

# Kinematic Design of a 2-PRR Parallel Robot

## Diseño Cinemático de un Robot Paralelo 2-PRR

S. Durango-Idárraga  ; M. C. Delgado-Martínez  ; C. A. Álvarez-Vargas  ; R. D. Flórez-Hurtado  ; M. A. Flórez-Ruiz 

**Abstract**— In civil construction **Abstract**— This paper presents a dimensional synthesis for a 2-PRR planar parallel robot with a structural plane of symmetry. This robot can achieve the translation of the moving platform without changing the orientation, being useful for applications that require controlled positions with high rigidity. Because the performance of parallel robots is highly sensitive to their geometric parameters, many methodologies to state the dimensional synthesis has been developed. We used the method of Parameter - Finiteness Normalization Method (PFNM) to state the dimensional synthesis using Global Condition Index (GCI) and workspace ( $w_t$ ) design atlases. For the two, GCI and  $w_t$ , designed atlases, it is not possible to maximize one of the indexes without diminishing the other one, which represents a design compromise. Also, we remark singular configurations that are coming from specific geometry or limit positions. The complete dimensional synthesis is also presented.

**Index Terms**— Dimensional synthesis, design atlas, global condition index, parallel robot, workspace.

**Resumen**— Este artículo presenta una síntesis dimensional para un robot plano paralelo 2-PRR con estructura simétrica. Este robot posibilita la translación de la mesa móvil sin cambios en la orientación, lo cual resulta útil en aplicaciones que requieren posiciones controladas con alta rigidez. Debido a la alta sensibilidad que tienen estos robots con respecto a los cambios geométricos, muchas metodologías han sido desarrolladas para establecer la síntesis dimensional. En este trabajo se usó el Método de Normalización de Parámetros Finitos (PFNM) para establecer las dimensiones usando dos atlas de diseño, para el Índice Globales de Condición (GCI), y para el espacio de trabajo ( $w_t$ ). Se muestra que, para los dos atlas de diseño, GCI y  $w_t$ , no es posible maximizar uno de los índices sin disminuir el otro, lo que representa un compromiso de diseño. Igualmente, se resaltan configuraciones singulares que vienen de geometrías específicas o de posiciones límite. La síntesis dimensional completa del 2-PRR es también presentada.

Este manuscrito fue enviado el 15 de mayo del 2020 y fue aceptado el 26 de septiembre del 2020.

Este trabajo fue parcialmente financiado por el programa de 40 000 primeros empleos de la República de Colombia (administrado por CONFA) que financió a la Joven Investigadora Mariline Delgado por un año, a partir de septiembre de 2018.

S. Durango, M. Delgado, y C. Álvarez son integrantes del Grupo Diseño Mecánico y Desarrollo Industrial de la Universidad Autónoma de Manizales, Colombia (e-mail: sebastiandi@autonoma.edu.co, catalina08delgado@gmail.com, dekinov@autonoma.edu.co)

R. Flórez es integrante del Grupo Automática de la Universidad Autónoma de Manizales, Colombia (e-mail: rubenf@autonoma.edu.co).

M. Flórez es Estudiante de la Maestría en Sistemas Automáticos de Producción de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia (e-mail: florez244@gmail.com)

**Palabras claves**— Atlas de diseño, espacio de trabajo, índice global de condición, robot paralelo, síntesis dimensional.

### I. INTRODUCCIÓN

LOS robots paralelos han logrado reconocimiento en aplicaciones industriales debido a ventajas como conexión directa de la base a la plataforma móvil, soporte de cargas elevadas, alta rigidez en su espacio de trabajo y capacidad de realizar movimientos rápidos y precisos [1].

El rendimiento de los robots paralelos es sensible a sus parámetros geométricos, entonces para lograr un desempeño requerido se seleccionan las dimensiones de un espacio de diseño [2][3][4][5].

La síntesis dimensional se sirve de optimizaciones, donde los requerimientos de diseño se traducen en funciones objetivo evaluadas en el espacio de diseño [6], como es el caso del robot paralelo plano 5R que se ha dimensionado usando algoritmos genéticos para optimizar el espacio de trabajo y la destreza del robot [7]. Los índices de desempeño también sirven en la síntesis topológica, donde se comparan robots paralelos evaluando índices relacionados con velocidad, capacidad de carga y rigidez [8]. Estas metodologías tienen en común una demanda computacional alta para evaluar los índices en el espacio de diseño y dificultades para expresar los resultados de manera que sean cómodos de interpretar.

Como alternativa Liu y Wang [9] han desarrollado un método de normalización de parámetros finitos (PFNM) que es útil en el diseño de algunos robots paralelos planos. Este método se basa en la construcción de atlas de diseño a partir de las relaciones entre parámetros acotados y normalizados ( $r_i$ ) y el índice de rendimiento a evaluar. Para lograr una herramienta gráfica se reduce la dimensionalidad del espacio de diseño a uno de dos coordenadas ( $s, t$ ), en el cual se representan los índices de rendimiento, por ejemplo como mapas de colores [10]. La normalización de los parámetros geométricos permite representar el universo de robots de diferentes escalas en un espacio acotado de diseño. Una vez determinado un conjunto de parámetros normalizados (adimensionales) óptimos, entonces es posible volver al espacio dimensional a través de un factor de normalización  $D$ , el cual es el promedio de los parámetros geométricos del mecanismo [11].

La síntesis dimensional usa modelos cinemáticos para evaluar un desempeño requerido, por ejemplo, un número de condición, en un espacio de trabajo ( $W$ ). Para el espacio de trabajo también se analizan sus singularidades. Respecto a los desempeños uno habitual es el índice local de condición



(LCI), definido en  $[0, 1]$ , y que estima la razón entre las capacidades de cambio en las direcciones de movimiento de la plataforma móvil. Para el LCI valores cercanos a 1 representan comportamientos cercanamente isotrópicos, mientras valores cercanos a cero representan la vecindad con una singularidad [12]. Para representar de manera general el espacio de trabajo se ha desarrollado el índice global de condición (GCI) [13] que integra el LCI en un espacio de trabajo.

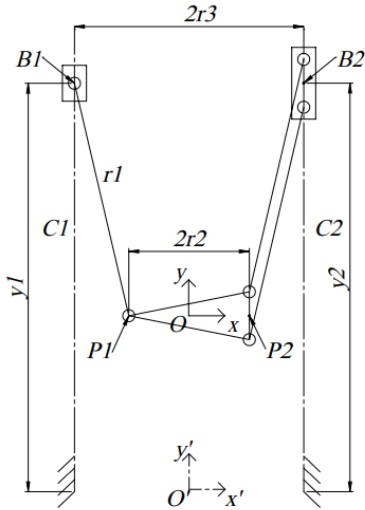


Fig 1, mecanismo paralelo plano 2-PRR.

A continuación se presenta el diseño cinemático de un robot 2-PRR, que es un paralelo plano que logra la traslación de la mesa móvil sin cambio en la orientación [14]. Las coordenadas generalizadas se asocian a dos juntas prismáticas paralelas conectadas a la base. El robot tiene aplicación en operaciones de posicionamiento en un plano y puede combinarse con otros sistemas para posicionar en el espacio. La estructura, representada por un conjunto de tres parámetros geométricos  $(r_1, r_2, r_3)$ , se presenta en la Fig.1. El diseño cinemático consiste en definir el conjunto de parámetros para un desempeño requerido, por ejemplo, el tamaño del espacio de trabajo  $W$ , o el GCI. Con respecto a otros trabajos [14][15] se ha redefinido  $W$  como un segmento perpendicular a la dirección de los pares prismáticos, desacoplando la dirección paralela que ahora solo determina la longitud de los actuadores. El proceso de diseño se ha desarrollado gráficamente al mapear el espacio de diseño  $\{r_1, r_2, r_3\}$  a un ortogonal  $\{s, t\}$  y representado los índices de desempeño como mapas de colores [13].

La estructura del documento es: la sección 2 describe y modela la cinemática del robot 2-PRR y presenta los fundamentos de la síntesis dimensional. La sección 3 presenta los atlas de diseño  $w_t$  y GCI y muestra su uso en un diseño. Las conclusiones se presentan en la sección 4.

## II. PROBLEMA GEOMÉTRICO

### A. Descripción topológica del robot 2-PRR

El robot paralelo plano con estructura 2-PRR, presentado en la Fig.1, está compuesto por un bastidor tipo pórtico, una

plataforma móvil, dos extremidades, y dos actuadores lineales conectados a la base. La mesa móvil se conecta mediante dos extremidades  $P_1B_1$  y  $P_2B_2$  formadas por eslabones binarios y pares de rotación. Una de las extremidades tiene una estructura de paralelogramo para restringir el movimiento de la mesa exclusivamente a una traslación. Los pares activos  $B_1$  y  $B_2$  son accionados sobre las columnas  $C_1$  y  $C_2$  respectivamente. Para modelar el sistema se requieren tres parámetros:  $r_1$  es la longitud de las extremidades,  $r_2$  es la semilongitud de la plataforma móvil, y  $r_3$  denota la semidistancia entre las dos columnas.  $O'x'y'$  es el marco de referencia y  $Oxy$  es un marco de coordenadas móvil solidario con la mesa.

### B. Problema geométrico inverso

Dada la posición  $[x \ y]^T$  de la mesa móvil, se requiere el vector de variables de las juntas activas  $[y_1 \ y_2]^T$ . Se define el vector posición del punto  $O$  respecto al marco de referencia fijo:

$$\mathbf{P}_O = [x \ y]^T. \quad (1)$$

El vector  $\mathbf{r}_{P_i}$ , con  $i = 1, 2$ , describe la posición de las juntas rotacionales  $P_1$  y  $P_2$  y se define en el sistema móvil como:

$$\mathbf{r}_{P_1} = [-r_2 \ 0]^T, \quad \mathbf{r}_{P_2} = [r_2 \ 0]^T, \quad (2)$$

el vector  $\mathbf{P}_i$  describe la posición de las juntas rotacionales  $P_1$  y  $P_2$  con respecto al marco fijo y puede ser expresado como:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_O + \mathbf{r}_{P_i}, \quad (i = 1, 2). \quad (3)$$

El vector  $\mathbf{r}_{B_i}$  con  $i = 1, 2$ , es el vector posición de los actuadores lineales  $B_1$  y  $B_2$  con respecto al marco móvil y se desarrolla como:

$$\mathbf{r}_{B_1} = [-r_3 \ y_1]^T, \quad \mathbf{r}_{B_2} = [r_3 \ y_2]^T. \quad (4)$$

El sistema queda definido por la restricción geométrica:

$$\|\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{B_i}\| = r_1, \quad (i = 1, 2). \quad (5)$$

El problema geométrico inverso tiene cuatro soluciones de acuerdo con la ecuación (5) y según se plantea en [14] y [16]. Para la configuración del mecanismo mostrada en la Fig.1 se define la solución:

$$y_1 = y + \sqrt{r_1^2 - (x - r_2 + r_3)^2}. \quad (6)$$

$$y_1 = y + \sqrt{r_1^2 - (x + r_2 + r_3)^2}. \quad (7)$$

### 1) Problema geométrico directo

Para el problema directo el vector de variables de las juntas activas  $[y_1 \ y_2]^T$  es conocido, entonces el problema es determinar la posición  $[x \ y]^T$  de la plataforma móvil de

acuerdo con el marco de referencia.

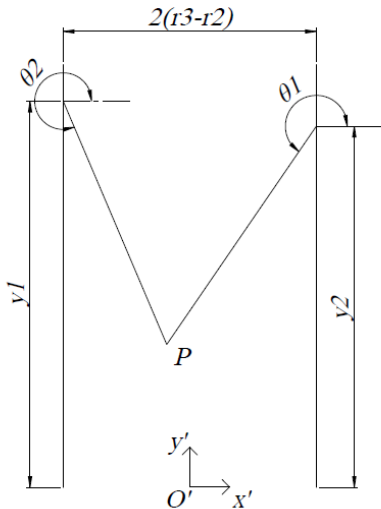


Fig.2, esquema para el problema geométrico inverso.

El punto  $P$  en la Fig.2 representa la contracción de la mesa móvil. El marco de referencia móvil  $Oxy$  coincide con el punto  $P$ . Se definen los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , cuyos valores están asociados a la posición de la plataforma móvil. A continuación, se desarrolla el modelo directo [16]:

$$U = y_1 - y_2, \quad (8)$$

$$V = 2(r_3 - r_2). \quad (9)$$

Se plantea la restricción geométrica:

$$-r_1 \sin \theta_1 - U = -r_1 \sin \theta_2, \quad (10)$$

$$-r_1 \cos \theta_1 + V = r_1 \cos \theta_2. \quad (11)$$

La siguiente expresión se obtiene elevando al cuadrado y sumando (10) y (11):

$$k_1 \sin \theta_1 + k_2 \cos \theta_1 = k_3, \quad (12)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_1 &= 2Ur_1, \\ k_2 &= -2Vr_1, \\ k_3 &= -(U^2 + V^2). \end{aligned} \quad (13)$$

La referencia [17] propone una solución para una ecuación de la forma  $k_1 \sin \theta + k_2 \cos \theta = k_3$  como:

$$\theta_1 = \text{atan2}(k_1, k_2) + \text{atan2}\left(\sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}, k_3\right). \quad (14)$$

Donde  $\text{atan2}$  es la función arco tangente de dos argumentos que regresa el valor del ángulo en los cuatro cuadrantes. La posición de la plataforma móvil es ahora:

$$x = -r_3 + r_1 \cos \theta_1 + r_2, \quad (15)$$

$$y = y_1 + r_1 \sin \theta_1. \quad (16)$$

### C. Análisis de Singularidades

Una limitación importante de los mecanismos paralelos es que las singularidades pueden existir dentro del espacio de trabajo, en ocasiones reduciéndolo de manera importante. Debido a esto, es necesario desarrollar un modelo para las singularidades como insumo fundamental del diseño cinemático. Las variables de las juntas activas se agrupan en el vector  $\mathbf{q} = [y_1 \ y_2]^T$  y la posición de la plataforma móvil se define por el vector  $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ . Así las restricciones cinemáticas impuestas por los eslabones pueden ser descritas mediante la función:

$$F = \begin{bmatrix} y - y_1 + \sqrt{r_1^2 - (x - r_2 + r_3)} \\ y - y_2 + \sqrt{r_1^2 - (x + r_2 - r_3)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

El modelo diferencial está definido por [18] como:

$$J_q \dot{\mathbf{q}} = J_x \dot{\mathbf{x}}, \quad (18)$$

donde, para el robot 2-PRR,

$$J_x = \begin{bmatrix} -(x - r_2 + r_3) & y - y_1 \\ -(x + r_2 + r_3) & y - y_2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} y - y_1 & 0 \\ 0 & y - y_2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Se define la matriz Jacobiana del mecanismo  $J = J_q^{-1} J_x$ :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{r_2 - r_3 - x}{y - y_1} & 1 \\ \frac{r_3 - r_2 - x}{y - y_2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Las singularidades de la cinemática directa, Fig.3(a), e inversa, Fig.3(b), ocurren cuando  $\det(J_x)$ ,  $\det(J_q)$ , o ambos, son iguales a cero.

En el caso del robot 2-PRR el  $\det(J_x) = 0$  ocurre cuando  $r_3 + x = r_2$  o  $r_2 + x = r_3$ . Esta singularidad se presenta cuando la extremidad del lado izquierdo es paralela a la extremidad del lado derecho, como se muestra en la Fig.3(a).

El  $\det(J_q) = 0$  ocurre cuando  $y = y_1$  o  $y = y_2$ . Esta singularidad se presenta cuando una de las extremidades es paralela al eje  $x$ , como se muestra en la Fig.3(b).

El tipo de singularidad que se muestra en la Fig.3(b), implica que no es posible determinar cuál será el modo de ensamble que asumirá el robot, pues la extremidad que está alineada con el eje  $x$  se inestabiliza. Por lo tanto, la configuración límite del mecanismo se define por dicha singularidad.

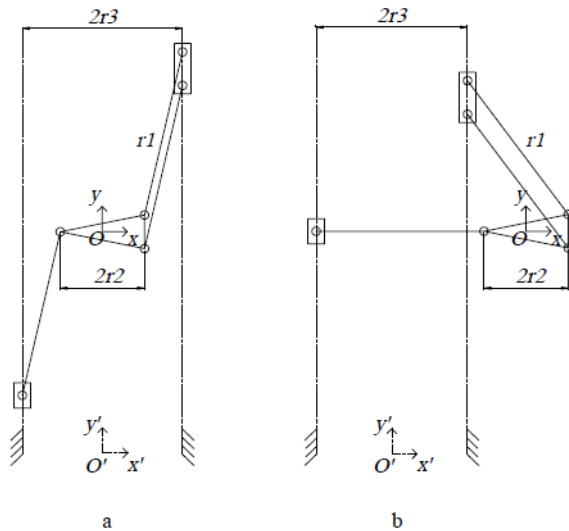


Fig. 3. singularidades del robot 2-PRR simétrico.

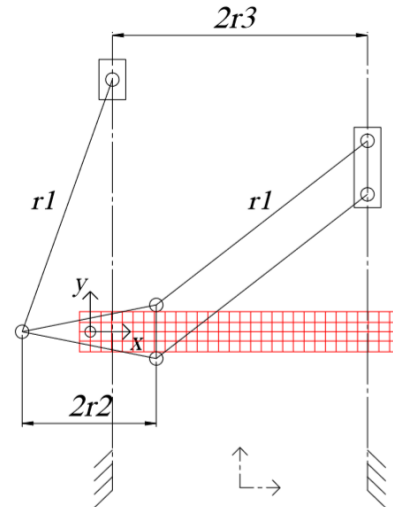


Fig. 4. espacio de trabajo de un robot 2-PRR.

D. Síntesis dimensional

Los tres parámetros normalizados, acotados y adimensionales ( $r_1, r_2, r_3$ ) que definen la geometría del robot 2-PRR tienen su equivalente dimensional en los parámetros ( $R_1, R_2, R_3$ ). La razón entre los parámetros es  $D = (R_1 + R_2 + R_3)/3$ .

1) Espacio de trabajo  $w_t$

El espacio de trabajo se define como el segmento entre las singularidades, del tipo presentado en la Fig.3(b), en la dirección perpendicular a la línea de acción de los pares activos. Está definición difiere de la presentada por [14], representando a  $w_t$  como un segmento en lugar de un área, y correspondiendo con la distribución de los desempeños que solo es función de la posición  $x$  de la plataforma móvil (esto se verifica, por ejemplo, por la matriz  $J$  que es independiente de la variable  $y$ ). La dirección paralela a la línea de acción de los pares activos define, exclusivamente, la longitud de los actuadores. Para el análisis de los desempeños en el espacio de trabajo también es posible tomar ventaja de la simetría con respecto al eje  $y'$ . El espacio de trabajo se ilustra como una retícula en la Fig.4.

Dadas la simetría y la independencia de los desempeños con respecto a la posición  $y$  de la plataforma móvil, los mapas locales de los desempeños se pueden construir exclusivamente para un rango en la dirección  $x$  que corresponda con el semisegmento de  $w_t$ . Se presentan dos casos:

$$w_t = r_3 + r_1 - r_2 \quad \text{si } r_2 > r_3, \tag{22}$$

$$w_t = r_1 + r_2 - r_3 \quad \text{si } r_3 > r_2. \tag{23}$$

2) Índice Global de Condición

El número de condición  $k_j$  de la matriz Jacobiana es una medida de la controlabilidad del mecanismo.

$$k_j = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad k_j \geq 1, \tag{24}$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son el máximo y el mínimo valores singulares de  $J$ . El recíproco  $1/k_j$  del número de condición es el LCI, donde  $LCI \in [0 \ 1]$ . Para evaluar el rendimiento global del mecanismo en un espacio de trabajo, por ejemplo en  $w_t$ , se usa el índice global de condición GCI [5]:

$$GCI = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1}{k_j(m,n)}, \tag{25}$$

donde  $M$  es el número de nodos en los que se ha dividido el eje  $x$  y  $N$  es el número de nodos en los que se ha dividido el eje  $y$  del espacio de trabajo  $w_t$ . Para el robot 2-PRR se ha asumido  $N = 1$ .

3) Espacio de diseño del robot 2-PRR

Para diseñar usando el PFM se normalizan los parámetros del mecanismo de acuerdo con la razón  $D$ , entonces  $r_i = R_i/D$ , ( $i = 1, 2, 3$ ). Esta normalización implica que:

$$r_1 + r_2 + r_3 = 3. \tag{26}$$

Además, los parámetros  $r_1$  y  $r_2$  no pueden ser nulos y el ensamble del mecanismo no es viable si  $r_3 < r_1 + r_2$  y  $r_2 < r_1 + r_3$ . Por lo tanto, los parámetros se acotan:

$$0 < r_1 < 3, 0 < r_2, r_3 \leq 1,5. \tag{27}$$

Basado en las ecuaciones (26) y (27) se puede establecer un espacio de diseño como el que se muestra en la Fig.5, donde el paralelogramo  $ABCD$  está definido por los valores límite de  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  [11].

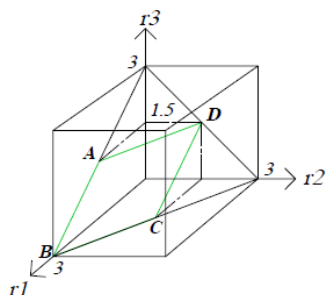


Fig. 5, espacio de diseño para un robot 2-PRR.

En la Fig.6 el espacio de diseño se ha mapeado a uno de dos variables independientes  $s$  y  $t$ , lo que permite expresar los índices de desempeño  $w_t$  y GCI mediante mapas de colores o alternativamente mediante superficies. Esta representación facilita el proceso de diseño reduciendo la optimización a un procedimiento que puede ser incluso gráfico. La función del mapeo está dada por [11]:

$$s = \frac{2r_1}{\sqrt{3}} + \frac{r_3}{\sqrt{3}}, \quad t = r_3. \tag{28}$$

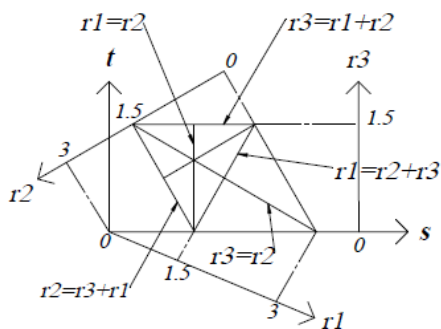


Fig. 6, proyección del espacio de diseño de un robot 2-PRR.

### III. RESULTADOS

#### A. Atlas del espacio de trabajo teórico

Los rendimientos están basados en el espacio de trabajo teórico, ecuaciones (22) y (23). En la Fig.7, el espacio de trabajo está determinado por el recorrido de la plataforma móvil, justo antes de que cualquiera de las extremidades se alinee con el eje x. En otras palabras, en los extremos de  $w_t$  el robot podría alcanzar una singularidad. Para evitar esto el atlas de la Fig.7 registra valores de  $w_t$  para el 90% del recorrido de la plataforma móvil. El atlas representa el universo de robots independiente de su escala.

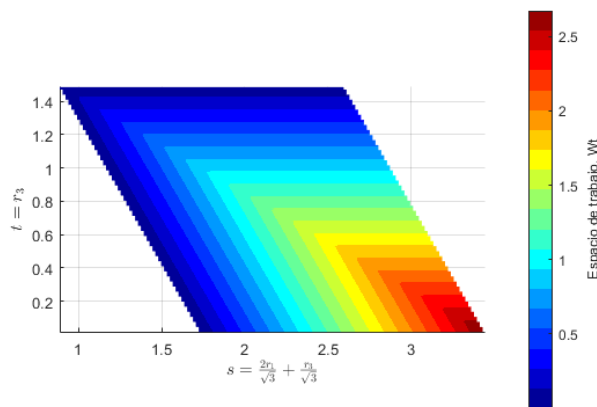


Fig. 7, atlas del espacio de trabajo

El atlas del espacio de trabajo registra que las regiones para las cuales  $w_t$  es mayor corresponden con valores altos de  $s$  y pequeños de  $t$ .

#### B. Atlas del índice global de condición

La Fig.8 registra un mapeo del GCI, el cual indica, de manera general, la controlabilidad del robot en su espacio de trabajo.

La comparación de la Fig. 7 y Fig.8 muestra que no es posible maximizar uno de los índices de rendimiento sin disminuir el otro.

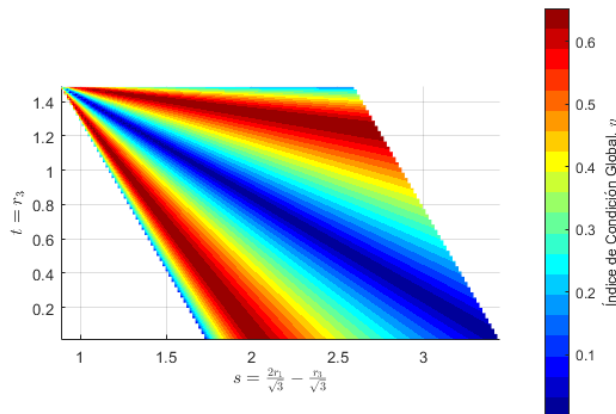


Fig. 8, atlas del índice de condición global

#### C. Región de diseño

De las Fig.7 y Fig.8 se puede determinar el tamaño del espacio de trabajo para un desempeño requerido de un robot 2-PRR adimensional. El coeficiente de normalización queda determinado por la razón  $D = W/w_t$ , lo que determina el conjunto dimensional  $R_i = Dr_i, i = 1, 2, 3$ . En este caso la síntesis dimensional es un compromiso entre el GCI y el tamaño del espacio de trabajo. Para obtener un mecanismo con proporciones adecuadas entre sus parámetros y con una isotropía aceptable en su espacio de trabajo se propone, de manera general, diseñar en las regiones  $w_t > 0,5$  y  $GCI > 0,4$ .

Como ejemplo se requiere dimensionar un robot con un recorrido de 20 cm para la plataforma móvil. Gráficamente se elige una coordenada en los mapas correspondiendo con un GCI requerido y un  $w_t$  aceptable. Para esta labor se pueden



acotar los mapas según los requerimientos, como en el caso de la Fig.9 y Fig.10. Para este ejemplo se asumieron las coordenadas  $(t, s, GCI) = (2,5, 1,2, 0,6)$ . Los parámetros adimensionales correspondientes, de acuerdo con las ecuaciones (26) y (28), fueron  $r_1 = 1,57$ ,  $r_2 = 0,23$  y  $r_3 = 1,2$ , con un espacio de trabajo  $w_t = 0,55$ . Dado que  $r_3 > r_2$ , de la ecuación (23) se tiene:

$$W = R_1 + R_2 - R_3. \quad (29)$$

Entonces la ecuación (29) se puede expresar como:

$$W = D(r_1 + r_2 - r_3). \quad (30)$$

Obteniendo el factor de normalización  $D = 16,502$ , que lleva a las dimensiones  $R_1 = 25,96$  cm,  $R_2 = 3,80$  cm,  $R_3 = 19,75$  cm.

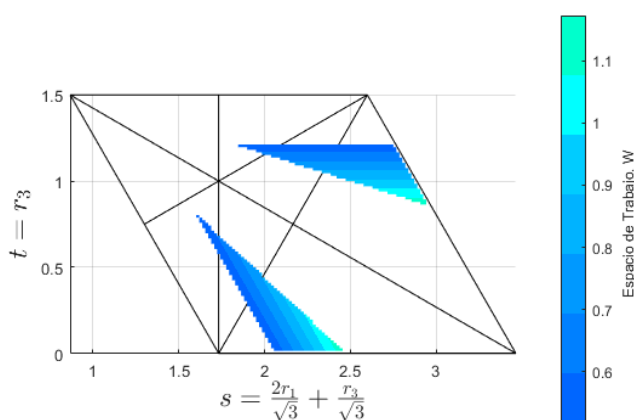


Fig. 9, espacio acotado de diseño para el espacio de trabajo.  $w_t > 0,5$  y  $GCI > 0,4$ .

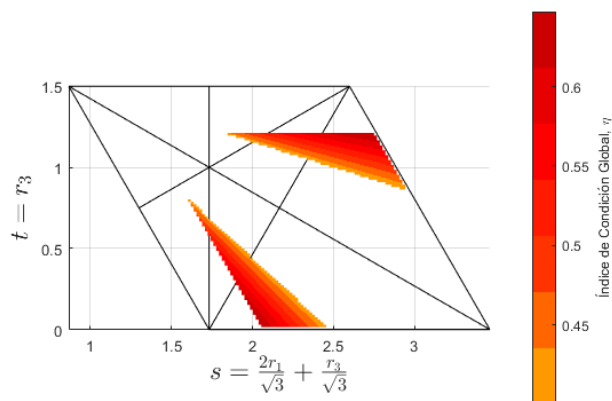


Fig. 10, Espacio acotado de diseño para GCI.  $w_t > 0,5$  y  $GCI > 0,4$

#### IV. CONCLUSIONES

Se presenta la síntesis dimensional de un robot paralelo plano simétrico 2-PRR. Para desarrollar el espacio de diseño se implementó una normalización del conjunto de parámetros geométricos de manera que el universo de los robots, independiente de su escala, quede representado en función de dos parámetros [9]. Como criterios de diseño se usaron el tamaño del espacio de trabajo y el índice global de condición.

El espacio de trabajo se definió teniendo en cuenta la independencia de los índices de desempeño con respecto al desplazamiento de la mesa móvil en la dirección paralela a las juntas activas. En consecuencia, el espacio ahora es un segmento  $w_t$  perpendicular a la dirección de las juntas activas y limitado por las singularidades del robot. El recorrido requerido por la mesa móvil en la dirección paralela a las juntas activas determina, exclusivamente, la longitud de los actuadores.

El proceso de selección de parámetros se simplificó asumiendo una proyección del espacio de diseño a uno ortogonal [11], lo que permite representar los índices de desempeño como mapas (atlas) de colores o superficies. Los atlas para el espacio de trabajo e índice global de condición se registran en la Fig.7 y Fig.8. La selección de un conjunto de parámetros es un compromiso entre un desempeño requerido, por ejemplo, para el índice global de condición, y el tamaño del espacio de trabajo. Para resolver este compromiso es posible acotar los atlas en regiones que cumplan simultáneamente dos requerimientos, por ejemplo, las regiones destacadas en la Fig.9 y Fig.10. El dimensionamiento está determinado por la razón entre los espacios de trabajo requerido y adimensional.

La proyección ortogonal elegida registra las singularidades, condiciones de ensamble y otras relaciones geométricas como líneas, según se presenta en la Fig.6. Se destaca  $r_3 = r_2$ , que corresponde con la igualdad de la longitud de la mesa móvil con la semilongitud entre las direcciones de las juntas activas, lo que configura un mecanismo paralelogramo de cuatro barras, ganando el sistema un grado de libertad (singularidad) sin importar la posición de las juntas activas, en consecuencia  $GCI = 0$  para este segmento.

La alineación de una extremidad con la mesa móvil implica que el movimiento de la extremidad se indetermina. Está singularidad es fácilmente controlable limitando el espacio de trabajo a una fracción de su valor teórico.

#### REFERENCIAS

- [1] R. Aracil, R. J. Salterén, J. Sabater and O. Reinoso, "Robots Paralelos: Máquinas con un Pasado para una Robótica del Futuro," *RIAI*, vol. 3, pp. 16–28, 2006. DOI: 10.4995/riai
- [2] "Springer: Handbook of Robotics (Parallel Robots)," 2nd edition, Springer, Berlin, 2016. DOI: 10.1007/978-3-540-30301-5
- [3] H. F. Quintero Ríaza, M. J. Herrera López, and D. B. Peña Saravia, "Revisión del estado del arte de manipuladores paralelos," *Sci. Tech. Año XV. Univ. Tecnológica Pereira, Colomb.*, no. 42, pp. 81–86, 2009. DOI: 10.22517/23447214.2593
- [4] J. P. Merlet and D. Daney, "Appropriate design of parallel manipulators," *Smart Devices Mach. Adv. Manuf.*, pp. 1–25, 2008. DOI: 10.1007/978-1-84800-147-3\_1
- [5] J. P. Merlet, "Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots," *J. Mech. Des.*, vol. 128, no. 1, p. 199, 2006. DOI: 10.1115/1.2121740
- [6] F. T. Sánchez Marín, "Contribución a la Síntesis Dimensional de Mecanismos Planos de Generación de Trayectoria," Universitat Jaume I, 2000.
- [7] A. Ramírez-Matheus, M. Díaz-Rodríguez, and O. A. González-Estrada, "Estrategia de optimización para la síntesis dimensional de un robot paralelo5R para una aplicación de mesa de corte," *Rev. UIS Ing.*, vol. 16, no. 2, pp. 197–206, 2018. DOI: 10.18273/revuin.v16n2-2017018
- [8] J. Wu, J. Wang, L. Wang, and Z. You, "Performance comparison of three planar 3-DOF parallel manipulators with 4-RRR, 3-RRR and 2-RRR structures," *Mechatronics*, vol. 20, no. 4, pp. 510–517, 2010. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2010.04.012

- [9] X. J. Liu and J. Wang, "A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 42, no. 9, pp. 1210–1224, 2007. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.08.002
- [10] X. J. Liu, J. Li, and Y. Zhou, "Kinematic optimal design of a 2-degree-of-freedom 3-parallelgram planar parallel manipulator," *Mech. Mach. Theory*, vol. 87, pp. 1–17, 2015. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.08.002
- [11] X. J. Liu, J. Wang, and G. Pritschow, "Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 41, no. 2, pp. 145–169, 2006. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.004
- [12] H. A. Moreno, R. Salterán, I. Carrera, L. Puglisi, and R. Aracil, "Índices de desempeño de Robots Manipuladores: Una revisión del estado del arte," *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 9, no. 2, pp. 111–122, 2012. DOI: 10.4995/riai
- [13] X. J. Liu, J. Wang, and G. Pritschow, "Performance atlases and optimum design of planar 5R symmetrical parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 41, no. 2, pp. 119–144, 2006. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.003
- [14] B. Peng, L. Zeng, Y. Sun, and X. Chen, "A novel high rigid 2-DOF parallel translating robot," *2009 2nd Int. Conf. Intell. Comput. Technol. Autom. ICICTA 2009*, vol. 3, pp. 375–379, 2009. DOI: 10.1109/ICICTA.2009.557
- [15] T. Huang, Z. Li, M. Li, D. G. Chetwynd, and C. M. Gosselin, "Conceptual Design and Dimensional Synthesis of a Novel 2-DOF Translational Parallel Robot for Pick-and-Place Operations," *J. Mech. Des.*, vol. 126, no. 3, p. 449, 2004. DOI: 10.1115/1.1711822
- [16] J. P. Londoño Castro, "Diseño Cinemático de un sistema paletizador de producto terminado de la industria licorera de Caldas (ILC)," Universidad Autónoma de Manizales, 2013.
- [17] T. Yoshikawa, *Foundation and Robotics: Analysis and Control*, First. USA: Cambridge, 1990.
- [18] L.-W. Tsai, *ROBOT ANALYSIS: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, First edit. United States of America: John Wiley and Sons, INC, 1999.



**Sebastián Durango Idárraga**  
Manizales, Colombia, 1977. Ingeniero Mecánico (2000) de la Universidad Autónoma de Manizales, Colombia. Recibió grados de Maestría en Sistemas Automáticos de Producción (2006) de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, y Doctorado en Ingeniería con énfasis en Mecanismos y Robótica (2011) de la Universidad

EAFIT, Colombia.

Actualmente es profesor de la Universidad Autónoma de Manizales adscrito al Departamento de Mecánica y Producción y al Grupo de Investigación Diseño Mecánico y Desarrollo Industrial. También colabora con el Grupo CAD CAM CAE de la Universidad EAFIT. Sus intereses de investigación son la Ciencia de Mecanismos y Máquinas, con énfasis en Análisis Estructural y Cinemática Modular de mecanismos y robots paralelos.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5475-1390>



**Mariline C. Delgado Martínez**, Pasto, Colombia, 1994. Obtuvo su título de Ingeniera Mecánica de la Universidad Autónoma de Manizales, Colombia en el año 2018.

Trabajó como joven investigadora en el grupo de Investigación Diseño Mecánico y Desarrollo Industrial del departamento de Mecánica y Producción de la Universidad Autónoma de Manizales del 2018 al 2019. Sus intereses de investigación son la ciencia de mecanismos y máquinas, principalmente robots paralelos.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0455-5594>



**César A. Álvarez Vargas**, Manizales, Colombia, 1974. Ingeniero Mecánico y de Manufactura de la Universidad Autónoma de Manizales, Colombia, 1999. M Sc en Sistemas Automáticos de Producción de la Universidad Tecnológica de Pereira Colombia, 2008. Ph Dc en Ingeniería Mecánica de la

Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

Es profesor del Departamento de Mecánica y Producción de la Universidad Autónoma de Manizales en las áreas de Geometría Euclidiana y Mecánica de Materiales. Entre sus áreas de interés en investigación se encuentran el comportamiento mecánico de los materiales, especialmente en aplicación de polímeros para materiales compuestos y bioaplicaciones y la solución de no linealidades geométricas en la mecánica de materiales.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4417-3865>



**Rubén D. Flórez Hurtado** Aguadas, Colombia, 1957. Ingeniero Electricista (1984) de la Universidad Nacional de Colombia. Recibió grado de Maestría en Instrumentación Física (2007) de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

Actualmente es profesor en Ingeniería Biomédica e Ingeniería Electrónica de la

Universidad Autónoma de Manizales. Está adscrito al Grupo de Investigación "Automática". Es además, coordinador del Departamento de Electrónica y Automatización. Sus intereses de investigación son la bioinstrumentación, los sistemas embebidos, el Internet de las Cosas, la robótica, las máquinas CNC, la instrumentación virtual, y la programación en alto y bajo nivel.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6334-5888>



**Manuel A. Flórez Ruiz** nació en Manizales, Caldas, Colombia el 12 de enero de 1990. Obtuvo su título de Ingeniero Mecánico de la Universidad Autónoma de Manizales en el año 2012 y actualmente es candidato a Magister en Sistemas Automáticos de Producción de

la Universidad Tecnológica de Pereira.

Durante su carrera profesional se ha desempeñado en varios cargos relacionados con la Ingeniería y la Investigación y Desarrollo en diferentes empresas metalmecánicas de la región, actualmente es Director de Ingeniería en la empresa Rejiplas S.A.S. Ha trabajado en conjunto con el grupo de Investigación Diseño Mecánico y Desarrollo Industrial del departamento de Mecánica y Producción de la Universidad Autónoma de Manizales en proyectos de Diseño Mecánico y Automatización aplicados a la industria.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6043-3735>