

Densidad de Neutrones Estocástica con Efectos de Temperatura

Stochastic Neutron Density with Temperature Effects

D. Suescún-Díaz  ; F. Robayo-Betancourt  ; D. Peña-Lara 

DOI: <https://doi.org/10.22517/23447214.25485>

Scientific and technological research paper

Abstract— This paper presents a novel approach for calculating neutron density with temperature feedback effects by employing Milstein's semi-implicit iterative scheme to numerically solve the stochastic point kinetics equations. The method's performance is validated through a series of numerical experiments involving 500 Brownian motion trajectories to compute the mean and standard deviation at a specified time step. The results show that the proposed method provides accurate approximations, making it a viable alternative for determining the expected value of neutron density and for predicting the peak time at which this maximum occurs, taking into account temperature effects and physical parameters relevant to nuclear reactors.

Index Terms— *Feedback temperature effects; Nuclear neutron density; nuclear reactivity; numerical methods; stochastic equations.*

Resumen—En este trabajo, presentamos un enfoque novedoso para calcular la densidad de neutrones con efectos de retroalimentación de temperatura, utilizando el esquema iterativo semi-implícito de Milstein para resolver numéricamente las ecuaciones cinéticas puntuales estocásticas. Nuestro método se valida mediante una serie de experimentos numéricos, empleando 500 trayectorias de movimiento browniano para calcular la media y la desviación estándar en un paso de tiempo seleccionado. Los resultados demuestran que nuestro método proporciona aproximaciones precisas. Por lo tanto, puede utilizarse como método alternativo para el cálculo del valor esperado de la densidad de neutrones, y para determinar el tiempo hasta el pico en el que se produce este máximo, considerando los efectos de la temperatura y los parámetros físicos relevantes para los reactores nucleares.

Este manuscrito fue enviado el día 8 de noviembre del 2023, aceptado el 10 de septiembre del 2024 y publicado el 27 de septiembre del 2024.

Este artículo fue desarrollado con el apoyo financiero de la Universidad Surcolombiana.

Daniel Suescún Díaz es un investigador del grupo de Física aplicada, FIASUR de la Universidad surcolombiana, Neiva, Colombia. (e-mail: daniel.suescun@usco.edu.co).

Faiber Robayo Betancourt es un investigador del grupo Nuevas Tecnologías de la Universidad surcolombiana, Neiva, Colombia. (e-mail: faiber.robayo@usco.edu.co).

Diego Peña Lara es un investigador del grupo de Transiciones de Fase y Materiales Funcionales de la Universidad del Valle, Cali, Colombia. (e-mail: diego.pena@correounivalle.edu.co).

Palabras claves— *Densidad nuclear de neutrones; reactividad nuclear; ecuaciones estocásticas; efectos de temperatura de retroalimentación; métodos numéricos.*

I. INTRODUCCIÓN

El problema del cambio climático lleva a la necesidad de considerar otras fuentes de energía para mitigar el efecto de calentamiento global. La energía nuclear es una opción válida que toma fuerza cada día. Sin embargo, es necesario controlar las fisiones nucleares mediante un reactor, en el cual la densidad de la población de neutrones y la reactividad son muy importantes [1]. Pequeñas variaciones en la reactividad modifican de forma notable la densidad de la población de neutrones y la concentración de precursores. La evolución temporal de las poblaciones de neutrones y de los grupos de precursores en un reactor nuclear son un tema de estudio que se realiza con la solución de las ecuaciones de la cinética puntual, en especial cuando la densidad de la población de neutrones es baja en el reactor, ya sea al inicio o al final de la operación, de tal forma que los efectos estocásticos se deben considerar [2]. La naturaleza de la fisión nuclear incluye aspectos de carácter aleatorio y probabilísticos, típicos de los procesos que ocurren en el núcleo del reactor. Para tal fin, se debe considerar que la población de neutrones en un reactor nuclear es de naturaleza estocástica y se debe determinar por medio de las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual [3].

Diferentes métodos se reportan en la literatura para resolver las ecuaciones de la cinética puntual sin considerar efectos de temperatura, entre los métodos reportados están: la aproximación constante por partes (ACP) y Monte Carlo [4], los métodos de Euler-Maruyama explícito y Taylor 1.5 [5,6], el método de la cinética puntual estocástica simplificado (CPES) [7], el modelo exponencial analítico (MEA) [8], el modelo estocástico eficiente (MEE) [9], el método de doble diagonalización y descomposición (MDD) [10], el método de Euler-Maruyama implícito [11].

Algunos de los métodos que se reportan en la literatura que resuelven las ecuaciones de la cinética puntual que dependen de la temperatura son: Los métodos que usan la técnica analítica exponencial (TAE) y el método de Euler-Maruyama (MEM) [12]. Los métodos de Euler-Maruyama de paso dividido hacia adelante (MEMD) y el método de Milstein sin



derivadas (MMSD) [13], el método de Taylor orden 1.5) [14], el método de la diferencia finita de Euler hacia atrás (BEFD) [15] y el método que usa una expansión en serie de Taylor (ITS2) [16].

En este trabajo, se presenta un método numérico para calcular la población de neutrones en forma estocástica mediante el método semi-implícito de Milstein [17], el cual se denota en este trabajo como MSI que permite obtener una solución numérica aproximada a las ecuaciones de la cinética puntual estocástica, la cual depende de la temperatura de retroalimentación.

En la siguiente sección, se muestran los aspectos teóricos de las ecuaciones de la cinética puntual estocástica con efectos de temperatura, y del método numérico semi-implícito de Milstein.

II. ASPECTOS TEÓRICOS

Para la generación de energía eléctrica en forma segura en los reactores nucleares, es fundamental emplear métodos numéricos con características especiales como son: la mayor precisión posible y con menor costo computacional que permitan simular el comportamiento de un reactor nuclear. Se pueda aproximar en gran medida a los cambios dinámicos reales de dicho reactor, en función de la temperatura, cambios en la densidad de neutrones y en las concentraciones de precursores de neutrones retardados.

Con lo dicho anteriormente, se parte de las ecuaciones de la cinética puntual estocásticas, las cuales son un conjunto de siete ecuaciones diferenciales estocásticas, fuertemente acopladas no lineales que describen la evolución temporal de la densidad de neutrones. Estas ecuaciones, se describen por la siguiente expresión [4]:

$$d|P(t)\rangle = (A|P(t)\rangle + |Q(t)\rangle)dt + B^{1/2}d|\omega(t)\rangle \quad (1)$$

donde A , es la matriz de valores esperados, se define:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_m \\ \frac{\beta_1}{\Lambda} & -\lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\beta_2}{\Lambda} & 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_m}{\Lambda} & 0 & 0 & \dots & -\lambda_m \end{pmatrix} \quad (2)$$

Siendo $\rho(t)$ la reactividad, - uno de los parámetros más importante en los reactores nucleares junto con la densidad de neutrones, β es la fracción total de precursores de neutrones retardados, Λ es el tiempo medio de generación de neutrones, λ_m es la constante de decaimiento de la clase m de precursores de neutrones retardados.

$|P(t)\rangle$ es el vector de variables aleatorias, el cual da cuenta de la evolución temporal de la densidad de población de neutrones $n(t)$ y de las concentraciones de precursores $c_m(t)$,

se define:

$$|P(t)\rangle = \begin{pmatrix} n(t) \\ c_1(t) \\ c_2(t) \\ \vdots \\ c_m(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

$|Q(t)\rangle$ es el vector de fuentes externas definido por,

$$|Q(t)\rangle = \begin{pmatrix} q(t) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$B^{1/2}$ es la raíz cuadrada de la matriz de varianzas definida,

$$B^{1/2} = \begin{pmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & \dots & B_{1,m+1} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & \dots & B_{2,m+1} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & \dots & B_{3,m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m+1,1} & B_{m+1,2} & B_{m+1,3} & \dots & B_{m+1,m+1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$|\omega(t)\rangle$ es el vector de procesos de Wiener que se caracterizan por ser procesos estocásticos de tiempo continuo y de incrementos estacionarios independientes, para los $m+1$ grupos de define por:

$$|\omega(t)\rangle = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \vdots \\ \omega_{m+1} \end{pmatrix} \quad (6)$$

El proceso de Wiener se puede calcular por $\sqrt{\Delta t} \vec{\eta}$, donde $\vec{\eta}$ es un vector de números pseudoaleatorios con media cero y desviación estándar uno, y Δt es el paso de tiempo.

El cálculo de la reactividad da cuenta de la producción de neutrones, que puede expresarse en función de la temperatura, en la forma,

$$\rho(t) = \rho_0 - \alpha(T(t) - T_0) \quad (7)$$

donde α es el coeficiente de temperatura de reactividad, ρ_0 es la reactividad inicial, T_0 es la temperatura inicial del reactor. La temperatura $T(t)$ cambia con la densidad de la población de neutrones en la forma,

$$\frac{d}{dt}T(t) = K_c n(t) \quad (8)$$

siendo K_c es el recíproco del coeficiente de capacidad térmica del reactor.

Combinando las ecuaciones (7-8), se puede encontrar una expresión para calcular la reactividad en función de la densidad de neutrones y en función de los efectos de temperatura de retroalimentación,

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha K_c n(t) \quad (9)$$

Con la condición inicial $\rho(0) = \rho_0$. El cálculo de la ecuación (9) para encontrar la reactividad de esa forma es conocida como reactividad tipo paso.

Otra forma que se puede usar para considerar los diferentes fenómenos físicos en un reactor nuclear es con la reactividad tipo rampa, se puede usar la expresión integral de la dependencia de la reactividad en función de la población de neutrones dada por la ecuación (10),

$$\rho(t) = a(t-t_0) - b \int_{t_0}^t n(t') dt' \quad (10)$$

Una forma alternativa de calcular la ecuación (10), es derivar dicha ecuación y convertir la expresión en una ecuación diferencial de primer orden, la cual se puede escribir como:

$$\frac{d\rho}{dt} = a - bn(t) \quad (11)$$

Donde a es el coeficiente que indica la variación de reactividad rampa y b el coeficiente de parada, la condición inicial para resolver la ecuación diferencial se obtiene de la reactividad para $t=0$, esto es $\rho(0) = 0$.

Los elementos de la matriz $B^{1/2}$ en la ecuación (5), se puede demostrar que son:

$$\begin{aligned} B_{1,1} &= \sqrt{\xi} \\ B_{i,i} &= \sqrt{r_{i-1} - \frac{a_{i-1}^2}{\xi}} \quad i = 2, 3, \dots, m+1 \\ B_{i,i} &= B_{i,i} = \frac{a_{i-1}}{\sqrt{\xi}} \quad i = 2, 3, \dots, m+1 \\ B_{i,j} &= \frac{b_{i,j} - \frac{a_{i-1} a_{j-1}}{\xi}}{(B_{i,i} B_{j,j})^{1/2} + B_{i,i}} \quad \begin{matrix} i = 2, 3, \dots, m+1 \\ j = 3, 4, \dots, m \end{matrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Donde los parámetros ξ , a_i , r_i y $b_{i,j}$ son:

$$\gamma = \frac{-1 - \rho(t) + \nu(1 - \beta)^2 + 2\beta}{\Lambda} \quad (13)$$

$$\xi = \gamma n(t) + q(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(t) \quad (14)$$

$$a_i = \frac{\beta_i [\nu(1 - \beta) - 1]}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad (15)$$

$$r_i = \frac{\nu \beta_i^2}{\Lambda} n(t) + \lambda_i c_i(t) \quad (16)$$

$$b_{i,j} = \frac{\nu \beta_{i-1} \beta_{j-1}}{\Lambda} n(t) \quad (17)$$

Donde ν es el número promedio de neutrones generados por evento de fisión.

En las ecuaciones (7) y (8) se incluyen los efectos de retroalimentación. Las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual consisten matemáticamente en un sistema de $m+1$

ecuaciones diferenciales estocásticas no lineales y fuertemente acopladas.

Es bueno notar que si $B^{1/2} = 0$ en la ecuación (1), se obtiene las ecuaciones de la cinética puntual, es por ello por lo que las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual se consideran una generalización, por tal motivo, los esquemas iterativos estocásticos deben coincidir en valores medios con los esquemas iterativos deterministas.

III. MÉTODO PROPUESTO

El método numérico para resolver la ecuación estocástica dada por la ecuación (1) es el esquema generalizado de Milstein, se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + (\varphi a_{k+1} + (1 - \varphi) a_k) \Delta + b_k \Delta \omega + \\ &\quad \frac{1}{2} b_k \frac{\partial}{\partial x_k} b_k [(\Delta \omega)^2 - \Delta] \end{aligned} \quad (18)$$

Donde,

$$\Delta = t_{k+1} - t_k \quad (19)$$

$$\Delta \omega = \omega_{k+1} - \omega_k \quad (20)$$

El esquema que se presenta en la ecuación (18), se puede deducir de la expansión de Itô-Taylor [18], si $\varphi = 0$, se trata de un esquema totalmente explícito, si $\varphi = 1$, se trata de un esquema implícito, y si $0 < \varphi < 1$, se trata de un esquema semi-implícito. La ecuación (20) presenta un proceso de Wiener este se caracteriza por ser un proceso estocástico de tiempo continuo de variables aleatorias Gaussianas con incrementos independientes, con la condición $\omega(0) = 0$ con probabilidad 1 y $\omega_t - \omega_s \sim \mathcal{N}(0, t-s)$ para $0 \leq s \leq t \leq T$, donde $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ denota la distribución normal con valor esperado μ y varianza σ^2 , los incrementos $\omega(t) - \omega(s)$ y $\omega(v) - \omega(u)$ son independientes para $0 \leq s < t < u < v \leq T$ [19], los procesos de Wiener son modelados con un paso de tiempo $\sqrt{\Delta}$ y con una distribución normal $\mathcal{N}(0, 1)$, teniendo en consideración la siguiente forma:

$$\Delta \omega = \sqrt{\Delta} \mathcal{N}(0, 1) \quad (21)$$

El interés en este trabajo es estudiar el caso para $\varphi = 0.5$ aplicando este esquema, las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual se pueden escribir como:

$$P_{k+1} = S_{k+1} \left(P_k + 0.5(A_k P_k + Q_k) \Delta + B_k^{1/2} \Delta \omega + \frac{1}{2} B_k^{1/2} \frac{\partial}{\partial P_k} B_k^{1/2} [(\Delta \omega)^2 - \Delta] \right) \quad (22)$$

Donde $S_{k+1} = (I - \Delta_* A_{k+1})^{-1}$ con I la matriz identidad y $\Delta_* = 0.5 \Delta$.

La matriz S tiene la siguiente forma:

$$S = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} & \cdots & S_{1,m+1} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & \cdots & S_{2,m+1} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} & \cdots & S_{3,m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m+1,1} & S_{m+1,2} & S_{m+1,3} & \cdots & S_{m+1,m+1} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Los elementos cofactores de la matriz S son:

$$\zeta_{k+1} = 1 - \frac{\rho_{k+1} - \beta}{\Lambda} \Delta_* - \frac{\Delta_*^2}{\Lambda} \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i \beta_i}{1 + \lambda_i \Delta_*}$$

$$S_{1,j} = \frac{1}{\zeta_{k+1}} \left[1 + \left(\frac{\lambda_{j-1} \Delta_*}{1 + \lambda_{j-1} \Delta_*} - 1 \right) (1 - \delta_{1,j}) \right] \quad j = 1, 2, \dots, m+1 \quad (24)$$

$$S_{i,j} = \frac{1}{1 + \lambda_{j-1} \Delta_*} \left(\frac{\beta_{i-1} \Delta_*}{\Lambda} S_{1,j} + \delta_{i,j} \right) \quad \begin{matrix} i = 2, 3, \dots, m+1 \\ j = 1, 2, \dots, m+1 \end{matrix}$$

Para reducir la varianza se considera que los elementos de la diagonal principal de la matriz B se pueden aproximar multiplicando por otro movimiento Browniano independiente, el cual multiplica los términos de la diagonal principal de la raíz cuadrada de la matriz de varianzas en la siguiente forma:

$$B_{1,1} = \Delta \omega \sqrt{\xi}$$

$$B_{i,i} = \Delta \omega \sqrt{r_{i-1} - \frac{a_{i-1}^2}{\xi}} \quad i = 2, 3, \dots, m+1 \quad (25)$$

La inclusión de este nuevo movimiento Browniano permite una disminución de los valores de varianza y por lo tanto mejores aproximaciones en los valores medios. En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos.

IV. RESULTADOS

En esta sección, se presentan algunos de los resultados numéricos obtenidos usando el esquema propuesto semi-implícito de Milstein (MSI) con reducción de varianza representado por la ecuación (22) para resolver numéricamente las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual con efectos de retroalimentación representadas por la ecuación (1), considerando las reactividades de paso y rampa para un reactor moderado con grafito y con combustible U-235.

Los parámetros físicos de este tipo de reactor se presentan en la Tabla I. La fracción total de precursores $\beta = \sum_{i=1}^m \beta_i$, el promedio de neutrones generados por evento de fisión $\nu = 2.5$, el tiempo de generación de neutrones $\Lambda = 5 \times 10^{-5} (s)$, y la fuente externa de neutrones $q(t) = 0$.

En todos los experimentos numéricos se realizan con un paso de tiempo $\Delta = 10^{-3} s$ con 500 movimientos Brownianos y con las condiciones iniciales $n(0) = 1 \text{ g/cm}^3$, $c_i(0) = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda} n(0) \text{ g/cm}^3$.

TABLA I. PARÁMETROS DEL COMBUSTIBLE U-235 UTILIZADOS EN LOS EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor [s^{-1}]
β_1	0.00021	λ_1	0.0124

β_2	0.00141	λ_2	0.0305
β_3	0.00127	λ_3	0.111
β_4	0.00255	λ_4	0.301
β_5	0.00074	λ_5	1.13
β_6	0.00027	λ_6	3.0

Los primeros experimentos numéricos que se realizan se presentan para el caso de un tipo reactividad de paso compensado, conocido como el modelo adiabático, estos experimentos numéricos utilizan un coeficiente térmico de reactividad $\alpha = 5 * 10^{-5} K^{-1}$, el coeficiente recíproco de capacidad térmica del reactor $K_C = 0.05 \text{ K cm}^3 \text{ s}^{-1}$, las diferentes reactividades iniciales para esta forma de reactividad son $\rho(0) = 0.50$, $\rho(0) = 0.75$, $\rho(0) = 1.00$, y $\rho(0) = 1.50$, las unidades de la reactividad se dan en dólares (\$) con intervalos de evaluación desde cero hasta 100, 50, 25 y 5s respectivamente. En las Tablas II-III se registran los picos en la densidad de neutrones y el tiempo al pico. Se observa como el esquema semi-implícito de Milstein con la aproximación de la diagonal Browniana, los valores de la altura del pico y el tiempo en alcanzar dicho pico en la densidad de neutrones, es muy cercana a los diferentes métodos reportados en la literatura.

TABLA II. ALTURA Y TIEMPO EN LA DENSIDAD DE NEUTRONES CON UN PASO DE REACTIVIDAD

Método	$\rho(0) = 0.50 (\$)$		$\rho(0) = 0.75 (\$)$	
	Pico	Tiempo	Pico	Tiempo
MEMD	6.17×10^{-8}	4.50×10^{-11}	4.30×10^{-11}	4.30×10^{-11}
MMSD	3.85×10^{-5}	3.20×10^{-8}	4.69×10^{-11}	4.69×10^{-11}
MEM	6.14×10^{-4}	2.04×10^{-6}	7.60×10^{-9}	7.60×10^{-9}
TAYLOR 1.5	9.73×10^{-3}	1.29×10^{-4}	1.92×10^{-6}	1.92×10^{-6}
MSI	3.56×10^{-1}	2.93×10^{-2}	2.70×10^{-3}	2.70×10^{-3}

TABLA III. ALTURA Y TIEMPO EN LA DENSIDAD DE NEUTRONES CON UN PASO DE REACTIVIDAD

Método	$\rho(0) = 1.00 (\$)$		$\rho(0) = 1.50 (\$)$	
	Pico	Tiempo	Pico	Tiempo
TAE	770.52	1.04	33119.58	0.17
MEM	767.38	1.09	32943.36	0.18
ITS2	807.87	0.95	43024.61	0.17
MSI	811.66	0.96	43861.05	0.17

Los siguientes experimentos numéricos se realizan para el tipo de reactividad rampa con una reactividad inicial $\rho(0) = 0$, con diferentes valores para el coeficiente de variación de la reactividad impresa, esto es, $a = 0.1 s^{-1}$, $a = 0.01 s^{-1}$, $a = 0.003 s^{-1}$ y $a = 0.001 s^{-1}$ para cada valor de a son considerados los coeficientes de apagado $b = 10^{-11}$ y $b = 10^{-13}$. Los primeros dos experimentos corresponden a valores de

$a=0.1s^{-1}$ y $a=0.01s^{-1}$, estos experimentos son ejecutados en un intervalo de tiempo de cero a cinco segundos. Los resultados obtenidos son mostrados en la Tablas IV-V, en ella se observa el mismo comportamiento del esquema estudiado. El método propuesto provee buenas aproximaciones en el cálculo del tiempo al pico y muy buenas aproximaciones en el valor del pico de la densidad de neutrones.

TABLA IV. ALTURA Y TIEMPO EN LA DENSIDAD DE NEUTRONES CON UNA REACTIVIDAD COMPENSADA $a=0.1s^{-1}$

Método	$b=10^{-11}$		$b=10^{-13}$	
	Pico (10^{11})	Tiempo	Pico (10^{13})	Tiempo
MEM	1.79	0.14	2.14	0.15
TAE	1.85	0.14	2.22	0.14
MEMD	1.89	0.24	2.24	0.25
MMSD	1.90	0.24	2.26	0.25
Taylor 1.5	1.86	0.23	2.31	0.24
BEFD	2.42	0.22	2.90	0.24
MSI	2.93	0.23	3.58	0.24

TABLA V. ALTURA Y TIEMPO EN LA DENSIDAD DE NEUTRONES CON UNA REACTIVIDAD COMPENSADA $a=0.01s^{-1}$

Método	$b=10^{-11}$		$b=10^{-13}$	
	Pico (10^{10})	Tiempo	Pico (10^{12})	Tiempo
MEM	1.79	0.14	2.14	0.15
TAE	1.85	0.14	2.22	0.14
MEMD	1.89	0.24	2.24	0.25
MMSD	1.90	0.24	2.26	0.25
Taylor 1.5	1.86	0.23	2.31	0.24
BEFD	2.42	0.22	2.90	0.24
MSI	2.93	0.23	3.58	0.24

Otro experimento para validar el método corresponde al valor de $a=0.003s^{-1}$, se realiza en un intervalo de tiempo de cero a diez segundos. La Tabla VI presenta buenos resultados para este experimento, tanto en el pico de la densidad de neutrones como en el tiempo al pico, respecto al valor de referencia.

TABLA VI. ALTURA Y TIEMPO EN LA DENSIDAD DE NEUTRONES CON UNA REACTIVIDAD COMPENSADA $a=0.003s^{-1}$

Método	$b=10^{-11}$		$b=10^{-13}$	
	Pico (10^9)	Tiempo	Pico (10^{11})	Tiempo
MEMD	4.72	2.92	6.01	3.02
MMSD	4.74	2.92	6.01	3.02
BEFD	5.11	2.91	6.53	3.01
MSI	5.20	2.91	6.66	3.01

V. CONCLUSIONES

Se presentó el método de Milstein semi-implícito para resolver

numéricamente las ecuaciones estocásticas de la cinética puntual con efectos de temperatura, considerando diferentes reactividades tipo paso compensado y rampa. Las aproximaciones de los diferentes experimentos numéricos para calcular los picos de la densidad de neutrones y el tiempo al respectivo pico están muy de acuerdo cuando se comparan con los resultados reportados en la literatura.

REFERENCIAS

- [1] J. J. Duderstadt and L. J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis*, Second ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 1976.
- [2] M. Stacey, *Nuclear Reactor Physics 3e*. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2018. doi: 10.1002/9783527812318
- [3] D. Hetrick, *Dynamics of Nuclear Reactors*; American Nuclear Society: La Grange Park, IL, USA, 1993.
- [4] J. G. Hayes and E. J. Allen, "Stochastic Point-kinetics equations in nuclear reactor dynamics," *Ann Nucl Energy*, vol. 32, pp. 572-587, 2005, doi.org/10.1016/j.anucene.2004.11.009
- [5] S.S. Ray, "Numerical Simulation of Stochastic Point Kinetic Equations in the Dynamical System of Nuclear Reactor," *Ann Nucl Energy*, vol. 49, pp. 154-159, 2012, doi.org/10.1016/j.anucene.2012.05.022
- [6] S.S. Ray and A. Patra, "Numerical Simulation for Stochastic Point Kinetic Equations with Sinusoidal Reactivity in Dynamical System of Nuclear Reactor," *Int. J Nucl Sci Technol*, vol. 7, pp. 231-242, 2013, doi.org/10.1504/IJNEST.2013.052165
- [7] S.M. Ayyoubzadeh and N. Vosoughi, "An Alternative Stochastic Formulation for the Point Reactor," *Ann Nucl Energy*, vol. 63, pp. 691-695, 2014, doi.org/10.1016/j.anucene.2013.09.013
- [8] A.A. Nahla and A.M. Edress, "Analytical Exponential Model for Stochastic Point Kinetic Equations via Eigenvalues and Eigenvectors," *Nucl Sci Technol*, vol. 27, pp. 19-27, 2016a, doi.org/10.1007/s41365-016-0025-6
- [9] A.A. Nahla and A.M. Edress, "Efficient Stochastic Model for the Point Kinetics Equations," *Stochast Analy Appl*, vol. 34, pp. 598-609, 2016b, doi.org/10.1080/07362994.2016.1159519
- [10] Da Silva.M. Wollmanna, R. Vasques, B.E.J. Bodmann and M.T Vilhena, "A Nonstiff Solution for the Stochastic Neutron Point Kinetics Equations," *Ann Nucl Energy*, vol. 97, pp. 47-52, 2016, doi.org/10.1016/j.anucene.2016.06.026
- [11] D. Suescún-Díaz, D., Y.M. Oviedo-Torres and L.E. Giron-Cruz, "Solution of the Stochastic Point Kinetics Equations Using the Implicit Euler-Maruyama Method," *Ann Nucl Energy*, vol. 117, pp. 45-52, 2018, doi.org/10.1016/j.anucene.2018.03.013
- [12] A. A. Nahla, "Stochastic model for the nonlinear point reactor kinetics equations in the presence Newtonian temperature feedback effects," *J. Difference Equations*

- and Applications*, vol. 23, pp. 1001-1006, 2017, doi.org/10.1080/10236198.2017.1308507
- [13] S. Singh and R. Saha, "On the comparison of two split-step methods for the numerical simulation of stochastic point kinetics equations in presence of Newtonian temperature feedback effects," *Ann Nucl Energy*, vol. 110, pp. 865-873, 2017, doi.org/10.1016/j.anucene.2017.08.001
- [14] S. Singh and R. Saha, "Numerical solutions of stochastic nonlinear point reactor kinetics equations in presence of Newtonian temperature feedback effects," *J Computational and Theoretical Transport*, Vol. 28, pp. 47-57, 2019, doi.org/10.1080/23324309.2019.1604549
- [15] B.D. Ganapol, "A highly accurate algorithm for the solution of the point kinetics equations," *Ann Nucl Energy*, vol. 62, pp. 564-571, 2013, doi.org/10.1016/j.anucene.2012.06.007
- [16] S. Leite S., M. De Vilhena M., B. Bodmann, "Solution of the point reactor kinetics equations with temperature feedback by the ITS2 method," *Prog Nucl Energy*. Vol. 91, pp. 240-249, 2016, doi.org/10.1016/j.pnucene.2016.05.001
- [17] G.N. Milstein, M. V. Tretyakov, *Stochastic Numerics for Mathematical Physics*, Springer International Publishing, Cham, 2021, doi.org/10.1007/978-3-030-82040-4.
- [18] P.E. Kloeden and E. Platen, *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Springer-Verlag, New York. 1992
- [19] J. Le Gall, *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*, Orsay Cedex, Springer, France. 2016 <https://doi.org/10.1007/978-3-319-31089-3>

Daniel Suescún Díaz. Recibió el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander en 1993, el título de Físico de la Universidad Industrial de Santander en 1999 y MSc en Física de la Universidad Industrial de Santander en el año 2000, el título de Doctor en Física en Reactores Nucleares de la Universidad Federal de Rio de Janeiro en el año 2007. Entre sus intereses investigativos se encuentra la Física nuclear y la Física computacional con métodos numéricos estocásticos.

[ORCID. https://orcid.org/0000-0003-2422-0684](https://orcid.org/0000-0003-2422-0684)

Faiber Robayo Betancourt. Recibió el título de Ingeniero Electrónico de la Universidad Surcolombiana en 2002, el título de Magister en Ingeniería de Control en el año 2010. Entre sus intereses investigativos se encuentra el Procesamiento de señales y los sistemas de control.

<https://orcid.org/0000-0002-1048-8383>

Diego Peña Lara. Recibió el título de Físico de la Universidad del Valle 1986, el título M Sc. en Física de la Universidad de Valle en el año 1990 y el título de Doctor en Física de la Universidad Federal de Minas Gerais en el año 1999. Entre los intereses investigativos se encuentra la Física Estadística, Física computacional con métodos numéricos, dinámica molecular, método de Monte Carlo, procesos estocásticos, Transiciones de fases en sistemas magnético e iónicos