

Detección espectral indirecta para un radar pulsante Wavelet

Indirect spectral detection for a pulsed Wavelet radar

J. M. Ramirez-Viáfara  ; M. M. Silva-Zambrano  ; H. A. Romo-Romero  ; P. E. Jojoa Gómez 

DOI: <https://doi.org/10.22517/23447214.24758>

Artículo de investigación científica y tecnológica

Abstract— This article proposes a wavelet pulse radar that utilizes an indirect estimation of the echo delay in the frequency domain. The theoretical operation of the radar is thoroughly explained, followed by a validation through simulation. To evaluate the system, a Percentage Absolute Error (PAE) parameter is defined. The results of the evaluation show that for targets located more than 5 meters from the radar, a PAE of less than 5% is achieved.

Index Terms— Echo, function scaling, orthogonal wavelet family, pulse radar.

Resumen—En este artículo se propone un radar de pulsos wavelet con la estimación del retardo del eco indirecta en el dominio de la frecuencia, para esto se realiza inicialmente el planteamiento teórico del funcionamiento del radar y, posteriormente, se valida el modelo mediante simulación. Para la evaluación de este sistema se define un parámetro de error absoluto porcentual (EAP), con el cual se evidencia que se obtiene un EAP menor al 5% en la estimación de objetivos que se encuentran a más de 5 metros del radar.

Palabras claves— Eco, familia wavelet ortogonal, función scaling, radar de pulso.

I. INTRODUCCIÓN

UN radar pulsante es un dispositivo que permite determinar la distancia a la que se encuentra un objetivo mediante el envío de una señal periódica de pulsos [1]. Dicha señal es enviada desde el radar en dirección al objetivo, el cual refleja un eco que retorna hasta el radar nuevamente. Si τ es el retardo

Este manuscrito fue enviado el 28 de octubre de 2021 y aceptado el 23 de febrero de 2022. Este trabajo fue soportado por el Departamento de Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca, Calle 5 #4-70, Popayán, Cauca, Colombia.

J. M. Ramirez-Viáfara, docente del Departamento de Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. (e-mail: jesusramirez@unicauca.edu.co).

M. M. Silva-Zambrano, docente del Departamento de Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. (e-mail: mariasilva@unicauca.edu.co).

H. A. Romo-Romero, docente del departamento de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. (e-mail: hromo@unicauca.edu.co).

P. E. Jojoa Gómez, docente del Departamento de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca (e-mail: pjojoa@unicauca.edu.co)

del eco respecto a la señal original, la distancia d a la que se encuentra el objetivo está dada por:

$$d = \frac{c\tau}{2}, \quad (1)$$

donde c es la velocidad de propagación de la luz en el espacio libre ($c \approx 3 \times 10^8 m/s$). La máxima distancia a la que puede estar el objetivo, de modo que se detecte su posición sin ambigüedad, queda determinada por el periodo de la señal de pulsos. Si T es el periodo de la señal de pulsos, el alcance máximo del radar, d_{max} , está dado por:

$$d_{max} = \frac{cT}{2}. \quad (2)$$

En cuanto a la forma de los pulsos, es conveniente que se tengan en cuenta los siguientes aspectos:

- Duración: es recomendable que los pulsos sean de duración (finita mucho menor que el periodo de la señal de pulsos), para que los ecos recibidos en cada uno de los periodos puedan ser procesados independientemente y se cuente con varias oportunidades para determinar el retardo del eco.
- Ancho de banda: es deseable que los pulsos no ocupen un excesivo ancho de banda para así evitar que los ecos sufran distorsión o generen interferencias en otros canales de radiofrecuencia.
- Desviación pico: es recomendable que los pulsos tengan baja desviación pico (relación de potencia pico a potencia promedio) para que la señal transmitida tenga escasas posibilidades de saturar los amplificadores del sistema de radar.

En general, la señal emitida por un radar pulsante tiene la forma:

$$x(t) = \cos(2\pi f_c t) \sum_k p(t - kT), \quad (3)$$

donde, $p(t)$ es la forma de pulso y f_c es la frecuencia portadora (frecuencia central del espectro ocupado por la señal de radar). Por otra parte, la señal recibida por el sistema de radar tiene la forma:



$$y(t) = \alpha_0 x(t - \tau_0) + \sum_{i=1}^L \alpha_i x(t - \tau_i) + n(t), \quad (4)$$

donde, α_0 es la ganancia del eco principal, τ_0 es el retardo del eco principal, L es el número de ecos secundarios, $\{\alpha_i, 1 \leq i \leq L\}$ son las ganancias de los ecos secundarios, $\{\tau_i, 1 \leq i \leq L\}$ son los retardos de los ecos secundarios y $n(t)$ es el ruido térmico presente en los terminales de la antena receptora. Si los patrones de radiación de las antenas de transmisión y recepción son suficientemente angostos, las intensidades de los ecos secundarios pueden considerarse despreciables respecto al eco principal, con ello, la expresión de la señal recibida se puede reescribir como:

$$y(t) \approx \alpha x(t - \tau) + n(t). \quad (5)$$

Tanto α como τ contienen información acerca de la distancia a la que se encuentra el objetivo, sin embargo, el valor de α no solo depende de la distancia, sino de otros factores tales como la frecuencia portadora, el tamaño del objetivo, el tipo de material del objetivo, el ángulo con que incide la onda, entre otros. Por otro lado, el retardo τ posee información más fidedigna de la posición del objetivo, ya que éste sólo depende de la distancia d y de la velocidad de propagación de la onda, tal como lo establece la ecuación 1.

Si bien, la relación entre la distancia y el retardo es muy simple, medir el valor de τ en forma directa no es una tarea sencilla [2], pues ello requiere no solo una gran velocidad de procesamiento del dispositivo que captura las señales, sino del uso de métodos muy sofisticados de sincronismo, filtraje y decisión basada en umbrales, que permitan medir con una exactitud aceptable el retardo del eco [3], [4].

Con el fin de reducir los altos requerimientos en cuanto a la frecuencia de muestreo que demanda la estimación de la distancia en los sistemas de radares pulsantes, dentro de la literatura se encuentra una activa investigación que busca consolidar alternativas prácticas que permitan obtener un buen desempeño en este tipo de sistemas, cuando se emplean frecuencias de muestreo por debajo del límite inferior impuesto por Nyquist [5]–[8].

Otra alternativa para la estimación del retardo en los radares pulsantes consiste en trabajar con la correlación de los espectros de la señal transmitida y recibida [9], método con el cual existen estudios que analizan la conveniencia de utilizar formas de pulsos basadas en wavelets para mejorar la precisión en la estimación [10] e, incluso, aprovechar las propiedades de ortogonalidad de estas formas de onda para operar con diferentes bandas de frecuencia [11]. Existen otras alternativas para la detección del retardo en el dominio de la frecuencia, aunque algunas de ellas no tienen un buen desempeño en presencia de ruido [12], pero en general tienen un mejor desempeño con relación al costo computacional [13], [14]. No obstante, las alternativas mostradas hasta el momento no son todas las formas de solventar este inconveniente, siendo la

estimación realizada en el radar de onda continua otra alternativa [15].

Dada la dificultad que supone la medición directa de la posición del objetivo a partir del retardo del eco, en este artículo se propone un método de estimación indirecta de la distancia entre el radar y el objetivo basado en el procesamiento combinado de la señal transmitida y el eco, usando como forma de pulso de transmisión una función scaling perteneciente a una familia wavelet ortonormal.

La detección espectral indirecta para un radar pulsante wavelet, aquí propuesta, transmite una secuencia de pulsos generados a partir de un filtro FIR asociado a una familia wavelet ortogonal. La señal presente en los terminales del radar (superposición entre señal transmitida, eco principal y ruido térmico del sistema) se procesa utilizando en forma iterada la transformada de Fourier, primero para llevar la información al dominio de la frecuencia y luego para llevar la información de interés a otro dominio cuya escala coincide con la del tiempo, obteniéndose una función cuyo máximo absoluto se encuentra en una posición proporcional a la distancia buscada.

En la sección II se hace una descripción matemática completa del modelo teórico del sistema planteado; en la sección III se detalla la implementación del sistema en el entorno de simulación MATLAB®. Los resultados obtenidos se muestran y se discuten en la sección IV, los cuales permiten validar el método aquí propuesto. Finalmente, en la sección V, se exponen las conclusiones y algunas directrices para trabajos futuros.

II. MODELO DEL SISTEMA

A continuación, se hace una descripción matemática del funcionamiento básico del *radar espectral wavelet*. Sea $z(t)$ la señal presente en los terminales del radar, es decir, la superposición entre la señal transmitida y el eco principal, que despreciando el efecto del ruido tiene la forma:

$$z(t) = x(t) + y(t) = x(t) + \alpha x(t - \tau). \quad (6)$$

Al sacar transformada de Fourier (respecto a t) a lado y lado de la anterior ecuación se obtiene lo siguiente:

$$Z(f) = (1 + \alpha e^{-j2\pi\tau f})X(f), \quad (7)$$

donde $Z(f)$ y $X(f)$ son las transformadas de Fourier de $z(t)$ y $x(t)$ respectivamente y f es la variable frecuencia (en Hz). Así, la función de transferencia del entorno de trabajo está dada por:

$$H(f) = \frac{Z(f)}{X(f)} = 1 + \alpha e^{-j2\pi\tau f}. \quad (8)$$

La parte imaginaria de la función de transferencia, denotada con $G(f)$, estará dada por:

$$G(f) = \text{Im}[H(f)] = -\alpha \sin(2\pi\tau f), \quad (9)$$

la cual corresponde a una senoide en el dominio de f cuya frecuencia fundamental corresponde al valor del retardo τ . Ahora, al sacar nuevamente transformada de Fourier, pero esta vez respecto a la variable f , se obtiene lo siguiente:

$$\tilde{G}(\lambda) = \frac{j\alpha}{2} [\delta(\lambda - \tau) - \delta(\lambda + \tau)], \quad (10)$$

donde $\tilde{G}(\lambda)$ es la transformada de Fourier (respecto a f) de $G(f)$ y λ es la nueva variable de la transformación. Como se puede notar, la función $G(f)$ es monocromática y resuena a la "frecuencia" τ . Por tanto, estimar el valor de τ es equivalente a determinar el valor de λ donde se maximiza la magnitud de $\tilde{G}(\lambda)$, esto es:

$$\hat{\tau} = \underset{\lambda \in \mathbb{R}^+}{\text{argmax}} |\tilde{G}(\lambda)|. \quad (11)$$

De ese modo, la distancia estimada por el radar estará dada por:

$$\hat{d} = \frac{c}{2} \hat{\tau}. \quad (12)$$

En la Fig. 1 se muestra el diagrama teórico del transmisor del radar. La señal transmitida se sintetiza a partir de un tren periódico de impulsos que se pasan a través de un filtro pasa bajas cuya respuesta al impulso coincide con la forma de pulso que se quiere transmitir. Posteriormente, la secuencia de pulsos resultante se modula en amplitud y se dispara contra el objetivo.

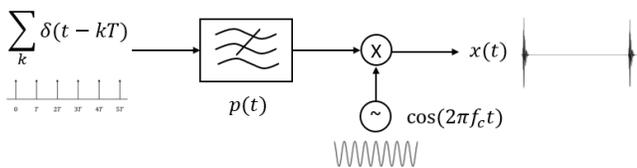


Fig. 1. Diagrama teórico del transmisor del radar.

El diagrama del receptor del radar se muestra en la Fig. 2, el cual mezcla las señales transmitida y recibida y extrae la función de transferencia del sistema sobre el rango de frecuencia donde el que el espectro de la señal transmitida es diferente de cero. A continuación, se obtiene la transformada de Fourier de la parte imaginaria (respecto a la frecuencia, $\mathcal{F}_f\{\cdot\}$) de la función de transferencia y se detecta el argumento que maximiza la salida de la última transformada para estimar la distancia.

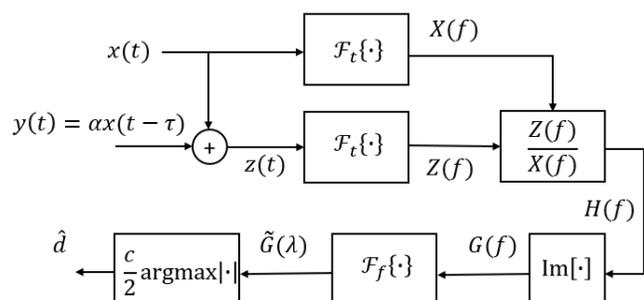


Fig. 2. Diagrama teórico del receptor del radar.

Existen muchas formas de pulso que pueden satisfacer los requerimientos del sistema de radar que se plantea [16]. En principio se podría pensar en un pulso rectangular básico de duración b , esto es, $p(t) = \text{rect}(t/b)$. Si bien, este pulso es de duración finita, tiene la desventaja de que su espectro es infinitamente ancho (su transformada de Fourier es de la forma $P(f) = \text{sinc}(bf)$), con importantes lóbulos laterales fuera de la banda $-\frac{1}{b} \leq f \leq \frac{1}{b}$. Este hecho contradice una de las recomendaciones dadas en la sección I.

Por otro lado, podría pensarse en la opción de usar un pulso Nyquist ideal de la forma $p(t) = \text{sinc}(t/b)$. Este pulso tiene la gran ventaja de que su espectro es perfectamente limitado en banda en el rango $-\frac{1}{2b} \leq f \leq \frac{1}{2b}$ y su magnitud es plana sobre dicho rango. Sin embargo, para sintetizar esta forma de pulso se requiere el uso de un filtro pasabajos ideal; el pulso tiene duración infinita y su magnitud decae asintóticamente al ritmo de la función $1/t$. En ese sentido se plantea el interrogante: ¿Qué forma de pulso satisface los requerimientos planteados en la sección I y que además sea fácil de sintetizar computacionalmente? Una respuesta a este interrogante son las funciones *scaling* pertenecientes a la familia *wavelets* ortogonales y de soporte compacto. En la siguiente sección se brindará una explicación acerca del proceso computacional para generar la señal a partir de un filtro digital prototipo de respuesta finita al impulso (FIR: *Finite Impulse Response*). También se explicará el procesamiento de las señales en tiempo discreto y la obtención de la distancia a la que se encuentra el objetivo haciendo uso de la transformada rápida de Fourier (FFT: *Fast Fourier Transform*) en forma iterada. En la Fig. 3 se muestran las formas de pulso consideradas en este apartado junto a sus correspondientes espectros.

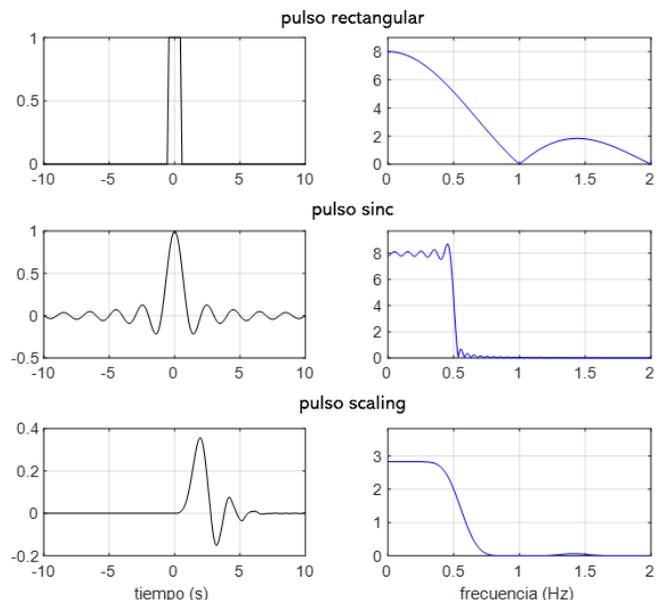


Fig. 3. Formas de pulso candidatas para el radar propuesto.

III. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL RADAR

La forma de pulso para el radar espectral wavelet propuesto es la función scaling $p(t) = \phi(t)$ de la familia wavelet ortogonal y de soporte compacto Daubechies de orden 8, la cual, además de satisfacer las condiciones estipuladas en la sección I, su espectro es de carácter pasabajas y tiene forma plana sobre una porción significativa de su ancho de banda, lo cual facilita el cálculo computacional de la función de transferencia del sistema. Por otro lado, la función $\phi(t)$ se puede generar fácilmente a partir de un filtro digital con pocos coeficientes y unas sencillas operaciones en tiempo discreto, como se muestra a continuación.

Si $h[n]$ es el filtro digital FIR pasabajas asociado a la familia wavelet, la señal transmitida (en banda base) se obtiene a partir de una secuencia “semilla” de impulsos espaciados entre sí por N muestras. Dicha secuencia se simboliza con $s[n]$ y tiene la forma:

$$s[n] = \sum_k \delta[n - kN]. \quad (13)$$

La primera etapa del algoritmo de generación de la señal consiste en sobremuestrear la secuencia $s[n]$ en un factor de 2 y luego pasarla por el filtro $h[n]$. Con esto se obtiene la secuencia $u_1[n]$ dada por:

$$u_1[n] = \sum_k s[k] h[n - 2k]. \quad (14)$$

En la segunda etapa se hace con $u_1[n]$ lo mismo que se hizo con $s[n]$ en la primera etapa, esto es:

$$u_2[n] = \sum_k u_1[k] h[n - 2k]. \quad (15)$$

Siguiendo el proceso recursivamente, la i -ésima etapa entregará una señal de la forma:

$$u_i[n] = \sum_k u_{i-1}[k] h[n - 2k]. \quad (16)$$

La señal transmitida (después de I etapas) será una secuencia $x[n]$ dada por:

$$x[n] = \cos\left(2\pi f_c \frac{n}{f_s}\right) \times u_I[n], \quad (17)$$

donde f_s es la frecuencia de muestreo empleada en el transmisor para generar digitalmente las señales. Para obtener la señal de tiempo continuo $x(t)$ solo es necesario pasar esta secuencia por un filtro interpolador. En la Fig. 4 se muestra el aspecto típico de la secuencia semilla y de la respuesta al impulso del filtro $h[n]$ de la familia wavelet Daubechies de orden 8.

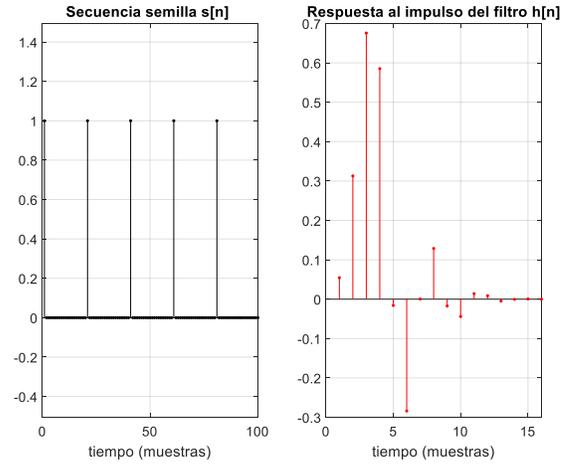


Fig. 4. Secuencia semilla (izquierda) y respuesta al impulso del filtro FIR (derecha).

En la Fig. 5 se muestra la implementación computacional del transmisor del radar propuesto, el cual se diferencia del diagrama teórico (Fig. 1) debido a la inclusión de los bloques del algoritmo de Mallat para crear la forma de pulso scaling, y un filtro interpolador para crear una forma de onda continua a partir de la secuencia discreta $x[n]$.

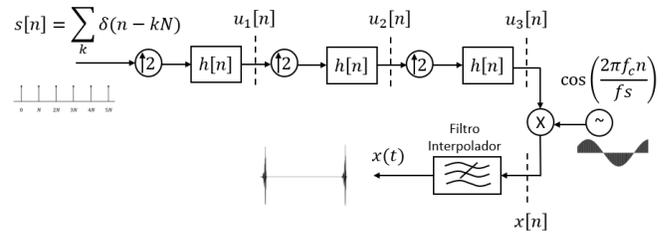


Fig. 5. Implementación computacional del transmisor del radar.

Al combinarse el eco principal con la señal transmitida y muestrear el resultado a f_s muestras por segundo, se obtiene la secuencia $z[n]$ dada por:

$$z[n] = z\left(\frac{n}{f_s}\right) = x\left(\frac{n}{f_s}\right) + \alpha x\left(\frac{n}{f_s} - \tau\right). \quad (18)$$

Como las señales $x(t)$ y $z(t)$ son periódicas (omitiendo el efecto del ruido), sus espectros solo tendrán componentes impulsivas cada $1/T$ Hz. Luego, realizando el cociente espectral solo en aquellas frecuencias donde tanto $X(f)$ como $Z(f)$ son no nulos, es decir en el intervalo $(f_c - B, f_c + B)$, donde B es un valor menor o igual al ancho de banda de $\phi(t)$, la función de transferencia será una secuencia de impulsos espectrales espaciados $1/T$ Hz, esto es:

$$H\left[\frac{m}{T}\right] = H\left(\frac{m}{T}\right) = 1 + \alpha e^{-j\frac{2\pi m \tau}{T}}. \quad (19)$$

Mientras más grande sea T , mayor la densidad de impulsos, i.e., conviene elegir un valor de T suficientemente grande para tener una buena resolución a la hora de estimar el valor de τ . La última etapa será entonces determinar la “frecuencia” donde la Transformada Rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier*

Transform) de la secuencia $G[m] = \text{Im}\{H[m]\}$ se maximiza, esto es:

$$\hat{t} = \frac{T}{M} \underset{i \in \{0,1,\dots,M-1\}}{\text{argmax}} \sum_{m=0}^{M-1} G[m] e^{-j\frac{2\pi m i}{M}}, \quad (20)$$

donde M es el tamaño de la secuencia $G[m]$. En la Fig. 6 se muestra la implementación computacional del receptor del radar propuesto.

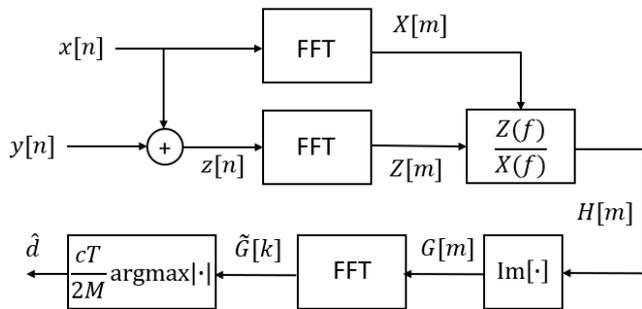


Fig. 6. Implementación computacional del receptor del radar.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Las simulaciones se han llevado a cabo con los parámetros consignados en la tabla I.

TABLA I
PARÁMETROS DE LAS SIMULACIONES.

Parámetro	Valor
Frecuencia de muestreo	$f_s = 1\text{GHz}$
Familia wavelet	Daubechies 8
Longitud del filtro FIR	15
Iteraciones del algoritmo de síntesis de la señal transmitida	$l = 3$
Periodo de la señal transmitida	$T = 1 \mu\text{s}$
Número de puntos de las FFTs	$M = 1000$
Ancho de banda de análisis	$B = 50 \text{MHz}$
Ganancia del eco principal	$\alpha = 0.1 (-20 \text{dB})$

En la parte superior de la Fig. 7 se muestra la señal presente en los terminales del radar (en banda base y ausencia de ruido) cuando la distancia real a la que se encuentra el objetivo es de 20 m. En la parte media de la Fig. 7 se muestra la parte imaginaria de la función de transferencia correspondiente (función $G(f)$) y en la parte inferior se muestra la magnitud del espectro de la parte imaginaria de la función de transferencia (función $|\tilde{G}(\lambda)|$). Como puede notarse, el instante del eco principal (aproximadamente 1.33 μs) coincide con la posición donde se maximiza la primera réplica del espectro $|\tilde{G}(\lambda)|$. Esta gráfica demuestra que el sistema de radar propuesto trabaja correctamente bajo condiciones ideales.

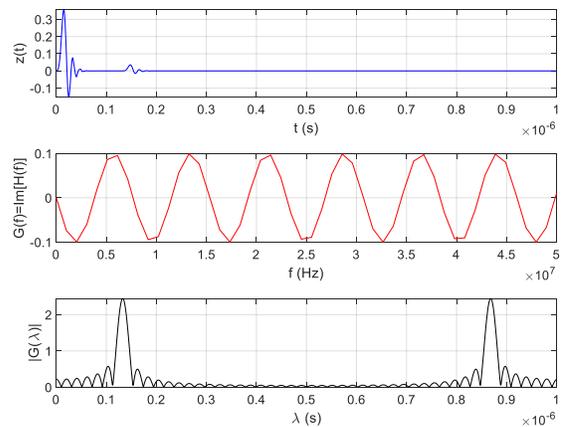


Fig. 7. Señal en los terminales del radar (arriba), parte imaginaria de la función de transferencia (mitad) y transformada de Fourier de la parte imaginaria de la función de transferencia (abajo).

En la Fig. 8 se muestran con puntos rojos los valores de distancia estimados por el sistema de radar propuesto contra las distancias reales a las que se encuentra el objetivo. Estos datos han sido obtenidos con una desviación estándar de ruido de 0.1 veces la amplitud del eco, es decir, una densidad de ruido de -20 dB respecto al eco principal (o de -40 dB respecto a la señal transmitida). La figura muestra ligeras discrepancias entre la distancia verdadera y la distancia estimada por el sistema de radar propuesto. Cuando las distancias son grandes, las discrepancias son despreciables, sin embargo, cuando las distancias son pequeñas, las discrepancias pueden tornarse significativas. Es por eso por lo que se define el parámetro *error absoluto porcentual* (EAP) como sigue:

$$EAP = \frac{|\hat{d} - d|}{d} \times 100\%. \quad (21)$$

Este parámetro adimensional representa el nivel de error de estimación comparado con el valor real de la distancia.

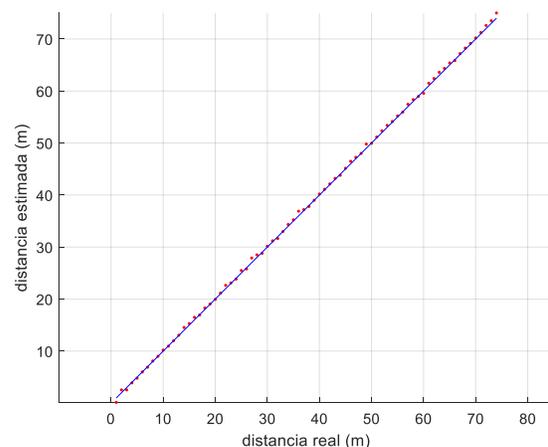


Fig. 8. Distancia real vs distancia estimada para un nivel del eco de -20 dB y una densidad de ruido de -40 dB respecto a la señal transmitida.

En la Fig. 9 se muestra el error absoluto porcentual en función de la distancia real a la que se encuentra el objetivo

cuando el nivel de ruido es de -20 dB respecto al eco principal (-40 dB respecto a la señal transmitida). Como puede observarse, el EAP en este caso tiende asintóticamente a cero a medida que aumenta la distancia (por supuesto, sin sobrepasar el alcance del radar). Es importante resaltar que estos resultados se obtienen en condiciones ideales, no obstante, se resalta que el error obtenido depende de la distancia a la que se encuentre el objetivo.

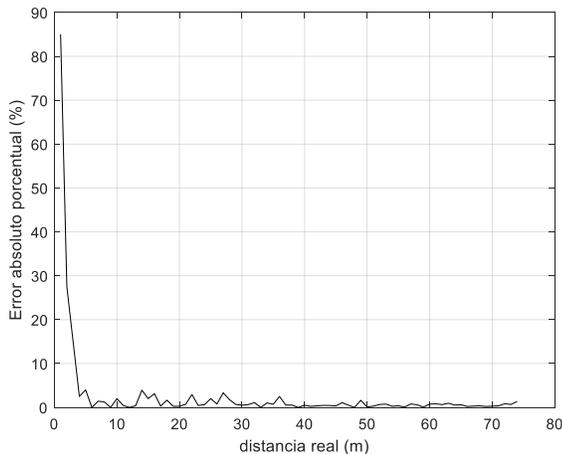


Fig. 9. Error absoluto porcentual vs distancia real para un nivel de eco de -20 dB y una densidad de ruido de -40 dB respecto a la señal transmitida.

En la Fig. 10 se muestra el EAP en función del nivel de ruido, para una distancia real de 20 m, el cual crece proporcionalmente con la desviación estándar de ruido.

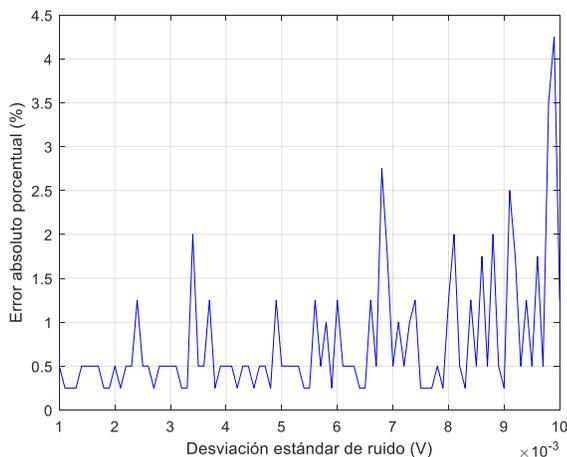


Fig. 10. Error absoluto porcentual vs desviación estándar de ruido para una distancia real de 20 m.

En la Fig. 11 se muestra el EAP en función de la relación señal a ruido, la cual ha sido definida en este caso como el cociente entre la potencia del eco y la varianza de ruido (expresado en decibelios). Se observa claramente la disminución asintótica de este parámetro respecto a la relación señal a ruido.

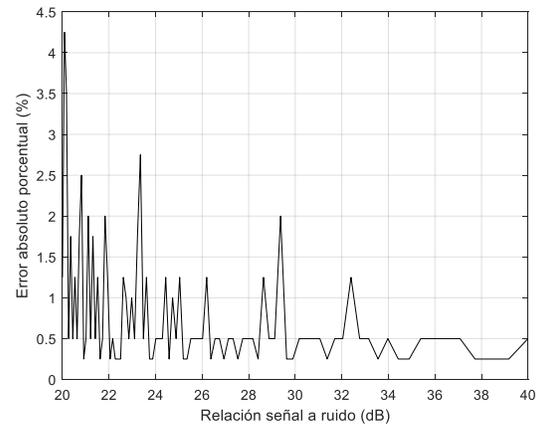


Fig. 11. Error absoluto porcentual vs relación señal a ruido para una distancia real de 20 m.

Los anteriores resultados muestran un comportamiento razonable por parte del sistema de radar propuesto. El nivel de precisión alcanzado está íntimamente ligado con el valor de los parámetros con que opera el radar.

V. CONCLUSIONES

El método de detección espectral indirecta propuesto en este artículo abre un nuevo campo de investigación para realizar de forma alternativa la estimación de la distancia del objetivo, lo que usualmente se hace por medio de la medición directa del retardo del eco. Adicionalmente, el método propuesto saca provecho de las características espectrales de las señales transmitida y recibida superando limitaciones relacionadas con la frecuencia de muestreo y el nivel de ruido del sistema.

La elección de una función *scaling*, obtenida a partir de un filtro FIR de reducida longitud, se justifica en la planicidad de su espectro, permitiendo obtener de manera fácil la función de transferencia del sistema y la posterior estimación de la distancia a la que se encuentra el objetivo.

Dado que el espectro de la parte imaginaria de la función de transferencia es siempre una función *sinc*, conviene que ésta sea lo más angosta posible, lo que implicaría el uso de pulsos temporales suficientemente angostos. Esto supone una mayor precisión en la operación del radar a cambio de un mayor riesgo de no detección por el enmascaramiento del eco debido al ruido.

Bajo una condición de relación señal a ruido constante, se puede observar un decrecimiento del EAP respecto a la distancia, con un valor inferior al 5% para objetivos que se encuentran a distancias superiores a 5 metros; esto supone que el error de la estimación es independiente de la distancia, siempre y cuando el objetivo se encuentre dentro del rango de operación del radar. Por otro lado, considerando una distancia entre el objetivo y el radar constante, se puede observar también que la disminución de la relación señal a ruido conduce a un aumento considerable del EAP. Lo anterior permite validar el modelo propuesto.

REFERENCIAS

- [1] R. M. O'Donnell, "Introduction to Radar Systems," 2001, no. radar, pp. 1–52.
- [2] J. Jeřábek, D. Dvořák, J. Mrkvica, and R. Šíkl, "Moving target UWB radar demonstration using real-time sampling," 2007, doi: 10.1109/RADIOELEK.2007.371469.
- [3] S. A. Arcone, D. E. Lawson, and A. J. Delaney, "Short-pulse radar wavelet recovery and resolution of dielectric contrasts within englacial and basal ice of Matanuska Glacier, Alaska, USA," *J. Glaciol.*, vol. 41, no. 137, pp. 68–86, 1995, doi: 10.1017/S0022143000017779.
- [4] M. S. Islam and U. Chong, "Noise reduction of continuous wave radar and pulse radar using matched filter and wavelets," *Tijdschr. voor Urol.*, vol. 2014, no. 1, pp. 1–9, Jan. 2014, doi: 10.1186/1687-5281-2014-43.
- [5] Q. Feng, J. Huang, S. Liang, and L. Kang, "A Pulse Repetition Rate Compressive Sampler for Radar Target Detection," *IEEE Sensors Lett.*, vol. 4, no. 2, Feb. 2020, doi: 10.1109/LESENS.2020.2970722.
- [6] D. Cohen and Y. C. Eldar, "Sub-Nyquist Radar Systems: Temporal, Spectral, and Spatial Compression," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 35, no. 6, pp. 34–58, Nov. 2018, doi: 10.1109/MSP.2018.2868137.
- [7] B. Ma, Y. Zhu, and H. Fan, "TDC based radar signal reconstruction from periodic nonuniform samples," in *2007 8th International Conference on Electronic Measurement and Instruments, ICEMI, 2007*, pp. 1673–1676, doi: 10.1109/ICEMI.2007.4350540.
- [8] M. H. Hossiny, S. G. Salem, F. M. Ahmed, and K. H. Moustafa, "Design and Implementation of Compressive Sensing on Pulsed Radar," *J. Adv. Res. Appl. Mech. J. homepage*, vol. 44, pp. 15–23, 2018, Accessed: May 24, 2021. [Online]. Available: www.akademiabaru.com/aram.html.
- [9] O. Akay and E. Erözden, "Use of fractional autocorrelation in efficient detection of pulse compression radar signals," *Int. Symp. Control. Commun. Signal Process. ISCCSP*, no. February 2004, pp. 33–36, 2004, doi: 10.1109/isccsp.2004.1296212.
- [10] C. Ji, Y. Song, and Q. Du, "Adaptive waveform design based on Morlet wavelet for ultra-wideband MIMO radar," *J. Syst. Eng. Electron.*, vol. 27, no. 2, pp. 362–369, 2016, doi: 10.1109/JSEE.2016.00037.
- [11] S. Cao, Y. F. Zheng, and R. L. Ewing, "A wavelet-packet-based radar waveform for high resolution in range and velocity detection," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 53, no. 1, pp. 229–243, 2015, doi: 10.1109/TGRS.2014.2321258.
- [12] J. Zheng, T. Su, H. Liu, G. Liao, and Z. Liu, "Radar High-Speed Target Detection Based on the Frequency-domain Deramp-keystone Transform," *IEEE J. Sel. Top. Appl. EARTH Obs. Remote Sens.*, vol. 9, no. 1, pp. 285–294, 2016, doi: 10.1109/JSTARS.2015.2453996.
- [13] C. Pang, S. Liu, and Y. Han, "High-speed target detection algorithm based on sparse fourier transform," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 37828–37836, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2853180.
- [14] J. Yu, J. Xu, Y. N. Peng, and X. G. Xia, "Radon-Fourier transform for radar target detection (III): Optimality and fast implementations," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 48, no. 2, pp. 991–1004, 2012, doi: 10.1109/TAES.2012.6178044.
- [15] A. Wojtkiewicz and R. Rytel-Andrianik, "Optimal detection and estimation in FMCW radar," in *14th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, MIKON 2002*, 2002, vol. 3, pp. 778–781, doi: 10.1109/MIKON.2002.1017956.
- [16] R. A. Romero, "Radar Waveform Design in Active Communications Channel," 2013. Accessed: May 24, 2021. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10945/48646>.



Jesús Mauricio Ramírez Viáfara. Obtuvo el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 2009 por la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia y el de Maestría en Electrónica y Telecomunicaciones en 2015 por la Universidad del Cauca. Actualmente se desempeña como docente del Departamento de Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. Sus áreas de interés son: Procesamiento de señal para telecomunicaciones y teoría de la información.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0007-4953>



María Manuela Silva Zambrano. Obtuvo el título de Ingeniera en Electrónica y Telecomunicaciones en 2015 por la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia y el de Especialista en TIC para la Innovación Educativa en 2021 por la Universidad del Cauca, Magister en Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca 2022 y se desempeña como docente del Departamento de Telecomunicaciones de la misma universidad. Sus áreas de interés son: Procesamiento de señales para telecomunicaciones.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5392-0113>



Harold Armando Romo Romero. Recibió el título de licenciado en matemáticas de la Universidad de Nariño en el año 1987, ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca en el año 1996, magister en Ingeniería área Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca en el año 2008. Actualmente se desempeña como docente del departamento de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. Áreas de interés: Radiocomunicaciones, comunicaciones y procesamiento digitales de señales.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4793-3708>



Pablo Emilio Jojoa Gomez. Recibió el título de Ingeniero en Electrónica en 1993 por la Universidad del Cauca, Popayán Colombia, recibió el título de Magister en Ingeniería Eléctrica (1999) y el de Doctor en Ingeniería Eléctrica (2003) en el área de sistemas electrónicos por la Escuela Politécnica de la Universidad de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil. Actualmente se desempeña como docente del Departamento de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. Áreas de interés: Procesamiento digital de señales.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8461-4063>