

# Localización y Dimensionamiento Óptimo de Generadores Distribuidos y Bancos de Condensadores en Sistemas de Distribución

Oscar Danilo Montoya Giraldo<sup>1</sup>, Carlos Alberto Ramírez Vanegas<sup>1</sup>, Luis Fernando Grisales Noreña<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

<sup>2</sup>Ingeniería eléctrica, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia

**Resumen**—Este artículo presenta la localización y el dimensionamiento óptimo de generadores distribuidos (GD) y bancos de condensadores (BC) en sistemas radiales de distribución para minimizar las pérdidas de potencia activa (PPA) y reactiva (PPR). Un modelo de programación no lineal entera mixta (PNLEM) se propone como formulación matemática del problema. Este modelo matemático es resuelto mediante el paquete de optimización comercial de modelado general de sistemas algebraicos (GAMS) y el solver CONOPT. La implementación en GAMS es presentada con un sistema de prueba de 10 nodos clásico de la literatura especializada. Como sistema de prueba es empleado el sistema de 33 nodos y son considerados tres escenarios de simulación. El primero consiste en evaluar la inclusión únicamente de generadores distribuidos, en el segundo escenario se consideran sólo bancos de condensadores y en el tercer escenario se plantea la integración de ambos elementos. Los resultados obtenidos muestran que cuando se integran de manera conjunta capacitores y generadores distribuidos a la red, mejora significativamente las características operativas del sistema en relación con los dos primeros escenarios analizados.

**Palabras clave**—Bancos de condensadores, generación distribuida, modelo de programación no lineal entera mixta, optimización matemática, sistemas de distribución.

**Abstract**—This paper presents the optimal location and sizing of distributed generators and capacitor banks in radial distribution networks to minimize the active and reactive power losses. A mixed-integer nonlinear mathematical model is proposed to formulate the problem. This mathematical model is solved through general algebraic modeling system (GAMS) and the CONOPT solver. GAMS implementation is presented with 10 nodes test system classical used in the specialized literature. As test system, the 33 nodes system is used under three simulation scenarios. The first simulating scenario consists only in the location of distributed generators, while the second scenario evaluates only the location of capacitor banks and the third scenario combines both elements. The simulation results obtained show that the integration of both elements improve

significantly the operating features of the system by comparison with the first two scenarios analyzed.

**Key Word** — Capacitor banks, distributed generation, mixed-integer nonlinear programming, mathematical optimization, distribution systems.

## ACRÓNIMOS

BC	:	Bancos de condensadores
GAMS	:	Modelado general de sistemas algebraicos.
GD	:	Generación distribuida
OR	:	Operadores de red.
PNLEM	:	Programación no lineal entera mixta.
SD	:	Sistemas de distribución.
PPA	:	Pérdidas de potencia activa.
PPR	:	Pérdidas de potencia reactiva.

## NOMENCLATURA

### Conjuntos

$\Omega_N$  Conjunto que contiene todos los nodos del SD.

### Parámetros, subíndices y superíndices

$i, ij$	Subíndices asociados a los nodos y los tramos de red del SD, respectivamente.
$N_{dis}^{BC}$	Número máximo de BC que pueden ser localizados en el SD.
$N_{dis}^{GD}$	Número máximo de GD que pueden ser localizados en el SD.
$P_i^{BC,max}$	Límite superior de la potencia reactiva que puede ser generada por un BC [VAr].
$P_i^{GD,max}$	Límite superior de la potencia activa que puede ser generada por un GD [W].

$P_i^D$	Potencia activa demandada en el nodo $i$ en el período $h$ [W].
$Q_i^D$	Potencia reactiva demandada en el nodo $i$ en el período $h$ [VAr].
$V_i^{\max}$	Límite máximo de tensión en el nodo $i$ [V].
$V_i^{\min}$	Límite mínimo de tensión en el nodo $i$ [V].
$Y_{ij}$	Magnitud de la admitancia asociada al tramo de red $ij$ [S].
$\alpha$	Factor asociado a la penetración permitida de GD en el SD [%].
$\beta$	Factor asociado a la penetración permitida de BC en el SD [%].
$\phi_{ij}$	Ángulo de la admitancia asociada al tramo de red $ij$ [rad].
<i>Variables</i>	

$P_i^{GC}$	Potencia activa generada en el nodo $i$ por un GC [W].
$P_i^{GD}$	Potencia activa generada en el nodo $i$ por un GD [W].
$Q_i^{GC}$	Potencia reactiva generada en el nodo $i$ por un GC [VAr].
$Q_i^{BC}$	Potencia reactiva generada en el nodo $i$ por un BC [VAr].
$V_i, V_j$	Magnitud de la tensión en el nodo $i$ ( $j$ ) en el período $h$ [V].
$x_i$	Variable de decisión que toma el valor de 1 si un GD es ubicado en el nodo $i$ , en caso contrario toma el valor de cero.
$w_i$	Variable de decisión que toma el valor de 1 si un BC es ubicado en el nodo $i$ , en caso contrario toma el valor de cero.
$\theta_i$	Ángulo de la tensión en el nodo $i$ en el período $h$ [rad].
$\theta_j$	Ángulo de la tensión en el nodo $j$ en el período $h$ [rad].

## I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas eléctricos de potencia están en constante crecimiento debido al aumento constante de los centros de consumo, principalmente por el aumento de la población [1]. Adicionalmente la aparición de grandes empresas multinacionales, así como el endurecimiento de las políticas regulatorias en torno a la calidad del servicio han contribuido a la necesidad de expandir y operar de manera eficiente las redes eléctricas y los sistemas de suministro de energía [2]. En este sentido los operadores de red (OR) se han visto en la necesidad de mejorar características operativas en el servicio de electricidad, como lo son: mejorar los perfiles de tensión, reducir las pérdidas de potencia activa (PPA) y pérdidas de potencia reactiva (PPR), reducir niveles de energía no servida e indicadores de calidad del servicio, entre otros [3].

Lo anterior pretende que los OR maximicen la eficiencia eléctrica de su sistema de suministro de energía al tiempo que se mejora la calidad del servicio que perciben los usuarios finales y sus características técnico-operativas [2-3].

En la literatura especializada existen múltiples estrategias relacionadas con la reducción de las PPA y las PPR, las cuales se encuentran directamente relacionadas con los perfiles de tensión, y finalmente la calidad de la energía [4]. Dentro de las estrategias empleadas para la reducción de PPA se emplean la reconfiguración de redes, la ubicación óptima de generadores distribuidos, ubicación de bancos de condensadores, así como la ubicación de reguladores de tensión, entre otros [5]. En este trabajo el interés principal es analizar el impacto que tiene la generación distribuida y los bancos de condensadores en sistemas de distribución (SD) con el objetivo de reducir PPA y PPR [6-9].

En este sentido, se propone analizar tres escenarios de simulación los cuales se clasifican así: el primero corresponde a la localización de generadores distribuidos, en el segundo escenario se considerará únicamente la ubicación de bancos de condensadores y, por último, en el tercer escenario se evaluará la integración de ambos elementos al sistema eléctrico de distribución; todo lo anterior con el objetivo de minimizar las PPA y PPR. Con estos escenarios se pretende mostrar que una adecuada ubicación y dimensionamiento de estos elementos en manera conjunta, permite impactar en mejor manera los aspectos técnico-operativos de la red (PPA y PPR, en el caso bajo análisis), que cuando son empleados por separado.

Las diferentes secciones que comprende este documento están organizadas de la siguiente forma: en la sección II se presenta una breve revisión del estado del arte en relación con el problema de ubicación óptima de generadores distribuidos y bancos de condensadores, se revisan las técnicas de solución, así como los modelos matemáticos empleados. En la sección III se presenta la formulación matemática del problema empleando un modelo de programación no lineal entera mixta (PNLEM). En la sección IV se presenta la metodología propuesta y un ejemplo de aplicación mediante la implementación de un pequeño sistema de prueba en GAMS. Por su parte, la sección V presenta la información relacionada con el sistema de prueba y los escenarios de simulación; mientras la sección VI presenta los resultados obtenidos y su correspondiente análisis. Finalmente, la sección VII presenta las conclusiones derivadas de este trabajo, seguido la lista de referencias.

## II. REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

En la literatura especializada los temas de compensación de potencia activa y reactiva han estado presentes en los últimos 50 años de manera constante. Estas compensaciones de energía son principalmente realizadas por generadores distribuidos y bancos de condensadores. En este sentido, está breve revisión del estado del arte se enfoca en trabajos asociados a la ubicación óptima de GD y BC en sistemas de distribución, concentrándose principalmente en el modelo matemático que representa el problema y la técnica de

solución empleada.

La ubicación óptima de capacitores en sistemas de distribución ha sido estudiada en [6-7], a través de un modelo matemático basado en flujos de potencia como técnica de solución; para la solución del modelo matemático es empleada una adaptación de la técnica de optimización metaheurística conocida como algoritmo genético. En [8] se propone un algoritmo de optimización combinatorial conocido como búsqueda tabú, el cual es implementado para resolver el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de condensadores. Este problema es formulado a través de un modelo matemático de optimización mono-objetivo, que tiene como objetivo la minimización de los costos de inversión y operación para un período de 10 años. Los autores en [10] presentan una estrategia para ubicar capacitores en el lado de baja tensión de los transformadores de distribución para compensar las PPA causadas en estos dispositivos elementos, para formular el problema se aprovechan las características de los flujos de potencia en sistemas radiales, presentando como función objetivo la minimización los costos de inversión y operación. Finalmente, en [11], es presentada una metodología para minimizar los costos de inversión, operación y mantenimiento de una red radial de distribución cuando son ubicados capacitores en el sistema. El modelo matemático es simplificado a través de una técnica heurística basada en criterios de sensibilidad, la cual permite encontrar los nodos aptos para ubicar compensación capacitiva. En [12] es empleada la técnica de optimización hormiga león para determinar la capacidad óptima de potencia reactiva y las ubicaciones de los BC. La función objetivo empleada por los autores busca minimizar las pérdidas totales de potencia en el sistema de distribución y el costo anual total asociado a estas.

En el caso de la ubicación óptima de GD, los autores de [13] emplean compensación de energía activa para mejorar perfiles de tensión en sistemas de distribución. En el modelo matemático se propone una función cuadrática que representa la desviación de los voltajes respecto de la referencia y es resuelto a través de su implementación en GAMS. En [14] se propone una estrategia de solución con una técnica de optimización combinatorial conocida como búsqueda caótica de organismos simbióticos para resolver el problema de ubicación de GD multi-objetivo. El problema consiste en la minimización de las PPA y la mejora del perfil de tensión. Los autores en [15] realizan la expansión multi-etapa de sistemas radiales de distribución por medio de un modelo de programación lineal entera mixta, en la cual minimizan los costos de inversión, operación y mantenimiento para una red; teniendo como posibilidad la inclusión de GD. Por otro lado, los autores de [16] presentan un modelo matemático que formula de manera exacta el problema de flujo de potencia en redes de distribución por medio de la descomposición de las ecuaciones de flujo de potencia, este algoritmo es empleado para ubicar y dimensionar GD en lo que los autores llaman un método analítico, ya que este no requiere de procesos iterativos para encontrar la solución. En [17] emplean una formulación no lineal entera mixta para formular el problema de ubicación y dimensionamiento de generadores distribuidos

en redes eléctricas de distribución. Los autores proponen como método de solución una estrategia maestro esclavo entre el algoritmo poblacional basado en aprendizaje incremental y la técnica de optimización por cumulo de partículas, empleando una función mono-objetivo ponderada que incluye las PPA y el error cuadrado de tensión.

A diferencia de los trabajos anteriores en los que los problemas de ubicación y dimensionamiento de GD y CB en sistemas de distribución se han estudiado de manera separada, en este trabajo se propone la formulación de un modelo de PNLEM para este problema, en el cual se permite seleccionar la tecnología de interés (GD o CB) o una combinación de ambas para la reducción de PPA y PPR.

### III. MODELADO MATEMÁTICO

Para describir matemáticamente el problema localización y dimensionamiento óptimo de GD y BC en SD es empleado un modelo de PNLEM, el cual se considera como función objetivo la reducción de las PPA del SD durante la hora pico [5]. Como restricciones se consideran las características operativas clásicas del flujo de potencia en sistemas de distribución, así como límites de inyección de potencia activa a la red por parte de los GD y de potencia reactiva por parte de los BC, entre otras. El modelo matemático se presenta de (1) a (8).

$$\min z = \sum_{i \in \Omega_N} V_i \left( \sum_{j \in \Omega_N} V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \right) \quad (1)$$

s.a.

$$P_i^{GC} + P_i^{GD} - P_i^D = V_i \sum_{j \in \Omega_N} V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad \{\forall i \in \Omega_N\} \quad (2)$$

$$Q_i^{GC} + Q_i^{BC} - Q_i^D = V_i \sum_{j \in \Omega_N} V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad \{\forall i \in \Omega_N\} \quad (3)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \{\forall i \in \Omega_N\} \quad (4)$$

$$0 \leq P_i^{GD} \leq x_i P_i^{GD, \max} \quad \{\forall i \in \Omega_N\} \quad (5)$$

$$0 \leq Q_i^{BC} \leq w_i Q_i^{BC, \max} \quad \{\forall i \in \Omega_N\}$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} P_i^{GD} \leq \alpha \sum_{i \in \Omega_N} P_i^D \quad (6)$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} Q_i^{BC} \leq \beta \sum_{i \in \Omega_N} Q_i^D$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} x_i \leq N_{dis}^{GD} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} w_i \leq N_{dis}^{BC}$$

$$\{w_i, x_i\} \in \{0, 1\} \quad \{\forall i \in \Omega_N\} \quad (8)$$

La función objetivo definida en (1) representa las PPA en líneas de distribución como una función de las magnitudes y ángulos de las tensiones en todos los nodos del sistema y los parámetros de los conductores. Es importante resaltar que la reducción de la PPR está directamente relacionadas a la reducción de las PPA al integrar GD o BC, por lo cual no se

consideran dentro de la función objetivo antes descrita. Las restricciones (2) y (3) determinan el balance de potencia activa y reactiva en cada nodo del sistema, mientras que (4) determina las condiciones máximas y mínimas de regulación de tensión en cada nodo.

Por otro lado, en (5) se definen los límites máximos y mínimos de potencia activa que puede ser entregada por un GD localizado en el nodo  $i$ , así como los límites de potencia reactiva inyectada por cada banco de condensadores localizado en el nodo  $i$ . Mientras (6) define el porcentaje de penetración en términos de potencia activa generada por la GD y de potencia reactiva generada por los BC.

Las expresiones (7) y (8) definen la cantidad máxima permitida de GD y BC a ubicar en el sistema y las características binarias de las variables de decisión de ubicación de GD y BC, respectivamente.

Nótese que, en el modelo matemático propuesto se considera que los GD son conectados al SD para generar energía con factor de potencia unitario.

#### IV. METODOLOGIA

La metodología para resolver el modelo de PNLEM propuesto en este artículo está basada fundamentalmente la implementación del modelo matemático presentado desde (1) hasta (8) en el paquete de optimización comercial GAMS [18].

Con el fin de mostrar de manera formal la implementación realizada, considérese el sistema de prueba presentado en la Fig. 1 y la información presentada en la Tabla I. Este corresponde a un sistema de prueba empleado en [11] para estudiar el problema de localización óptima de BC en SD.

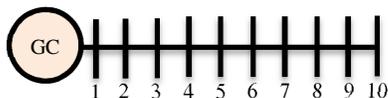


Figura 1. Configuración del sistema de prueba de 10 nodos.

TABLA I. INFORMACIÓN DE TRAMOS DE RED Y DEMANDA PARA EL SISTEMA DE 10 NODOS

Nodo $i$	Nodo $j$	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_i^D$ [kW]	$Q_i^D$ [kVAr]	V [p.u]
1	2	0.1233	0.4127	1840	460	0.9929
2	3	0.2467	0.6051	980	340	0.9823
3	4	0.7469	12.050	1790	446	0.9581
4	5	0.6984	0.6084	1598	1840	0.9427
5	6	19.837	17.276	1610	600	0.9116
6	7	0.9057	0.7886	780	110	0.9015
7	8	20.552	11.640	1150	60	0.8832
8	9	47.953	27.160	980	130	0.8527
9	10	53.434	30.264	1640	200	0.8313

Para realizar la implementación en GAMS es obtenida la matriz de admitancias del sistema, la cual es dividida en magnitud y ángulo (ver los términos  $Y_{ij}$  y  $\phi_{ij}$  en el modelo matemático). Adicionalmente el sistema es transformado a

valores en por unidad con una base de 23kV y 100kW.

Para este sistema debe notarse que tiene unas PPA y unas pérdidas de potencia de reactiva de 861.44kW y 1049.80kVAr, respectivamente, para el caso base con el perfil de tensión mostrado en la última columna de la Tabla I. Para referirse a la implementación del modelo matemático se recomienda ver el libro [18].

Por otro lado, en la Fig. 2 se presentan los resultados obtenidos mediante la implementación en GAMS y la solución mediante el solver CONOPT para una implementación que considera dos CB y dos GD con un nivel de penetración del 50% de potencia activa y reactiva demandada por el sistema. Es de resaltar que el solver CONOPT emplea el método de Gradiente Reducido Generalizado para resolver problemas de optimización no lineal y se combina con métodos discretos como el Branch & Bound, para alcanzar la solución del problema de PNLEM.

```

Ubicación óptima de GD y CB en SD
Execution
---- 110 VARIABLE w.L Variable asociada a la ubicación de BC
N5 1.000, N6 1.000
---- 110 VARIABLE x.L Variable asociada a la ubicación de GD
N9 1.000, N10 1.000
---- 110 VARIABLE z.L = 4.452 PPA [p.u]
---- 110 VARIABLE QBC.L
N5 7.990, N6 8.050
---- 110 VARIABLE PGD.L
N9 4.900, N10 8.200
EXECUTION TIME = 0.031 SECONDS 1.5 Mb WIN212-136

```

Figura 2. Resultados de GAMS para el sistema de 10 nodos.

Todos los datos presentados en la Fig. 2 corresponden a valores en por unidad los cuales reflejan que los GD han sido localizados en los nodos 9 y 10, con capacidades de 490kW y 820kW respectivamente; mientras los BC han con capacidades de 799kVAr y 805kVAr han sido localizados en los nodos 5 y 6 respectivamente. Bajo estas condiciones las PPA finales corresponden a 445.20kW, mientras que la potencia reactiva se redujo hasta 611kVAr, lo que corresponde a reducciones porcentuales de 48.32% y 41.80%, respectivamente en las PPA y PPR de la red.

Con fines de acceso a la información, la implementación computacional completa para el sistema de 10 nodos empleado en el ejemplo puede ser consultado con los autores.

#### V. SISTEMA DE PRUEBA Y ESCENARIOS DE SIMULACIÓN

En esta sección se presenta la información general del sistema de prueba empleado, así como los casos de simulación considerados.

##### A. Sistema de prueba

Este es un sistema de prueba con un único generador convencional (nodo *slack* en la barra 1), de 33 nodos con característica radial que opera a 12.66kV y cuya topología se observa en la Fig. 1. Este alimentador tiene una demanda de

potencia activa y reactiva de 3715kW y 2300kVAr, respectivamente [11]. Los parámetros de las líneas y la demanda de cada nodo se presentan en la Tabla II.

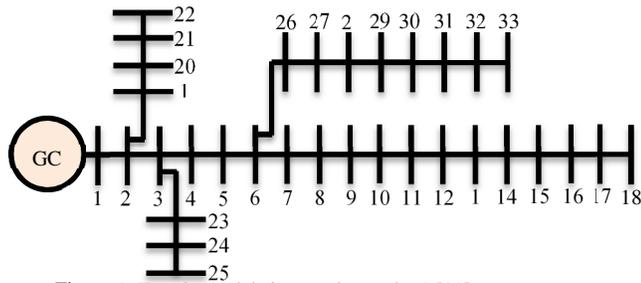


Figura 1. Topología del sistema de prueba 1 [11].

TABLA II. INFORMACIÓN DE TRAMOS DE RED Y DEMANDA PARA EL SISTEMA DE PRUEBA 1

Nodo $i$	Nodo $j$	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_i^D$ [kW]	$Q_i^D$ [kVAr]
1	2	0.0922	0.0477	100	60
2	3	0.4930	0.2511	90	40
3	4	0.3660	0.1864	120	80
4	5	0.3811	0.1941	60	30
5	6	0.8190	0.7070	60	20
6	7	0.1872	0.6188	200	100
7	8	0.7114	0.2351	200	100
8	9	1.0300	0.7400	60	20
9	10	1.0400	0.7400	60	20
10	11	0.1966	0.0650	45	30
11	12	0.3744	0.1238	60	35
12	13	1.4680	1.1550	60	35
13	14	0.5416	0.7129	120	80
14	15	0.5910	0.5260	60	10
15	16	0.7463	0.5450	60	20
16	17	1.2890	1.7210	60	20
17	18	0.7320	0.5740	90	40
2	19	0.1640	0.1565	90	40
19	20	1.5042	1.3554	90	40
20	21	0.4095	0.4784	90	40
21	22	0.7089	0.9373	90	40
3	23	0.4512	0.3083	90	50
23	24	0.8980	0.7091	420	200
24	25	0.8960	0.7011	420	200
6	26	0.2030	0.1034	60	25
26	27	0.2842	0.1447	60	25
27	28	1.0590	0.9337	60	20
28	29	0.8042	0.7006	120	70
29	30	0.5075	0.2585	200	600
30	31	0.9744	0.9630	150	70
31	32	0.3105	0.3619	210	100
32	33	0.3410	0.5302	60	40

El caso base de este sistema de prueba corresponde a unas PPA de 210.98kW, además de unas PPR de 143.13kVAr, con el nivel de tensión más bajo en el nodo 18, la cual corresponde a 0.908 p.u.

**B. Escenarios de simulación**

Para validar el modelo matemático se propone la evaluación de tres escenarios de simulación en los que se permite analizar el impacto que tiene cada tecnología de compensación en las PPA y las PPR, respectivamente.

En este sentido, el primer escenario considera únicamente la posibilidad de ubicar hasta tres BC con un porcentaje de penetración del 60% correspondiente a la demanda de potencia reactiva. El segundo escenario evalúa la posibilidad de ubicar únicamente hasta tres GD con un porcentaje de penetración equivalente al 60% de la demanda de potencia activa. El tercer escenario considera la posibilidad de ubicar tres GD y tres BC cada uno con un máximo de penetración del 30% de la demanda activa y reactiva del sistema sin la presencia de dichos elementos (caso base), respectivamente.

**VI. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL Y RESULTADOS**

La implementación computacional se llevó a cabo empleado el paquete de optimización comercial GAMS y el solver CONOPT en un computador INTEL(R) Core(TM) i5-3550, 3.50GHz, 8 GB RAM de 64 bits y Windows 7 Professional.

En la Tabla III se presentan los resultados de los dos primeros escenarios en términos de PPA y PPR así, como la ubicación y el dimensionamiento de los BC y los GD, respectivamente.

TABLA III. RESULTADOS DE SIMULACIÓN PARA LOS ESCENARIOS DE 1 Y 2

Bancos de condensadores (Escenario 1)			
Nodos	14	25	30
Capacidad [kVAr]	330.4	122.4	927.2
PPA [kW]	139.95		
PPR [kVAr]	95.23		
Generadores distribuidos (Escenario 2)			
Nodos	12	24	30
Capacidad [kW]	812.6	530.2	886.2
PPA [kW]	79.09		
PPR [kVAr]	54.29		

Los resultados presentados en la Tabla III muestran que una inyección de potencia reactiva de 1380kVAr con los BC se obtienen reducciones en PPA y PPR de 33.67% y 33.47%, respectivamente; mientras que cuando son instalados 2229kW en GD se alcanzan disminuciones en PPA y PPR de 62.51% y 62.07%, respectivamente.

La diferencia entre los niveles de inyección de potencia activa y reactiva en los GD y los BC se debe a que se considera el 60% de penetración como función de las potencias activas y reactivas y no de la potencia aparente total del sistema.

Por otro lado, en la Tabla IV se presentan los resultados para el escenario tres en el que son combinados BC y GD.

TABLA IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN PARA EL ESCENARIO 3

Bancos de condensadores (Escenario 3)			
Nodos	16	31	32
Capacidad [kVAr]	174.4	376.2	139.4
Generadores distribuidos (Escenario 3)			
Nodos	13	16	32
Capacidad [kW]	302.4	282.1	530
PPA [kW]	62.72		
PPR [kVAr]	41.05		

De la Tabla IV es posible afirmar que con una inyección de 690kVAr y 1114.5kW en el sistema se obtienen reducciones

en las PPA y PPR de 70.27% y 71.32%, lo cual implica que únicamente con la mitad de la inyección de potencia activa y reactiva reportado en los escenarios 1 y 2, se obtienen reducciones superiores en las pérdidas de energía del sistema; lo cual implica que una adecuada coordinación entre BC y GD es posible mejorar ostensiblemente las condiciones operativas del sistema en lo relacionado con las pérdidas de energía. Por último, en la Fig. 3 se presentan los perfiles de tensión para el caso base y cada uno de los escenarios propuestos.

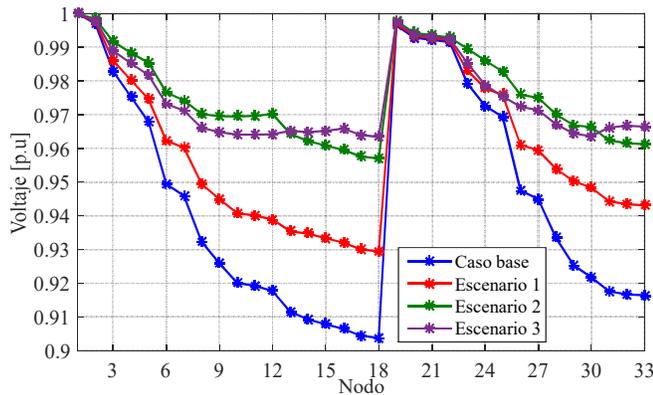


Figura 3. Perfiles de tensión para el sistema IEEE 33 nodos

Al observar los perfiles de tensión para todos los nodos del sistema presentados en la Fig. 3, es posible notar que el nodo 18 conserva la peor regulación de tensión para todos los escenarios de simulación; sin embargo, los escenarios 2 y 3 presentan niveles de tensión superiores al 0.95p.u., lo cual implica existe una fuerte correlación entre la cantidad de potencia activa inyectada al sistema y la mejora de los voltajes del sistema.

No obstante, es importante resaltar que el escenario 3 el cual corresponde a la mejor opción en términos de PPA y PPR, tiene un comportamiento muy similar al escenario 2 en términos del perfil de tensión, lo cual significa que existen diversas combinaciones de potencia activa y reactiva que al ser inyectadas en el sistema producen mejoras significativas en los perfiles de tensión del sistema.

En términos de costo computacional el paquete optimizador GAMS tarda un promedio de 1.2s en encontrar la solución óptima para cada uno de los escenarios de simulación propuestos, lo cual es una ventaja significativa en relación con las técnicas de optimización combinatorial. Esta velocidad puede ser aprovechada para realizar múltiples simulaciones y analizar los mejores escenarios de ubicación y dimensionamiento de GD y BC por parte de los OR con el fin de tomar las decisiones que lleven a encontrar una mejor solución del problema. Es importante resaltar que el solver CONOPT indica dentro de sus resultados si la respuesta encontrada es la solución óptima del problema, lo cual ocurrió en todos los escenarios de prueba planteados dentro de este documento.

## VII. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se desarrolló un modelo matemático del tipo PNLEM para representar el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de GD y BC en SD, el cual es implementado en el paquete de optimización comercial GAMS y es resuelto a través del solver CONOPT con tiempos de computo de 1.2s en promedio.

Los escenarios de simulación muestran claramente que la inyección de potencia activa y reactiva en el sistema de manera independiente tiene impacto positivo en la disminución de las PPA y PPR; sin embargo, cuando se realiza una inyección simultánea de potencia activa y reactiva, se obtienen resultados de mejor calidad, ya que los flujos de potencia se redistribuyen de una manera más eficiente.

Es posible observar que la inyección de potencia activa y reactiva está correlacionada con la mejora en los perfiles de tensión del sistema; no obstante, está no es una relación lineal o proporcional, debido a que este problema pertenece al conjunto de los problemas no lineales y no convexos y pueden existir múltiples combinaciones en las inyecciones de potencia reactiva con comportamientos muy similares en términos de perfil de voltaje.

Como trabajos futuros se proponen los siguientes: en primer lugar explorar el impacto de las curvas de generación y demanda de energía en el la ubicación y dimensionamiento de GD y BC y en las reducciones efectivas en las PPA y PPR, en segundo lugar se propone analizar este problema desde el punto vista del impacto económico en términos de inversión, operación y mantenimiento que deben asumir los OR y los beneficios técnicos y regulatorios que recibirían al implementar estas estrategias de compensación de energía en el SD. Por último, se podrían considerar GD con capacidad de inyección de potencia reactiva y comparar los resultados con los presentados en este trabajo.

## AGRADECIMIENTOS

Al programa de becas de doctorado nacional patrocinadas por la convocatoria 727 de 2015 realizada por COLCIENCIAS y al programa de Doctorado en Ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira.

## REFERENCIAS

- [1] R. R. Gonçalves, J. F. Franco and M. J. Rider, "Short-term expansion planning of radial electrical distribution systems using mixed-integer linear programming," in *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 9, no. 3, pp. 256-266, 2 19 2015. doi: 10.1049/iet-gtd.2014.0231
- [2] O. D. Montoya, A. Grajales, A. Garces and C. A. Castro, "Distribution Systems Operation Considering Energy Storage Devices and Distributed Generation," in *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 5, pp. 890-900, May 2017. doi: 10.1109/TLA.2017.7910203
- [3] L. F. Grisales, A. Grajales, O. D. Montoya, R. A. Hincapie, M. Granada and C. A. Castro, "Optimal location, sizing and operation of energy storage in

- distribution systems using multi-objective approach," in *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 6, pp. 1084-1090, June 2017. doi: 10.1109/TLA.2017.7932696
- [4] M. Aman, G. Jasmon, A. Bakar, H. Mokhlis, and M. Karimi, "Optimum shunt capacitor placement in distribution system: a review and comparative study," *Renewable Sustainable Energy Rev.*, vol. 30, pp. 429 – 439, 2014.
- [5] Oscar D. Montoya G, Alejandro Grajales O., Ricardo A. Hincapié I and Mauricio Granada E., "Integrated methodology for optimal distribution system planning considering automatic reclosers to improve reliability indices". In *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*. Vol. 25 N° 3, Jul. 2017.
- [6] R. A. Gallego, A. H. Escobar and D. E. Rodas, "Algoritmo genético especializado para la localización óptima de capacitores en sistemas de distribución de energía eléctrica," in *Scientia et Technica*, Año X, No 25, Ago. 2004.
- [7] M. A. S. Masoum, M. Ladjevardi, A. Jafarian and E. F. Fuchs, "Optimal placement, replacement and sizing of capacitor Banks in distorted distribution networks by genetic algorithms," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, no. 4, pp. 1794-1801, Oct. 2004. doi: 10.1109/TPWRD.2004.835438
- [8] R. A. Gallego, A. J. Monticelli and R. Romero, "Optimal capacitor placement in radial distribution networks," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 630-637, Nov 2001. doi: 10.1109/59.962407
- [9] L.F. Grisales, B.J. Restrepo Cuestas and F.E Jaramillo. "Ubicación y dimensionamiento de generación distribuida: Una revisión." in *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, vol. 27, pp. 157–176, May. 2017, doi: 10.18359/rcin.2344
- [10] Y. Xu, Z. Y. Dong, K. P. Wong, E. Liu and B. Yue, "Optimal Capacitor Placement to Distribution Transformers for Power Loss Reduction in Radial Distribution Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4072-4079, Nov. 2013. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2273502
- [11] A. S. Siddiqui and F. Rahman, "Optimal capacitor placement to reduce losses in distribution system," in *WSEAS TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, vol. 7, no. 1, pp. 12–17, Jan. 2012.
- [12] T. George, A. Youssef, M. Ebeed and S. Kamel, "Ant lion optimization technique for optimal capacitor placement based on total cost and power loss minimization," *2018 International Conference on Innovative Trends in Computer Engineering (ITCE)*, Aswan, 2018, pp. 350-356. doi: 10.1109/ITCE.2018.8316649
- [13] M. López, R. A. Gallego and R. A. Hincapié "Mejoramiento del perfil de tensión en sistemas de distribución empleando generación distribuida," in *Scientia et Technica*, Año XVI, No 44, Abr. 2010.
- [14] S. Saha and V. Mukherjee, "Optimal placement and sizing of DGs in RDS using chaos embedded SOS algorithm," in *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 10, no. 14, pp. 3671-3680, 11 4 2016. doi: 10.1049/iet-gtd.2016.0151
- [15] G. Muñoz-Delgado, J. Contreras and J. M. Arroyo, "Joint Expansion Planning of Distributed Generation and Distribution Networks," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 5, pp. 2579-2590, Sept. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2364960
- [16] S. Elsaiah, M. Benidris and J. Mitra, "Analytical approach for placement and sizing of distributed generation on distribution systems," in *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 8, no. 6, pp. 1039-1049, June 2014. doi: 10.1049/iet-gtd.2013.0803
- [17] L. F. Grisales-Noreña, D. Gonzalez-Montoya, , and C. A. Ramos-Paja, "Optimal Sizing and Location of Distributed Generators Based on PBIL and PSO Techniques," *Energies*, vol. 11, no. 4, pp. 1–27, Apr 2018.
- [18] E. Castillo, A. Conejo, P. Pedregal, R. García, and N. Alguacil, *Building and Solving Mathematical Programming Models in Engineering and Science*, ser. Pure and Applied Mathematics: A Wiley Series of Texts, Monographs and Tracts. Wiley, 2001.