, que frecuentemente son oscilatorias por naturaleza [85], se pueden controlar utilizando técnicas caóticas. En otros estudios [88,95,96], se presentan métodos aplicados en la clasificación de firmas basados en el comportamiento fractal de las series de tiempo. Entre estos métodos que se han utilizado en la literatura son la dimensión de correlación, el máximo exponente de Lyapunov y la complejidad de Lempel-Ziv. La escritura ha sido estudiada desde muchos puntos de vista, a partir de modelos de integración de los procesos cognitivos y motrices hasta los algoritmos de simulación de trayectorias de escritura. En [97,98], basados en las investigaciones de [85], proponen que la escritura, al igual que todos los comportamientos rítmicos, se puede modelar como la dinámica de osciladores no lineal. En aras del reconocimiento de la escritura o de la rehabilitación de los trastornos de escritura a mano, es crucial establecer si tales distorsiones de la escritura se producen de manera sistemática. Una pregunta importante es si algunas de las características se mantienen constantes en los distintos niveles de restricción, tales como la velocidad de escritura, mientras que otros podrían ser alterados. Este equilibrio entre las características invariantes y mutables del escritor tienden hacia la simplificación, que lleva a una reducción del número de trazos básicos que son fáciles de ejecutar, y a

una tendencia a la diferenciación, para evitar la confusión entre letras que parecen similares [99,100]. Se sugiere que cualquier caos en la dinámica de la escritura es una alternativa interesante de estudio para el ruido neuromotor, el cual juega un importante papel en el control de tareas motoras y puede incrementar durante el estrés [99,101]. A pesar que se han utilizado técnicas de dinámica no lineal para demostrar el comportamiento caótico de la firma, estas metodologías no han sido utilizadas en un proceso sistematizado para la identificación o verificación de personas más específicamente en el proceso de estimación de características. Ahora bien, para poder hacer uso de análisis con dinámica no lineal sobre series de tiempo, es necesaria una etapa de reconstrucción de la dinámica intrínseca del sistema analizado. Dicho procedimiento, llamado embebimiento, llevará la serie de tiempo a un espacio  $m$  dimensional llamado espacio de fases, donde se podrá analizar la evolución de los estados del sistema [102]. En la caracterización con medidas de dinámica no lineal, se usan convencionalmente medidas como el Máximo Exponente de Lyapunov (LLE) que cuantifica la sensibilidad a condiciones iniciales, la dimensión de correlación ( $D_2$ ) que mide la autosimilaridad de la serie de tiempo embebida, y el Exponente de Hurst que calcula la correlación existente entre diferentes puntos en la serie de tiempo [80,103]. Sin embargo, el cálculo de LLE y  $d_2$  requieren que la dinámica de las señales sea puramente determinístico, suposición que es inadecuada debido a los componentes estocásticos que pueden presentarse en series de tiempo fisiológicas. Existen una serie de medidas caracterizantes de la complejidad de una señal, que no hacen suposiciones acerca de su naturaleza (determinística o estocástica) [104]. Algunas de las medidas usadas en este contexto son: la Entropía Aproximada (*Approximate Entropy - ApEn*) [105], la Entropía Muestreada (*Sample Entropy - SampEn*) [106], la Entropía Aproximada de Kernel Gaussiano (*Gaussian Approximate Entropy - GapEn*) [104], y la Entropía Fuzzy (*Fuzzy Entropy - FuzzyEn*) [107].

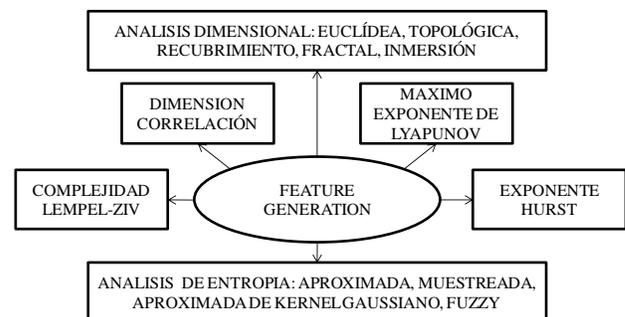


Figura 2. Medidas de complejidad

**3) Nueva perspectiva de la estimación de características.** Dada la evidencia presentada, se concluye la necesidad de generar espacios de representación basado en el análisis de complejidad de la

firma. Con el fin de obtener resultados preliminares para el enfoque nuevo de investigación propuesto se utilizó la base de datos pública de la SVC-2004 y las correspondientes series de presión, azimut y altitud que identifican las firmas. La representación no lineal se generó al calcular tres medidas de complejidad como son el máximo exponente de Lyapunov, el exponente de Hurst y la complejidad de Lempel-Ziv a cada una de las 3 series dinámicas de la firma. Se realizaron pruebas para 4 firmantes y 20 muestras por clase, de manera que el 50% de las muestras se utilizaron para el entrenamiento y el restante para pruebas. De lo anterior se obtuvo una matriz de representación de 80X9 para las 4 clases mencionadas y 9 características. Aunque en las pruebas iniciales no se trabajó fuertemente en la sintonización de los clasificadores, se obtuvo una tasa de error promedio de identificación del 94.08% haciendo uso de un clasificador lineal como se muestra en la figura 3.

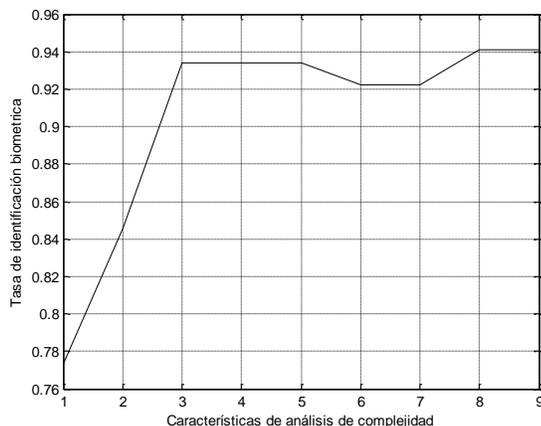


Figura 3. Tasa promedio de la identificación de clases.

El resultado anterior muestra que la propuesta investigativa es promisoría y que con la dinámica no lineal se puede capturar los ritmos del proceso de la firma. Es importante mostrar el potencial del espacio de representación a partir de las medidas de complejidad ya que con pocas características y un clasificador convencional se obtiene una tasa de error aceptable. Además la interpretación de los resultados obtenidos al usar la teoría del caos puede mostrar un mejor entendimiento de la conducta caótica del proceso de la firma. El análisis de complejidad de las características no lineales deben contener la información necesaria para distinguir entre las clases, ser insensible a las variaciones irrelevantes en la entrada y también ser limitados en número para permitir un cálculo eficiente de las funciones discriminantes, limitando la cantidad de datos requeridos para el entrenamiento. No trabajar de manera robusta el ruido como una señal externa, fomenta confusiones en la dinámica que se está interpretando. La biometría del comportamiento requiere varias muestras, debido a su variabilidad intrínseca. La variabilidad de la

firmas dependen de la fatiga, del estado físico y mental y la posición en el momento de firmar, inclusive cambios en la condición o estado mental del escritor, la concentración en el acto de escribir, y estilos alternativos. Es por esto que el reconocimiento automático de la escritura es uno de los problemas más desafiantes de análisis automático debido a las variaciones en la clase debido a los estilos de escritura diferentes y a las pocas muestras que se pueden obtener del firmante. El objetivo principal es que el sistema pueda aprender los detalles específicos de la escritura y la adaptación a los cambios para aumentar la exactitud del sistema, lo cual es posible con características derivadas del análisis de complejidad, utilizando técnicas no lineales de representación como son la complejidad de Lempel-Ziv, el máximo exponente de Lyapunov, y el exponente de Hurst.

### 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con la revisión presentada en este artículo se logró revelar la ausencia en las investigaciones reportadas en la literatura relacionadas con el estudio de la teoría del caos como una opción de la identificación biométrica. Por lo tanto, se genera un camino en el que se enfoque las investigaciones en el problema de caracterización utilizando análisis no lineal de las series de tiempo resultado de la firma on-line. Como la información biométrica contiene embebidos operadores no lineales, el tratamiento debe realizarse usando técnicas de dinámica no lineal. Lo anterior permite capturar la dinámica intrínseca del firmante para detectar eventos e información oculta importante que ayuden a entender el proceso de la firma. Puesto que es posible reconstruir para cada registro el espacio de estados difeomórfico al que se reconstruiría si tuvieran todas las variables dinámicas de la firma particular del sujeto, permitiendo que las medidas estimadas sobre el atractor reconstruido sean consistentes y altamente representativas con respecto a los diferentes estados del proceso de la firma, ya que se toma como referencia de representación el sujeto mismo y se consideran especialmente las variaciones que se presenten con respecto a su propia dinámica.

El funcionamiento caótico ha sido encontrado en sistemas biológicos humanos, y esta dinámica caótica parece sustentarse en estructuras biológicas de carácter fractal, autosimilares. Las acciones sicomotrices en el proceso de la firma son producto de una conducta caótica cuyas condiciones iniciales dependen del ambiente. Es así que los sistemas dinámicos aportan mayor flexibilidad en la respuesta de los diferentes sistemas, favoreciendo la adaptación de éstos a las cambiantes demandas del ambiente, gracias a su especial sensibilidad ante pequeñas modificaciones en las condiciones iniciales. Esta mayor flexibilidad explicaría la variabilidad de las respuestas encontradas en los sistemas y la imposibilidad de su predicción exacta, no por la aleatoriedad de los sistemas, sino por su dinámica caótica.

#### 4. BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Longstaff, and R. Heath, R., "A nonlinear analysis of the temporal characteristics of handwriting," *Human Movement Science*, vol. 18, pp. 485-524, 1999.
- [2] J. M. Pascual-Gaspar, M. Faundez-Zanuy, and C. Vivaracho, "Fast on-line signature recognition based on VQ with time modeling," *Science Direct Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 24, pp. 368-377, 2011.
- [3] M. C. Mackey and L. Glass, "Oscillation and chaos in physiological system," *Science*, vol. 197, pp. 287-289, 1977.
- [4] R. V. Solé, J. Bascompte, J. Delgado, B. Luque, and S. C. Manrubia, "Complejidad en la frontera del caos," *Investigación y Ciencia*, vol. 236, pp. 14-21, 1996.
- [5] A. K. Jain, S. Pankanti, S. Prabhakar, L. Hong, A. Ross, and J. L. Wayman, "Biometrics: A grand challenge," Proc. International Conference on Pattern Recognition (ICPR), 2004.
- [6] F. LecLerc, and R. Plamondon, "Automatic Signature Verification: The State of the Art - 1989-1993," *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 8, pp. 643-660, 1994.
- [7] A. Mauceri, "Feasibility Studies of Personal Identification by Signature Verification," *Space and Information System Division*, 1965.
- [8] G. Lorette. "Handwriting recognition or reading? What is the situation at the dawn of the 3rd Millenium?," *Int. Journal on Document Analysis and Recognition*, vol. 2, pp.2-12, 1999.
- [9] J. Woodward, N. Orlans, and P. Higgins, *Biometrics: Identity Assurance in the Information Age*, McGraw-Hill, Berkeley, CA. 2003
- [10] D.Y. Yeung, H. Chang, Y. Xiong, S. George, R. Kashi, T. Matsumoto, and G. Rigoll, SVC2004: First International Signature Verification Competition. In: Proc. of Intl. Conf. on Biometric Authentication, ICBA., Springer LNCS-3072, pp. 16-22, 2004.
- [11] B. Dorizzi, R. Cappelli, M. Ferrara, D. Maio, D. Maltoni, N. Houmani, S. Garcia-Salicetti, A. Mayoue, "Fingerprint and on-line signature verification competitions at ICB 2009, In *Proceedings 3rd IAPR/IEEE International Conference on Biometrics (ICB09)*, pp. 725-732, 2009.
- [12] R. Plamondon and G. Lorette, "Automatic signature verification and writer identification-the state of the art," *Pattern Recognition*. vol. 22, pp. 107-131, 1989.
- [13] G. Gupta, and A. McCabe, "A Review of Dynamic Handwritten Signature Verification," Tech. Rep., James Cook University, Townsville, Australia. 1997.
- [14] V. Nalwa, "Automatic on-line signature verification", in *Proc. of the IEEE*, vol. 85, pp 213-239, 1997.
- [15] R. Plamondon, and S. N. Srihari, "On-line and off-line handwriting recognition: A comprehensive survey." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, pp. 63-84, 2000.
- [16] D. Kalenova, "Personal authentication using signature recognition," Department of Information Technology, Laboratory of Information Processing, Lappeenranta University of Technology, 2003.
- [17] A. Zimmer, and L. Lee, "A Hybrid On/Off Line Handwritten Signature Verification System," *Proceedings of the 7th International Conference on Document Analysis and Recognition*. vol. 1, pp. 424-428, 2003
- [18] G. Dimauro, S. Impedovo, M. Lucchese, R. Modugno, and G. Pirlo, "Recent Advancements in Automatic Signature Verification," *Proceedings of the 9th Int'l Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition*, pp. 179-184, 2004.
- [19] J. Fierrez, and J. Ortega-Garcia, *On-line signature verification*. Handbook of Biometrics, 2007.
- [20] S. Impedovo, and G. Pirlo, "Verification of handwritten signatures: an overview," In *ICIAP '07: Proceedings of the 14th International Conference on Image Analysis and Processing*, pp. 191-196, 2007.
- [21] International Biometric Group (2011). <http://www.biometricgroup.com>.
- [22] Wacom (2011). <http://global.wacom.com/>.
- [23] Electronics, I. (2011). <http://www.interlinkelectronics.com/>.
- [24] Genius (2010). <http://www.geniusnet.com/>.
- [25] Dynalink (2007). <http://www.dynalink.com/>.
- [26] Cyber-SIGN (2009). <http://www.cybersign.com/>.
- [27] DataVision (2009). <http://www.datavisionimage.com/>.
- [28] PenOp (2011). <http://www.cic.com/>.
- [29] L. L. Lee, T. Berger, E. Aviczer, "Reliable on-line human signature verification systems," *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. 18, pp. 643-647, 1996.
- [30] H. Ketabdar, J. Richiardi, and A. Drygajlo, "Global feature selection for on-line signature verification," In: Proc. of 12th International Graphonomics Society Conference, Salerno, Italy, June 2005.
- [31] M. C. Fairhurst, "Signature verification revisited: Promoting practical exploitation of biometric technology," *Electronics and Communication Engineering Journal*, vol. 9, pp. 273-280, 1997.
- [32] A. Jain, F. Griess, and S. Connell. "On-Line Signature Verification," *Pattern Recognition*. vol. 35, pp. 2963-2972, 2002.
- [33] B. Li, D. Zhang, and K. Wang, "On-line signature verification based on NCA (null component analysis) and PCA (principal component analysis)," *Pattern Analysis and Applications*, vol. 8, pp. 345-356, 2006.
- [34] H. Lei, and V. Govindaraju, "A comparative study on the consistency of features in on-line signature verification," *Pattern Recognition Letters*, vol. 26, pp. 2483-2489, 2005.
- [35] Ma. Mingming, W. Wijesoma, and E. Sung. "An automatic on-line signature verification system based on three models", in *Proc of Canadian Conference on Elect and Comp. Eng*, pp.890-894, 2000.
- [36] J. Fierrez-Aguilar, L. Nanni, J. Lopez-Peñalba, J. Ortega-Garcia, D. Maltoni, "An on-line signature verification system based on fusion of local and global information," In: Proc. of IAPR Intl. Conf. on Audio- and Video-Based Biometric Person Authentication, AVBPA. Springer LNCS-3546, pp. 523-532, 2005.
- [37] W. Nelson, and E. Kishon, "Use of Dynamic Features for Signature Verification," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 201-205, 1991.
- [38] D. Hamilton, J. Whelan, A. McLaren, I. MacIntyre, and A. Tizzard, "Low Cost Dynamic Signature Verification System," *Proceedings of European Convention on Security and Detection*. Brighton Publisher, pp. 202-206, 1995.
- [39] D. Sakamoto, H. Morita, T. Ohishi, Y. Komiya, and T. Matsumoto, "On-line Signature Verification Algorithm Incorporating Pen Position, Pen Pressure and Pen Inclination Trajectories," *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 993-996, 2001.

- [40] T. Keit, R. Palaniappan, P. Raveendran, and F. Takeda, "Signature Verification System Using Pen Pressure for Internet and E-commerce Application," *International Symposium on Software Reliability Engineering*. Copyright ISSRE and Chillarege Corp, 2001.
- [41] M. Kato, and Y. Mawashima. "Signature Verification Using Online Data such as Pen Pressure and Velocity", *IPSJ*, pp. 2-199, 1993.
- [42] H. Taguchi, K. Kiriyama, E. Tanaka, and K. Fujii, "On-Line Recognition of Handwritten Signatures by Feature Extraction of the Pen Movement", *IEICE*, pp. 830-840, 1988.
- [43] I. Yoshimura, and M. Yoshimura, "On-line Signature Verification Incorporating the Direction of Pen Movement", *Trans. IEICE*, pp. 2803-2092, 1991.
- [44] C. Jin, M. Watanabe, T. Kawashima, and Y. Aoki, "On-Line Signature Verification by Non-public Parameters", *IEICE*, pp. 121-127, 1992.
- [45] W. Jin, Y. Wang, and T. Tan, "Text-independent writer identification based on fusion of dynamic and static features," in *International Workshop Biometric Recognition Systems*, pp. 197/204, 2005.
- [46] S. Hangai, S. Yamanaka, and T. Hamamoto, "On-line signature verification based on altitude and direction of pen movement," In: *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Multimedia and Expo, ICME*. vol. 1, pp. 489-492, 2000.
- [47] P. Thumwarin, and T. Matsuura. "On-line writer recognition for thai based on velocity of barycenter of pen-point movement," in *IEEE International Conference on Image Processing*, vol. 2, pp. 889-892, 2004.
- [48] L. Tsai, "Online writer identification using the point distribution model," in *International Conference on System, Man and Cybernetics*, vol. 2, pp. 1264-1268, 2005.
- [49] H. Kameya, S. Mori, and R. Oka, "Figure-based writer verification by matching between an arbitrary part of registered sequence and an input sequence extracted from on-line handwritten figures," in *International Conference on Document Analysis and Recognition*, Vol. 2, pp. 985-989, 2003.
- [50] M. Mingming, W. Wijesoma, and E. Sung, "An Automatic On-line Signature Verification System based on Three Models," *Proceedings Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 2, pp. 890-894, 2000.
- [51] Q. Wu, I. Jou, and S. Lee, "On-line Signature Verification Using LPC Cepstrum and Neural Networks," *IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics*, vol. 27, pp. 148-153, 1997.
- [52] R. Martens, and L. Claesen, "On-line Signature Verification by Dynamic Time-Warping," *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition*, pp. 38-42, 1996.
- [53] R. Martens, and L. Claesen, "Dynamic Programming Optimization for On-line Signature Verification," *Proceedings of the 4th International Conference on Document Analysis and Recognition*, pp. 653-656, 1997.
- [54] H. Dullink, B. van Daalen, J. Nijhuis, L. Spaanenburg, and H. Zuidhof, "Implementing a DSP Kernel for Online Dynamic Handwritten Signature Verification Using the TMS320 DSP Family," *Tech. Rep. SPRA304, Texas Instruments, EFRIE, France*, 1995.
- [55] T. Hastie, E. Kishon, M. Clark, and J. Fan, "A Model for Signature Verification," in *Proc. 1991 IEEE Int. Conf. on Syst., Man, Cybern.*, vol. 1, pp. 191-196, 1991.
- [56] R. Clark, T. Hastie, and E. Kishon, "A Model for Comparing Signature," *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 326-330, 1990.
- [57] M. Shafiei, and H. Rabiee, "A New On-line Signature Verification Algorithm Using Variable Length Segmentation and Hidden Markov Models," *Proceedings of the 7th International Conference on Document Analysis and Recognition*, pp. 443-446, 2003.
- [58] D. Lejtman, and S. George, "On-line handwritten signature verification using wavelets and back-propagation neural networks," in: *Proc. 6th Int. Conf. on Document Analysis and Recognition*, pp. 992-996, 2001.
- [59] C. Lam, and D. Kamins, "Signature recognition through spectral analysis," *Pattern Recognition*, vol. 22, pp. 39-44, 1989.
- [60] R. Plamondon, "The design of an on-line signature verification system: from theory to practice," *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 8, pp. 796-811, 1994.
- [61] P. Uthansakul, and M. Uthansaku, "Online Signature Verification Using Angular Transformation for e-Commerce Services," *International Journal of Signal Processing*, vol. 6, pp. 33-38, 2010.
- [62] M. Tapiador Mateos, and J. A. Sigüenza Pizarro, *Tecnologías biométricas aplicadas a la seguridad*. RA-MA, 1st edn, 2005.
- [63] B. Yanikoglu, and A. Kholmatov, "An improved decision criterion for genuine/forgery classification in on-line signature verification," In *Proc. of the 2003 Int. Conference on Artificial Neural Networks (ICANN 2003)*, June 2003.
- [64] A. Kholmatov, and B. Yanikoglu, "Identity authentication using improved online signature verification method," *Pattern Recognition Letters*, vol. 26, pp. 2400-2408, 2005.
- [65] J. Fierrez-Aguilar, S. Krawczyk, J. Ortega-Garcia, J. and A. K Jain, "Fusion of local and regional approaches for on-line signature verification," In *Advances in Biometric Person Authentication*, pp. 188-196, 2005.
- [66] W. Nelson, W. Turin, and T. Hastie, "Statistical methods for on-line signature verification," *IJPRAI*, vol. 8, pp. 749-770, 1994.
- [67] L. Yang, B. K. Widjaja, and R. Prasad, "Application of hidden markov models for signature verification," *Pattern Recognition*, vol. 28, pp. 161-170, 1995.
- [68] R. S. Kashi, J. Hu, W. L. Nelson, and W. Turin, "On-line handwritten signature verification using hidden markov model features," In: *Proc. of ICDAR*, pp. 253-257, 1997.
- [69] J. Igarza, I. Goirizelaia, K. Espinosa, I. Hernáez, R. Méndez, and J. Sánchez, "Online handwritten signature verification using hidden markov models," In *CIARP*, pp. 391-399, 2003.
- [70] J. Ortega-Garcia, J. Fierrez-Aguilar, J. Martin-Rello, and J. Gonzalez-Rodriguez, "Complete signal modeling and score normalization for function-based dynamic signature verification," In *AVBPA*, pp. 658-667, 2003.
- [71] T. Wessels, and C. Omlin, "A Hybrid System for Signature Verification," *Proc. South African Telecommunications Networks and Applications Conf.*, pp. 5509-5514, 2000.
- [72] V. Di Lecce, G. Dimauro, A. Guerriero, S. Impedovo, G. Pirlo, and A. Salzo, "A multi-expert system for dynamic signature verification," In *MCS '00: Proceedings of the First International Workshop on Multiple Classifier Systems*, pp 320-329, 2000.

- [73] J. Richiardi and A. Drygajlo, "Gaussian mixture models for on-line signature verification," *In Intl Multimedia Conf., Proc. 2003 ACM SIGMM workshop on*, pp. 115-122, 2003.
- [74] H. Lei, S. Palla, and V. Govindaraju, "Er2: An intuitive similarity measure for on-line signature verification," *In IWFHR '04: Proceedings of the Ninth International Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition (IWFHR'04)*, pp. 191-195, 2004.
- [75] D. Titterton, A. Smith, and U. Makov, *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*. John Wiley and Sons, 1985.
- [76] L. R. Rabiner, "A tutorial on hidden markov models and selected application in speech recognition," *Proceedings of IEEE*, vol. 77, pp. 257-286, 1989.
- [77] J. Hu, M. K. Brown, and W. Turin, "HMM based on-line handwriting recognition," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 18, pp. 1039-1045, 1996.
- [78] J. Fierrez-Aguilar, "Adapted Fusion Schemes for Multimodal Biometric Authentication," Ph.D. thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación. Dept. de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2006.
- [79] L. R. Rabiner, A. E. Rosenberg, and S. E. Levinson, "Considerations in dynamic time warping algorithms for discrete word recognition," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 575-582, 1978.
- [80] H. Kantz and T. Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis*. 2003.
- [81] M. Shelhamer. *Nonlinear Dynamics in Physiology: A State-space Approach*. World Scientific Publishing Company, December 2006.
- [82] B. Henry, N. Lovell, and F. Camacho. *Nonlinear biomedical signal processing: Dynamic analysis and modeling*, New York: IEEE Press Series on Biomedical Engineering, pp. 1-39, 2001.
- [83] A. Goldberger, L. Amaral, J. Hausdorff, P. Ivanov, C. Peng, and H. Stanley, "Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, pp. 2466-2472, 2002.
- [84] E. Dooijes, "Analysis of handwriting movements," *Acta Psychologica*, vol. 54, pp. 99-114, 1983.
- [85] J. Hollerbach, "An oscillation theory of handwriting," *Biological Cybernetics*, vol. 39, pp. 139-156, 1981.
- [86] B. Kay, "The dimensionality of movement trajectories and the degrees of freedom problem: A tutorial," *Human Movement Science*, vol. 7, pp. 343-364, 1988.
- [87] S. Mitra, M. Riley, and M. Turvey, "Chaos in rhythmic movement," *Journal of Motor Behavior*, vol. 29, pp. 195-198, 1997.
- [88] E. Dooijes, and Z. Struzik, "The fractal dimension of handwriting," *In: Proceedings of the IEEE electronics division European workshop on handwriting analysis and recognition: A European perspective*, pp. 1-8, 1994.
- [89] F. Maarse, G. Van Galen, and A. Thomassen, "Models for the generation of writing units in handwriting under variation of size slant and orientation," *Human Movement Science*, vol. 8, pp. 271-288, 1989.
- [90] R. Plamondon, and B. Clement, "Dependence of peripheral and central parameters describing handwriting generation on movement direction," *Human Movement Science*, vol. 10, pp. 193-221, 1991.
- [91] J. Wann, and I. Nimmo-Smith, "The control of pen pressure in handwriting: A subtle point," *Human Movement Science*, vol. 10, pp. 223-246, 1991.
- [92] J. C. Sprott, and G. Rowlands. *Chaos data analyzer: The professional version*. New York: American Institute of Physics, 1995.
- [93] R. Gencay, and W. Dechert, "An algorithm for the n Lyapunov exponents of an n-dimensional unknown dynamical system," *Physica D*, vol. 59, pp. 142-157, 1992.
- [94] C. Kuan, and L. Tung, "Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent networks," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, pp. 345-364, 1995.
- [95] V. Bouletreau, N. Vincent, R. Sabourin, and H. Emptoz, "Handwriting and Signature: One or Two Personality Identifiers?," *In Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'98)*, vol. 2, pp. 1758-1760, 1998.
- [96] N. Vincent and H. Emptoz, "A classification of writings based on fractals," *Fractal Reviews in the Natural and Applied Sciences*, pp 320-331, 1995.
- [97] S. Athenes, I. Sallagoity, P. Zanone, and J. Albaret, "Evaluating the coordination dynamics of handwriting," *Human Movement Science*, vol. 23, pp. 621-641, 2004.
- [98] G. Gangadhar, D. Joseph, and V. Chakravarthy, "An oscillatory neuromotor model of handwriting generation," *Springer Link*, vol. 10, pp. 69-84, 2007.
- [99] V. Sanguineti, F. Frisone, S. Bruni, and P. Morasso, "Can Non-Linear Muscle Dynamics Explain the Smoothness of Handwriting Movements?," *Acta Psychologica*, vol. 100, pp. 217-227, 1998.
- [100] I. Sallagoity, S. Athènes, P. Zanone, and J. Albaret, "Stability of Coordination Patterns in Handwriting: Effects of Speed and Hand," *Human Kinetics Publishers. Motor Control*, vol. 8, pp. 405-421, 2004.
- [101] A. Van Gemmert, and G. Van Galen, "Stress, neuromotor noise and human performance: A theoretical perspective," *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, vol. 23, pp. 1299-1313, 1997.
- [102] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," *In Dynamical systems and turbulence, Lecture Notes in Mathematics*, vol. 898, pp 366-381, 1981.
- [103] J. Sprott, J. *Chaos and Time-Series Analysis*. Oxford University Press, 2003.
- [104] L. Xu, K. Wang, and L. Wang, "Gaussian kernel approximate entropy algorithm for analyzing irregularity of time-series," *Proc. of the 14th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 18-21, 2005.
- [105] S. Pincus, "Approximate entropy as a measure of system complexity," *Proc. Nati. Acad. Sci.* vol. 88, pp. 2297-2301, 1991.
- [106] J. Richman, and J. Moorman, "Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy," *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, vol. 278, pp. 2039-2049, 2000.
- [107] W. Chen, Z. Wang, H. Xie, and W. Yu, "Characterization of surface EMG signal based on fuzzy entropy," *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, vol. 15, pp. 266-72, 2007.