

**ESTUDIO DINAMICO DE UN HORNO DE RESISTENCIAS ELECTRICAS CONVERTIDO A GAS**

**System Dynamic of an electrical oven and a gas oven retrofit**

<p><b>RESUMEN</b> Se determinan los modelos matemáticos de los elementos que intervienen en el comportamiento dinámico de un horno de resistencias eléctricas usado en la industria de las galletas. Se analiza también la opción de cambiar las resistencias eléctricas por un sistema de combustión a gas y se determinan los modelos matemáticos de los nuevos elementos a gas y se muestra el comportamiento dinámico del horno ya convertido</p> <p><b>PALABRAS CLAVES:</b> Hornos. Hornos eléctricos y a gas. Dinámica de hornos</p> <p><b>ABSTRACT</b> The system dynamic of an electrical oven used in the cracker industries is analyzed. Besides of that, the retrofit to natural gas is analyzed and the system dynamic of the natural gas oven.</p> <p><b>KEYWORDS:</b> Ovens. Electrical and gas ovens. System dynamics of the electrical. System dynamics of the gas oven.</p>	<p><b>Héctor Aguirre Corrales</b> Ingeniero Mecánico, M.Sc. Profesor Auxiliar Facultad de Ciencias Básicas Universidad Tecnológica de Pereira Hectorac@utp.edu.co</p> <p><b>Carlos Alberto Orozco Hincapié</b> Ingeniero Mecánico, M.Sc. Profesor Titular Facultad Ingeniería Mecánica Universidad Tecnológica de Pereira corozco@ utp.edu.co</p>
--	---

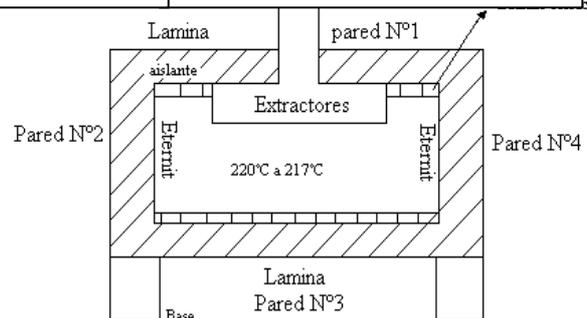
**1. INTRODUCCION**

Se tiene un horno de resistencias eléctricas de calentamiento indirecto de la carga, que fluye internamente, se calienta por efectos de la radiación, convección o una combinación de ambas. La energía calorífica requerida para el calentamiento procede de resistencias eléctricas dispuestas dentro del horno. La reconversión desde el punto de vista técnico económico se analizó en un trabajo de grado asesorado por los autores y en un trabajo posterior de los mismos. [6]

El problema a resolver es establecer la dinámica de un horno eléctrico convencional que actualmente está operando en la ciudad en una industria alimenticia. Igualmente establecer la dinámica del mismo horno reconvertido a gas, usando herramientas de la dinámica de sistemas y aplicando conceptos establecidos en las referencias analizadas. [1, 2, 7, 8, 10]. Las estrategias de control no son parte de este artículo. Las dinámicas se establecieron a partir del modelamiento de los respectivos sistemas, simuladas y luego validadas con datos de campo.

**2. MATERIALES Y METODOS**

El horno convencional consta de una sección transversal rectangular y es de funcionamiento continuo, pues la carga fluye sobre una banda transportadora a velocidad constante; sistema muy utilizado en la industria de alimentos. [6] La ubicación de las resistencias, en el interior, puede tener distintos arreglos. Para este estudio, se tiene una distribución uniforme en el piso y techo. Este arreglo es práctico porque se logra una distribución uniforme de la temperatura interna que se traduce en un menor consumo de energía. [4, 9]



Para establecer la dinámica de un horno eléctrico convencional e igualmente establecer la dinámica del mismo horno reconvertido a gas, se usarán las herramientas de la dinámica de sistemas como se describe a continuación en la cual se obtiene y se **identifica el comportamiento del sistema, aspecto fundamental en la dinámica de cualquier horno**, el cual hace énfasis en el estudio dinámico del horno eléctrico y a gas. Por las razones dadas es que se calculan las capacitancias de los elementos del horno, las potencias de consumo de alimentación tanto eléctricas como a gas y como se aplica o bajo qué función de entrada se representan dichas potencias.

**2.1 Dinámica de un horno eléctrico**

El cual hace énfasis en el estudio dinámico del horno eléctrico y a gas. Por las razones dadas es que se calculan las capacitancias de los elementos del horno, las potencias de consumo de alimentación tanto eléctricas como a gas y como se aplica o bajo qué función de entrada se representan dichas potencias.

$T_1$  = Temperatura de la carga

$T_2$  = Temperatura ambiente

$T_3$  = Temperatura de las resistencias

$T_4$  = Temperatura de la pared interior

$Q_1$  = Calor generado por las resistencias =  $I^2 / R$

$Q_2$  = Flujo de calor desde las paredes hacia la carga

$Q_3$  = Perdas de calor a través de las paredes del horno

$C_1$  = Capacidad térmica de la carga

$C_2$  = Capacidad térmica de elementos de calentamiento

$C_3$  = Capacidad térmica de las paredes del horno

$R_{11}$  = Resistencia térmica entre paredes y la carga

$R_{12}$  = Resistencia térmica entre paredes y exteriores

### 2.1.1. Determinación de funciones

El calor hacia la carga es:

$$Q_1 - (Q_2 + Q_3) = \frac{C_2 dT_3}{dt} \quad (1)$$

Considerando la conductividad térmica de la carga:

$$Q_2 = \frac{T_4 - T_1}{R_{11}} = \frac{C_1 dT_1}{dt} \quad (2)$$

El flujo de calor a través de paredes hacia el ambiente es:

$$Q_3 = \frac{T_3 - T_2}{R_{12}} \quad (3)$$

Si la conductividad térmica de la pared es elevada:

$$Q_3 = \frac{C_3 dT_4}{dt} \quad (4)$$

Sustituyendo (4) y (2) en (1), se obtiene:

$$\frac{U^2}{R} - \frac{C_1 dT_1}{dt} - \frac{C_3 dT_4}{dt} = \frac{C_2 dT_3}{dt} \quad (5)$$

Suponiendo una gran aproximación entre  $T_3$  y  $T_4$ :

$$\frac{U^2}{R} - \frac{C_1 dT_1}{dt} = (C_2 + C_3) \frac{dT_4}{dt} \quad (6)$$

De la ecuación (2) se deduce:

$$T_4 = C_1 R_{11} \frac{dT_1}{dt} + T_1 \quad (7)$$

Sustituyendo (7) en (6) se obtiene:

$$\frac{U^2}{R} - \frac{C_1 dT_1}{dt} = (C_2 + C_3) \frac{d}{dt} [C_1 R_{11} \frac{dT_1}{dt} + T_1] \quad (8)$$

$C_1 R_{11} = \tau$ , es una constante de tiempo. Reemplazando y simplificando en (8)

$$\tau \frac{d^2 T_1}{dt^2} + \frac{(C_1 + C_2 + C_3) dT_1}{dt} = \frac{U^2}{R} \frac{1}{(C_2 + C_3)} \quad (9)$$

Scientia et Technica Año XV, No 42, Agosto de 2009. Universidad Tecnológica de Pereira.  
Comprende la función teórica que muestra el comportamiento de la temperatura interna, en el tiempo, cuando se le aplica una potencia eléctrica

Para resolver (9) se determinan las capacitancias de un horno en un proceso real de la industria de los alimentos. El horno procesa un producto determinado a una temperatura de estado permanente de 172 °C y temperatura ambiente de 25 °C

### 2.1.2 Cálculo de capacitancias

**Capacitancia de la carga  $C_1$ :** Se calcula a partir de la expresión  $C_1 = m \cdot c_1$ ; Donde  $m$  es la masa de la carga y  $c_1$  es el calor específico de la carga.

Como la velocidad de la banda transportadora es constante, el horno alberga una carga constante de 13 kg; Además, el fabricante suministró el calor específico:

$$\text{Calor específico producto } c_1 = 0,78 \frac{Wh}{\text{OC} \cdot \text{kg}}$$

$$\text{Por lo tanto } C_1 = 10,13 \frac{Wh}{\text{OC}}$$

**Capacitancia de la fuente de calor  $C_2$  (Resistencias):** Es la capacitancia del volumen de aire caliente que está en contacto con la carga. Para el aire caliente a 172 °C, se tiene: Calor

$$\text{específico: } C_p = 0,28 \frac{Wh}{\text{kg} \cdot \text{OC}}$$

$$\text{Densidad: } \rho = 0,748 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{ CV}}$$

Volumen interno del horno:  $V = 7,95 \text{ m}^3$ . La masa del aire interno es:  $m = 5,95 \text{ kg}$ . Realizando el producto de la masa por

$$\text{el calor específico se obtiene: } C_2 = 1,66 \frac{Wh}{\text{OC}}$$

**Capacitancia de las paredes  $C_3$ :** El calor específico de la lámina de las paredes internas varía muy poco con la temperatura. La masa de la lámina es de 554,38 kg. Luego,

$$C_3 = 70,84 \frac{Wh}{\text{OC}}$$

### 2.1.3 Cálculo de la potencia de alimentación P

la fuente de voltaje  $V$  es de 438 Voltios, por tanto la potencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Potencia}(P) = \frac{U^2}{R} = \frac{V^2}{R} = Vi \quad (10)$$

$i$ : Corriente eléctrica; es la variación de la carga  $q$  en la unidad del tiempo

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Reemplazando los valores de las capacitancias y la potencia en la expresión (9) se obtiene:

$$\tau \frac{d^2 T_1}{dt^2} + 1.14 \frac{dT_1}{dt} = 6,04 \frac{dq}{dt} \quad (11)$$

**2.1.4 Función de transferencia**

Aplicando transformada de Laplace, a (1) y simplificando la expresión se obtiene la función de transferencia teórica de la planta :

$$\frac{T(s)}{q(s)} = G(s)_{TP} = \frac{6,04}{\tau s + 1.14} \quad (12)$$

**2.1.5. Funcionamiento horno eléctrico real**

Durante una jornada de trabajo real, el horno se prendió a temperatura ambiente de 25 °C. La potencia suministrada fue de 160 kW. El sistema según el operario, funciona así: la potencia inicial, aplicada en forma de función escalón, tiene que ser baja para lograr un calentamiento lento que proteja el refractario. Los cambios bruscos de temperatura pueden ocasionar deterioro y disminuir el tiempo de vida útil del refractario

**2.1.6 Datos de campo horno eléctrico**

Los datos de las lecturas tomadas se presentan en los siguientes dos vectores:

Tiempo : x = [0,20,40,60,80,.....,1080]  
 Temperatura: y = [25,28,34,40,45,.....,172,171]

**2.1.7 Función por interpolación**

Se realizó el ajuste de la curva aplicando el concepto de ajuste de curvas por mínimos cuadrados para un polinomio de orden n, con n >= 1, Siendo n un numero entero. En la referencia [11] se ofrece una función llamada "polyfit" que resuelve el ajuste de curvas por mínimos cuadrados. La rutina es la siguiente:

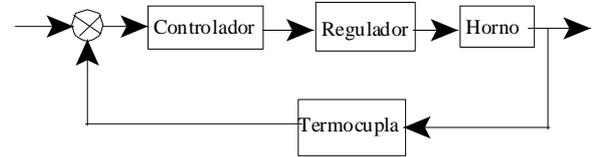
```
n=3; (*polinomio de orden 3*)
p=polyfit(x, y, 3); enter
Xi=linspace(0:1080:60); Crea 60 divisiones entre 0 y 1080
z=polyval(p, xi); evalúa el polinomio en xi
plot(x,y,'o','x,y,xi,z','-'); Le asigna, a las curvas, la forma de la trayectoria
```

El polinomio p obtenido por interpolación es:

$$p = -7.3 * 10^{-8} x^3 + 3.1 * 10^{-5} x^2 + 0.1874x + 24.8780 \quad (13)$$

Antes de diseñar el sistema a gas, se hace necesario describir brevemente cómo funciona el horno eléctrico<sup>[4,9]</sup> El elemento que se encarga de regular la entrada de potencia eléctrica son los tiristores. El paso de potencia, hacia el equipo, depende de la señal eléctrica enviada a los tiristores por un controlador. En la figura 2 se muestra la disposición de los elementos principales que forman parte del sistema de regulación y control

Figura 2. Elementos de regulación y control eléctrico



**2.2 Dinámica de un horno a gas**

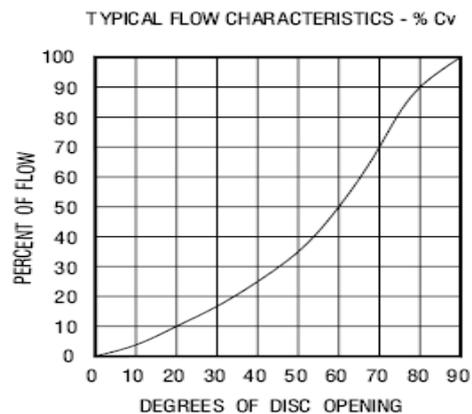
Tomando como referencia la figura 2, en el sistema a gas, las resistencias son reemplazadas por quemadores de llama; por tanto, los tiristores tienen que ser reemplazados por una válvula reguladora de caudal del fluido combustible. En este caso, se usará una válvula mariposa con servomotor que regulará la abertura de la válvula dependiendo de la señal que viene del controlador.

La función de transferencia del horno es la misma a la calculada en (12), pues es independiente del tipo de potencia que consume. La termocupla y el controlador también serán los mismos. Hecha la descripción se procede a obtener las funciones de transferencia de la válvula mariposa y de la termocupla para realizar el análisis dinámico del sistema.<sup>[3,5]</sup>

**2.2.1 Caracterización de la válvula mariposa**

Se tiene la curva típica de comportamiento de una válvula mariposa:

Figura 3. Curva típica de la válvula mariposa



La curva típica muestra la evolución, en % del fluido, según el grado de abertura, de la compuerta de la válvula que gira de 0° a 90°. De la curva típica se tomó una serie de puntos (parejas de coordenadas), para realizar un ajuste por mínimos cuadrados que permita obtener una ecuación aproximada del comportamiento de la válvula. La ecuación obtenida es la siguiente:

$$F(\theta) = 0,1014\theta + 0,01210 \theta^2 - 0,0001 \theta^3 \quad (14)$$

$$r^2 = 0,99$$

Graficando los resultados, es posible observar las zonas óptimas de trabajo de la válvula:

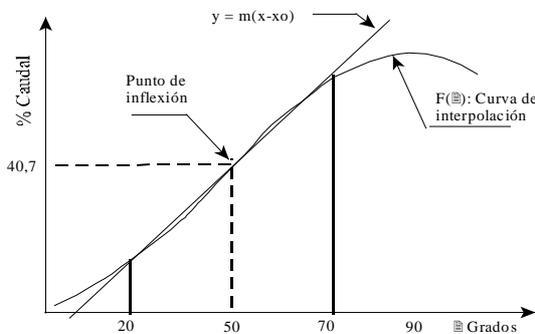
Usando derivadas se calculó el punto de inflexión de la curva de interpolación  $F(\theta)$

Luego se determinó la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto de inflexión

$$y = m(x-x_0) = 1,32x - 25,3 \quad (15)$$

De acuerdo al grafico,  $F(\theta)$  se aproxima a una línea recta cuando la abertura de la válvula está entre  $20^\circ$  y  $70^\circ$ ; en este intervalo, la válvula adquiere características de flujo rectilíneo aproximado.

Figura 4. Zona de trabajo de la válvula



Los fabricantes [5], recomiendan que se opere en ese intervalo, por tanto, el flujo mínimo debe ser a  $20^\circ$  y el máximo a  $70^\circ$ . Como la válvula trabaja alrededor del punto de inflexión, para efectos de simulación, el término  $x_0$  se puede omitir.

$y = m x = 1,32x$ ; Aplicando transformada de Laplace se obtiene la función de transferencia de la válvula:

$$G_v(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = 1,32 \quad (16)$$

**2.2.2 Solución del sistema**

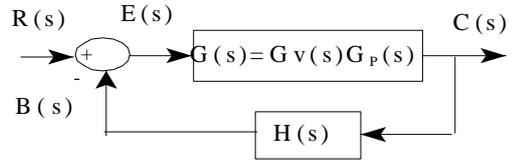
Los valores de las funciones de transferencia encontrados se pueden presentar en un diagrama de lazo cerrado [8], como el de la Figuras 2 y 5..

**2.2.3 La Función de transferencia**

Ubicando las funciones de transferencia de cada elemento, en la figura 5, se obtiene la función de transferencia de lazo cerrado de todo el sistema:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{7,97}{s + 1,58} \quad (17)$$

Figura 5. Diagrama de lazo cerrado del sistema



La función (17),  $C(s) / R(s)$ , representa la relación entre la salida  $C(s)$  y la entrada  $R(s)$  en términos de la transformada de Laplace; pero, se necesita conocer la función de salida  $C(t)$ . Para lograrlo se toma a  $R(s)$  como la transformada de Laplace de una función escalón unitario. En este caso  $R(s) = 1/s$ . La solución se plantea presentando a la ecuación (6,8) de la siguiente manera:

$$C(s) = \frac{7,97}{s + 1,58} * R(s) = \frac{7,97}{s + 1,58} * \frac{1}{s} \quad (18)$$

Aplicando fracciones parciales a (17)

$$\frac{7,97}{(s + 1,58) * s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 1,58} \quad (19)$$

Resolviendo A y B se obtiene la expresión simplificada:

$$C(s) = \frac{1,43}{s} - \frac{1,43}{s + \frac{1,24}{\tau}} \quad (20)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a (6,10) se obtiene  $C(t)$

$$C(t) = 5,04[1 - \exp(-\frac{1,58t}{\tau})] ; \text{ para } t \geq 0 \quad (21)$$

**2.3 Dinámica del sistema de medición (Caracterización de la termocupla)**

Las termocuplas instaladas en el sistema son de tipo J y de material hierro-constantan [6]. Se alcanza una temperatura máxima de  $350^\circ\text{C}$  para una incertidumbre de  $\pm 1^\circ\text{C}$ .

Tabla 1. relación voltaje- temperatura en tipo J

Temp (°C)	Voltaje (mV)	Temp T (°C)	Voltaje (mV)
25	0	180	8,39
30	0,26	190	8,95
40	0,78	200	9,50
50	1,31	210	10,06
60	1,84	220	10,61
70	2,37	230	11,17
80	2,91	240	11,72

**3.0 RESULTADOS**

**3.1 Comportamiento dinámico horno eléctrico**

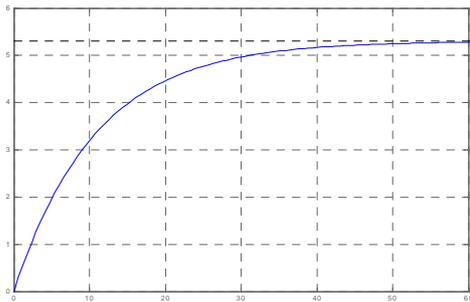
Aplicando MATLAB [11] a (12), se puede mostrar gráficamente el comportamiento de la señal de salida (temperatura) de la planta en lazo abierto aplicando una entrada escalón para cualquier valor de la constante de tiempo  $\tau$ . Se aplica entrada

escalón porque al momento de prender el horno se aplica potencia constante.

La función de transferencia obtenida para el horno eléctrico fue:

$$\frac{T(s)}{q(s)} = G(s)_{TP} = \frac{6,04}{\tau s + 1,14} \quad (12)$$

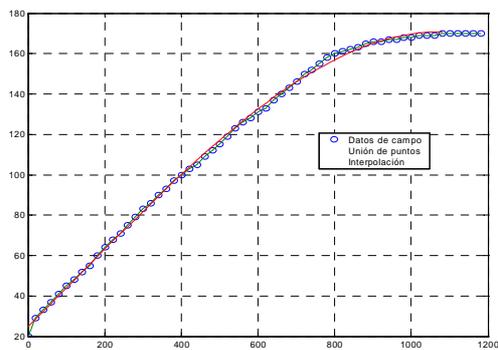
Figura 6. Respuesta en lazo abierto a una entrada escalón



La figura 6, muestra el comportamiento dinámico del horno eléctrico a partir de la ecuación de transferencia (12), cuando q(s) se asume como una entrada escalón y la constante de tiempo igual a 12 minutos; tiempo aproximado en que el horno alcanza el 65% del valor de su estado permanente.

Las curvas de los datos de campo y del polinomio interpolado se presentan superpuestas en el gráfico de la figura 7. El objetivo es establecer una relación de comparación. La curva de círculos representa la función con datos de campo y la curva continua, la función de interpolación

Figura 7. Curva real de funcionamiento



### 3.2. Comportamiento dinámico sistema a gas

La curva de la función C(t), ecuación (21) del numeral 2.2.3, se presenta en la Figura 8, Entre más pequeña es la constante de tiempo τ, más rápida es la respuesta del sistema:

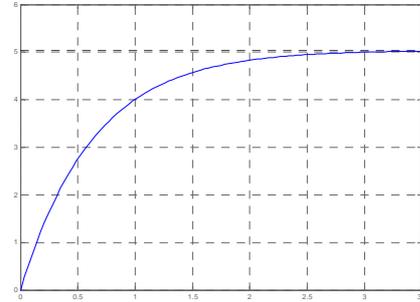
Si t = ∞; C(t) = 5,04

Si t = 0, C(t) = 0

Si t = τ, C(t) = 4,0 que equivale al 79,4 % del valor de estado permanente que es de 5,04. La función de transferencia del

horno a gas es:  $C(s) = \frac{1,43}{s} - \frac{1,43}{s + \frac{1,24}{\tau}}$

Figura 8. Salida C(t) para una entrada escalón unitario

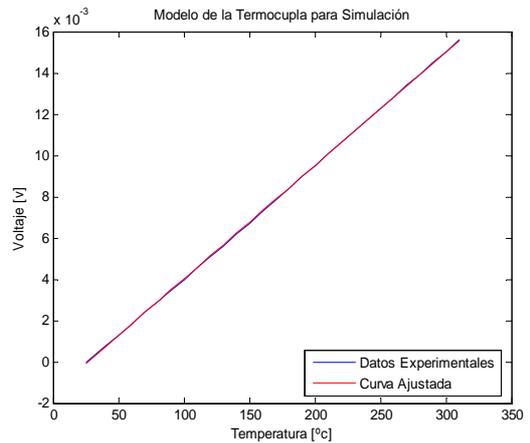


### 3.2 Caracterización de la termocupla

Se tomaron los datos de la termocupla instalada en el sistema, se elabora una tabla desde 25 C hasta 350 C, con su respectivo valor de voltaje correspondiente. Haciendo una regresión de datos experimentales se obtuvo:

V(T) = -1,4681 + 0,0549 T; cuya grafica es la Figura 6.

Figura 9. Curva con datos de tabla 1 y de interpolación



Para efectos de simulación se puede eliminar el término negativo: V(T) = 0,0549T. Aplicando transformada de Laplace se obtiene la función de transferencia:

$$H(s) = \frac{V(s)}{T(s)} = 0,0549$$

Esta es la función de transferencia de la termocupla.

### 4.0 CONCLUSIONES

En base los resultados antes anotados y analizando las soluciones de las funciones de transferencia se procede a concluir lo siguiente:

- Como la respuesta es muy lenta, el tiempo de asentamiento se hace muy grande
- La respuesta transitoria, en los sistemas eléctrico y a gas (Figuras 6,7 y 8) no oscilan; esta es una característica de los sistemas sobreamortiguados donde la respuesta transitoria, en el tiempo, no oscila.
- Independientemente, de los valores numéricos, en ambas curvas. El comportamiento, de la temperatura en el tiempo, de los dos sistemas eléctricos y a gas son similares.

- La curva de la figura 7, realizada con datos experimentales, confirma que la temperatura de salida responde muy lentamente a la señal de entrada que es la potencia eléctrica. Esta curva está de acorde con el criterio que se tiene sobre los sistemas térmicos: Estos responden muy lentamente ante la presencia de una fuente de calor [8]

## 5. BIBLIOGRAFIA

[1] ASTIGARRAGA, Julio y AGUIRRE, José Luís. Hornos Industriales de resistencia eléctrica. 6 ed. España: Mc Graw Hill, 1999. 208p. ISBN 968-25-2025-8

[2] BENNET, Dick. Burners and their control par1, 2, 3, 4 and 5. USA. Process-heating. Disponible en: [www.process-heating.com/CDA/Articleinformation/Energy\\_Notes\\_Item/0,3271,1600](http://www.process-heating.com/CDA/Articleinformation/Energy_Notes_Item/0,3271,1600).

[3] FLIGIOLA S. Richard y BEASLEY E. Donald. Mediciones Mecánicas 3ed. Mexico, D.F. Alfaomega Editores. 585p, Capitulo 8.

[4] FLYNN CORPORATION. Seminario sobre Combustión: conversión y mantenimiento de sistemas de Combustión. 2003. p70.

[5] GREENE W., Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías. 1 ed. México: McGRAW-HILL, 1995. Cap 1

[6] LONDOÑO GIRALDO, Juan Carlos. Estudio de la reconversión del horno de deditos de champagne de electricidad a gas natural. Pereira Colombia:. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingeniería Mecánica. Área de térmicas

[7] LOPEZ LOBO, JAIME Y OROZCO HINCAPIE, CARLOS ALBERTO. *Dinámica de Sistemas Térmico* Scientia et Technica Año III, No 5, Abril 1997, Universidad Tecnológica de Pereira, pp 183-194

[8] OGATA, Katsuhito. Ingeniería de control moderna. 3 ed. México: Editorial PRENTICE-HALL HISPANOAMERICA S.A,1998. 995 p

[9] **OROZCO HINCAPIE, CARLOS ALBERTO.** *Optimización del diseño de aislamientos térmicos para superficies calientes: TUBERIAS.* Scientia et Technica Año II, No 37, Abril 1996, Universidad Tecnológica de Pereira

[10] **OROZCO HINCAPIE, CARLOS ALBERTO Y LOPEZ LOBO, JAIME.** *Solución Comparativa de la Dinámica de Sistemas Térmicos Y Electromecánicos.* Scientia et Technica Año III, No 6, II semestre de 1997. Universidad Tecnológica de Pereira, pp 85-92.

[11] THE MATH WORKS Inc. Matlab version 6.5 Profesional.