

## CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN DE UNA MÁQUINA SÍNCRONA

### Characterization of the excitation system of a synchronous machine

#### RESUMEN

El control de la tensión de una máquina síncrona se realiza modificando la corriente de su devanado de campo. Para tal fin se requiere de una excitatriz la cual en este trabajo está conformada por un circuito rectificador monofásico basado en tiristores. Para conseguir un buen diseño desde el punto de vista del control, se requiere de su caracterización, la cual es obtenida usando una función trigonométrica inversa, que es la usada en este trabajo.

**PALABRAS CLAVES:** caracterización, control, excitatriz, función trigonométrica inversa, máquina síncrona.

#### ABSTRACT

*Voltage control in a synchronous machine is made modifying the current of the field winding. One exciter circuit based in thyristor circuit rectifier is required to control the field current. To get a good design since the control viewpoint, is necessary a characterization with an inverse trigonometric function, as used in this paper.*

#### KEYWORDS:

*Characterization, control, exciter, inverse trigonometric function, synchronous machine.*

#### ALFONSO ALZATE GÓMEZ

Ingeniero Electricista, M. Sc.  
Profesor Titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
alalzate@utp.edu.co

#### JOSÉ NORBEY SÁNCHEZ FERNÁNDEZ

Tecnólogo en Electricidad  
Ingeniero Electricista  
Profesor Catedrático Auxiliar  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jnsanchez@utp.edu.co  
josesan@ohm.utp.edu.co

#### JUÁN EDUARDO BRAVO

Profesor  
Departamento de Matemáticas  
Facultad de Ciencias Básicas  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jubravo@utp.edu.co  
juan.e.bravo@gmail.com

## 1. INTRODUCCIÓN

La etapa de excitación es la encargada de controlar las variaciones o perturbaciones temporales que se presentan en la tensión una máquina síncrona, modificando la corriente que circula por su devanado de campo. Ver figura 1.

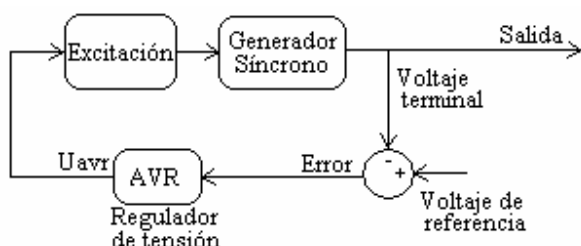


Figura 1. Sistema de control de una máquina síncrona.

El sistema de excitación proporciona la tensión continua al devanado de campo de la máquina síncrona y puede tener diferentes principios de operación [1]. En este trabajo se usa como sistema de excitación un puente rectificador monofásico alimentado desde la red de tensión alterna.

Este sistema se conoce como de excitación estático y es el más frecuentemente utilizado en los últimos años para los generadores síncronos por su elevada velocidad de respuesta con respecto a los electromecánicos aparte de otras ventajas como requerir poco mantenimiento, ocupar poco espacio, y su facilidad de control. Tal vez su mayor desventaja es ser más propenso a los efectos de las sobretensiones y transitorios excesivos.

Para alcanzar los niveles de tensión requerido en el sistema eléctrico y cumplir con unas especificaciones de funcionamiento desde el punto de vista de la regulación se establece un sistema de control para la máquina síncrona tal como el mostrado en la figura 1, en donde el sistema de excitación constituye la etapa de potencia o actuador del sistema de control.

Se hace por lo tanto imperativo establecer la caracterización de cada uno de los componentes del sistema de excitación para poder conseguir en forma analítica los valores de los parámetros de cada uno de los elementos que lo conforman. El objetivo del trabajo presentado es el de mostrar un método para caracterizar al sistema de excitación de una máquina síncrona

cuando está conformado por un puente rectificador, para lo cual es utilizada una función trigonométrica inversa. En la figura 2, se muestra el esquema de los elementos que configuran el sistema de excitación para el devanado de campo de la máquina sincrónica analizada en este trabajo [2].

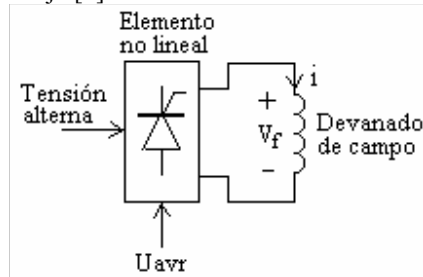


Figura 2 Componentes de un sistema de excitación

**2. DATOS EXPERIMENTALES**

Desde el punto de vista teórico se tiene que la relación entre la tensión entregada por el puente rectificador monofásico y el ángulo de encendido está dada por

$$V_0 = \frac{2V_p}{\pi} \cos(\alpha) \tag{1}$$

Sin embargo, en este caso, puesto que la operación del convertidor es sólo en el primer cuadrante, tanto la tensión como la corriente serán positivas, pudiéndose variar la primera entre cero y su valor máximo. Se pretende establecer, desde un punto de vista práctico, hasta donde se cumple la ecuación (1), estableciendo con base a las mediciones y una técnica de aproximación, la relación existente entre la tensión aplicada al devanado de campo de la máquina sincrónica y el ángulo de encendido de los pulsos aplicados al puente de tiristores que configuran la excitatriz.

Para la toma de datos, se dispuso de un montaje como el se muestra en la figura 3, con equipos de laboratorios de máquinas como el Lab Volt, una tarjeta de adquisición de datos (Lab PC 6220), un transductor de voltaje, un software y un computador, el esquema es el siguiente[3]:

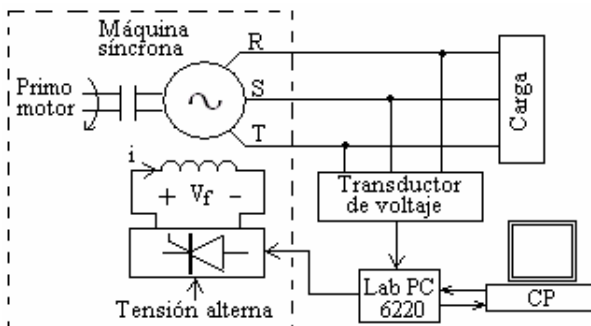


Figura 3. Esquema para la toma de datos experimentales.

El voltaje continuo que se le aplica al devanado de campo es medido, lo mismo que el ángulo de encendido de los

pulsos aplicados en la puerta de los tiristores que conforman el puente rectificador del sistema de excitación.

Los datos experimentales fueron tomados para una variación del ángulo de encendido entre 20° y 180° cada 5°. Para cada punto tomado, se tiene el valor de la tensión continua aplicada al devanado de campo, tal como se muestra en la tabla 1.

Ángulo (°)	Voltaje DC	Ángulo (°)	Voltaje DC
20	105,8	105	52,1
25	104,9	110	47,8
30	102,9	115	43,5
35	101,9	120	39,9
40	99,9	125	34,7
45	97,2	130	30,2
50	94,8	135	26,2
55	91,8	140	22
60	88,7	145	18,5
65	85,3	150	14,9
70	81,9	155	11,58
75	77,2	160	8,8
80	73,2	165	6,3
85	69,2	170	4,4
90	64,1	175	1,55
95	61,3	180	0
100	56,3	-	-

Tabla 1. Datos experimentales

La figura 4, muestra la resultante del ángulo de encendido contra el voltaje continuo aplicado al devanado de campo, en donde se muestran los puntos extremos y un punto de inflexión correspondiente a los datos de la tabla 1.

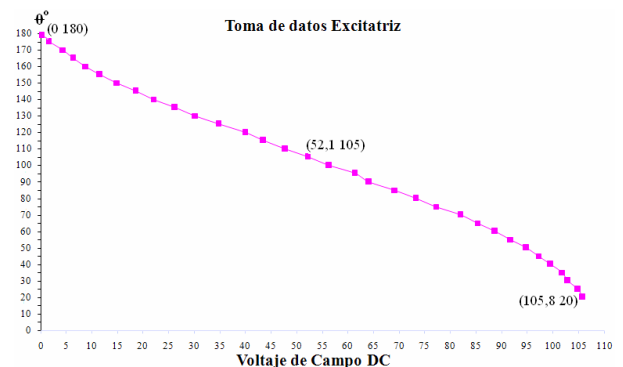


Figura 4. Gráfica ángulo de encendido contra voltaje de campo

**3. MODELO MATEMÁTICO APLICANDO UNA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA INVERSA**

La función  $f(x)=\cos x$ , definida del intervalo cerrado  $[0, \pi]$  en  $[-1,1]$ , es continua y monótona decreciente, y su función inversa esta dada en [4] por:

$$f^{-1}(x) = \arccos x \tag{2}$$

La representación gráfica de la ecuación (2) se muestra en la figura 5.

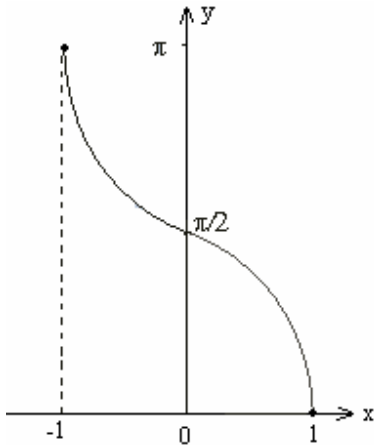


Figura 5. Función coseno inversa  $f^{-1}(x) = \arccos x$

La representación gráfica en la figura 4 sugiere una función coseno inversa desplazada con respecto a los dos ejes coordenados [4], y para el modelamiento matemático se propone la expresión:

$$x = A \cos[B(y-k)] + h \tag{3}$$

Para el cálculo de las constantes se deben escoger tres puntos significativos, así [5]:

El punto de coordenada (52,1 105) como punto de inflexión y los dos puntos extremos de la figura 4. Con estos datos se calcula el valor de la amplitud para la ecuación (2). Ver figura 6.

$$A = 105,8 - 52,1 = 53,7$$

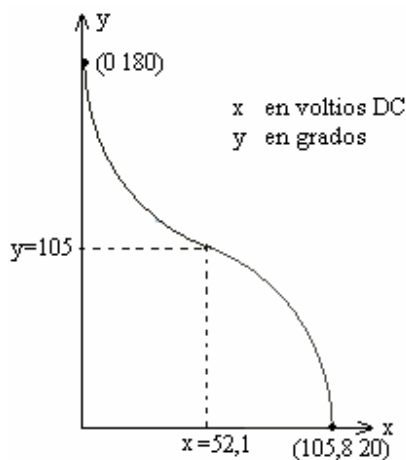


Figura 6. función coseno inversa con los puntos a analizar

En la ecuación (2), con  $A=53,7$  y el punto de coordenada (105,8 20) y despejando a  $y$ :

$$y = \frac{1}{B} \cos^{-1}\left(\frac{x-h}{A}\right) + k \tag{4}$$

Con  $y-k=0$  implica que  $y=k=20^\circ$ . Ahora,  $k$  en radianes:

$$k = \frac{20 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{9}$$

Con  $x=105,8$  y  $y=k$  se obtiene el valor de la constante  $h$ :

$$x = A \cos(0) + h$$

$$105,8 = 53,7 + h$$

$$h = 52,1$$

Para encontrar el valor la constante  $B$  se toma el punto de inflexión (105, 52.1), teniendo en cuenta que los ángulos se deben convertir a radianes, y se reemplaza en la ecuación (2).

$$x = 53,7 \cos\left[B\left(y - \frac{\pi}{9}\right)\right] + 52,1$$

$$52,1 = 53,7 \cos\left[B\left(\frac{105\pi}{180} - \frac{\pi}{9}\right)\right] + 52,1$$

$$52,1 = 53,7 \cos\left[B\left(\frac{17\pi}{36}\right)\right] + 52,1 \tag{5}$$

De la ecuación (5) se iguala la función a cero y comparando con la figura 5, se observa que:

$$\cos\left[\frac{17\pi}{36} B\right] = 0 \tag{6}$$

$$\frac{17\pi}{36} B = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{luego } B = \frac{36}{34}$$

Con las constantes halladas, ver tabla 2, y reemplazando en la expresión (3) se obtiene la relación trigonométrica (7).

Constantes	valor
A	53,7
k	$\pi/9$
h	52,1
B	36/34

Tabla 2. Valores de las constantes

$$x = 53,7 \cos \left[ \frac{36}{34} \left( y - \frac{\pi}{9} \right) \right] + 52,1 \quad (7)$$

Cuya inversa es:

$$y = \frac{34}{36} \cos^{-1} \left( \frac{x-52,1}{53,7} \right) + \frac{\pi}{9} \quad (8)$$

Ahora con  $y=\theta$  en radianes que es el ángulo de los pulsos de encendido aplicados al puente rectificador y con  $x=V$  que es la tensión continua que se aplica al devanado de campo se obtiene, la función del ángulo de encendido contra voltaje de campo de la Máquina sincrónica [6].

Para aplicar la ecuación (9) en el modelo real, se convierten los radianes a grados. La ecuación matemática definitiva es:

$$\theta = \frac{180}{\pi} \left[ \frac{34}{36} \cos^{-1} \left( \frac{V-52,1}{53,7} \right) + \frac{\pi}{9} \right] \quad (9)$$

#### 4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Una vez caracterizado el modelo matemático de la excitación, se procede a comparar los datos experimentales con los calculados, ver tabla 3. El error (e) se calcula de la siguiente expresión:

$$e = \left( \frac{\text{valor teórico} - \text{valor experimental}}{\text{valor teórico}} \right) \times 100 \quad (10)$$

Voltaje de campo DC	$\theta^\circ$ calculado	$\theta^\circ$ experimental	e%
105,8	20,000	20	0
104,9	29,921	25	16,446
102,9	37,864	30	20,769
101,9	40,750	35	14,110
99,6	46,259	40	13,530
97,2	51,049	45	11,849
94,8	55,255	50	9,510
91,8	59,977	55	8,298
88,7	64,421	60	6,862
85,3	68,933	65	5,705
81,9	73,166	70	4,327
77,2	78,681	75	4,678
73,2	83,148	80	3,786
69,2	87,463	85	2,816
64,1	92,804	90	3,021
61,3	85,683	95	0,713
56,3	100,763	100	0,757
52,1	105	105	0
47,2	109,944	110	-0,050
43,5	113,703	115	-1,140
39,9	117,402	120	0,333
34,7	122,856	125	-1,745

30,2	127,730	130	-1,777
26,2	132,234	135	-2,091
22	137,197	140	-2,043
18,5	141,581	145	-2,414
14,9	146,411	150	-2,451
11,58	151,265	155	-2,469
8,8	155,753	160	-2,726
6,3	160,275	165	-2,948
4,4	164,175	170	-3,548
1,55	171,373	175	-2,116
0	176,757	180	-1,834

Tabla 3. Comparación de resultados

En la gráfica de la figura 7, se muestran los gráficos de voltaje de campo contra el ángulo de encendido experimental y el calculado superpuestos.

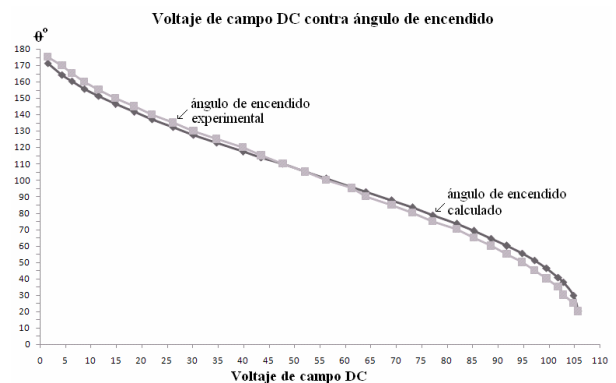


Figura 7. Voltaje de campo contra ángulo de encendido experimental y el calculado superpuestos.

Se observa que la mejor aproximación entre los valores teóricos y los obtenidos experimentalmente se encuentran en la parte central de la curva en donde la relación es más lineal. Los mayores errores se encuentran en los extremos de la curva debido a la influenciada más marcada en esas zonas de diferentes factores tales como las caídas de tensión en los tiristores, los efectos en la conmutación debidos a la elevada inductancia del devanado de campo y errores en el proceso de medición digital realizado.

#### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La caracterización de dispositivos no lineales a través de modelos matemáticos que aproximen a su comportamiento real es lo que garantiza el éxito del diseño del sistema de control de la excitación de una máquina sincrónica para que su respuesta sea consistente con las especificaciones de comportamiento establecidas.

El uso de métodos de aproximación, tales como mínimos cuadrados, mínimos cuadrados recursivo o métodos de regresión, que permitan obtener valores adecuados de diseño es muy importante, ya que garantizan un adecuado desempeño de dispositivos que se deseen caracterizar.

En la comparación de resultados entre el valor calculado y el experimental se observa que los valores calculados siguen muy de cerca los valores experimentales. Los errores de la tabla 3 muestran que la mayoría de los puntos analizados tienen un error menor al 10%. En la figura 7 se observan las dos gráficas superpuestas.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Alzate Gómez, "*Dinámica de Sistemas Eléctricos: Estabilidad y Control*," M. Sc. en Ingeniería ELéctrica: Universidad Tecnológica de Pereira, 2008.
- [2] Angelo J. J. Rezek, Carlos A. D. Coelho, José Manuel E. Vicente, Paulo Ricardo Laurentino, "*The Modulus Optimum (MO) Method Applied to Voltage Regulation Systems: Modeling, Tuning and implementation*," I-EFEI-Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Av. BPS, 1303, Itajubá-MG-Brazil 37500-903, pp 1-5, año 1994.
- [3] M. Karrari and O. P. Malik, Life Fellow "*Identification of Physical Parameters of a Synchronous Generator From Online Measurements*" IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol 19, pp. 407-415, No. 2. June 2004.
- [4] Arthur Goodman, Lewis Hirsch, "*Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica*," 2nd ed., México: Compañía Editorial Continental, 1996, pp. 180,186, pp. 232-240 y pp. 466-477.
- [5] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, "*Métodos Numéricos para Ingenieros con Aplicaciones en Computadores Personales*," 1992, 4ta ed., México: Mc GRAW-Hill, 1992, pp 349-369.
- [6] Richard I. Burden, J. Douglas Faires, "*Análisis Numérico*," 4ta ed., México: Grupo Iberoamérica, 1985 pp 93-133.