

## MODELO CINEMÁTICO DE UN ROBOT MÓVIL TIPO DIFERENCIAL Y NAVEGACIÓN A PARTIR DE LA ESTIMACIÓN ODOMÉTRICA.

**Cinematic model of mobile robot differential type and Navigation from the odometric estimation**

### RESUMEN

El presente artículo describe la implementación de estrategias de navegación de un robot móvil tipo diferencial a partir de la estimación odométrica, y su implementación utilizando Hardware reconfigurable (FPGAS). Se muestra la potencialidad de las FPGAS en la implementación de aplicaciones de robótica móvil. Se muestran los resultados de algunos experimentos realizados con la plataforma, y los errores odométricos de estos, los cuales se utilizarán para generación y corrección de trayectorias.

**PALABRAS CLAVES:** Hardware Reconfigurable, FPGAS, Odometría, Robot tipo diferencial.

### ABSTRACT

*This paper presents a strategy for navigation of mobile robot differential type from the odometric estimation and implementation with FPGAS. Shows the potential of FPGAs in the deployment of mobile robots applications. Shows the results of some experiments on the platform, and the odometric errors, which were used for generation and correction of trajectories.*

**KEYWORDS:** FPGAS, mobile robot differential type,

### 1. INTRODUCCIÓN

El proceso más básico para la Navegación de un robot móvil se basa en el modelo cinemático del sistema de propulsión. Este sistema es el que permite al robot moverse dentro de un determinado entorno. Uno de los sistemas más usuales se basa en el uso de ruedas de tracción diferencial, el cual es un sistema poco complejo y adecuado para la navegación en algunos entornos de desarrollo típicos de actividades humanas, por ejemplo oficinas, bodegas y otros. Las configuraciones de tracción diferencial, son muy populares y permiten calcular la posición del robot a partir de las ecuaciones geométricas, que surgen de la relación entre los componentes del sistema de propulsión y de la información de los codificadores rotativos que usualmente llevan acoplados a sus ruedas[2]. Este método de localización se conoce como estimación odométrica (Odometric Dead-Reckoning)[8]. El problema de este método es que por pequeña que sea la constante de error en el sensor, el error de localización del robot crecerá sin límites porque éste se va incrementando a través del tiempo. Varios investigadores han estudiado este problema, tratando de reducir el error en la localización por medio de mejoras en el modelado del robot. Uno de los primeros trabajos es el de Borenstein y Feng quienes analizaron las fuentes de error y propusieron un modelo de error para un robot tipo diferencial[9],[10],[11],[12],[13]. Otra forma de atacar el problema de la acumulación del error es ir corrigiendo la posición del robot en intervalos regulares. Esto último usualmente se consigue mediante la colocación de sistemas de landmarks o de sistemas de señalización activos[60xxx]. Estos sistemas tienen altos costos de instalación y quizás de mantenimiento, y su costo se

incrementa con el número de landmarks necesarias[19]. Por esta razón, los sistemas de localización odométrica siguen siendo de interés, porque además de producir resultados aceptables para la localización en trayectos cortos, también ayudan a reducir los costos de otros sistemas de localización ya que hacen que la actualización de la posición absoluta del robot sea menos frecuente. Además, los resultados de la navegación basada en la odométrica, pueden ser fusionados con mediciones de posición absoluta para producir así mejores resultados en la localización global del vehículo.

### 2. MODELADO CINEMÁTICO DE ROBOTS DIFERENCIALES

Típicamente una plataforma móvil de tracción diferencial cuenta con dos pares de ruedas: dos ruedas de tracción que tienen acoplados dos motores DC, dos ruedas de estabilización que mantienen el balance del vehículo(figura 1).

La traslación y rotación de este tipo de plataformas diferenciales se determinan por el movimiento independiente de cada una de las ruedas de tracción.

Las ecuaciones cinemáticas del punto medio del eje entre las ruedas activas, referidas a un sistema de referencia global son :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v(t) \cos(\theta(t)) \\ \dot{y} &= v(t) \sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta} &= w(t) \end{aligned} \quad (1)$$

**JHONNY A. VALENCIA V.**

Ingeniero Electricista.  
Universidad Tecnológica de Pereira.  
jvalencia@ohm.utp.edu.co

**ALEJANDRO MONTOYA O.**

Ingeniero Electricista.  
Universidad Tecnológica de Pereira.  
Alejandromontoya333@hotmail.com

**LUIS HERNANDO RIOS, M. Sc.**

Profesor Titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Colombia.  
lhgonza@utp.edu.co



Foto 1 Vista Superior Estructura. Rueda de Tracción con Motor Vista Lateral Derecha E. Ruedas de Estabilización

Figura 1. Plataforma móvil de tracción diferencial. Ruedas de Tracción con Motores y ruedas de estabilización.

La figura 2 muestra la localización en el plano Cartesiano del Robot tipo diferencial.

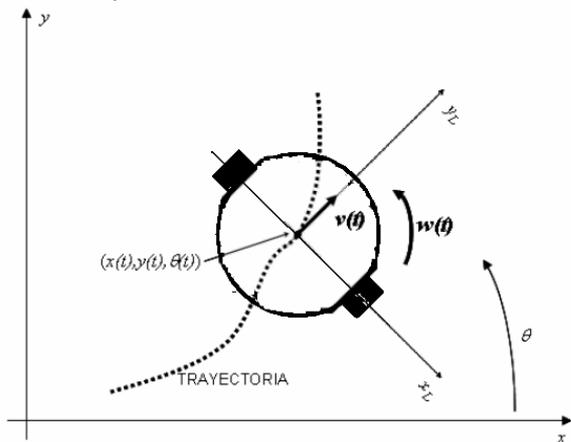


Figura 2. Localización en el plano Cartesiano del Robot.

La posición y orientación del robot móvil se obtiene integrando las velocidades de éste en un periodo de tiempo  $\Delta t$ . Ecuación (2).

$$\begin{aligned}
 x(t) &= x(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \cos(\theta(t)) dt \\
 y(t) &= y(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \text{sen}(\theta(t)) dt \\
 \theta(t) &= \theta(t_0) + \int_{\Delta t} w(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Si el periodo de observación  $\Delta t$ , tiende a 0, entonces las integrales anteriores pueden ser remplazadas por los desplazamientos diferenciales  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta \theta$ . (El limite de las integrales de las variables  $x(t)$ ,  $y(t)$  y  $\theta(t)$ , cuando  $\Delta t$ , tiende a 0).

Si se mantiene una frecuencia de muestreo constante y elevada sobre la odometría de un móvil, se puede estimar la posición y orientación del mismo mediante las siguientes ecuaciones en diferencia:

$$\begin{aligned}
 x_k &= x_{k-1} + \Delta x_k \\
 y_k &= y_{k-1} + \Delta y_k \\
 \theta_k &= \theta_{k-1} + \Delta \theta_k
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Además se puede considerar que la velocidad angular en cada una de las ruedas se mantiene constante durante el periodo de muestreo. En la figura 3,  $\Delta S_k$  es la distancia recorrida por el centro del robot en el intervalo  $(k-1, k)$ , y  $\Delta \theta_k$  es el cambio de orientación durante el mismo intervalo.

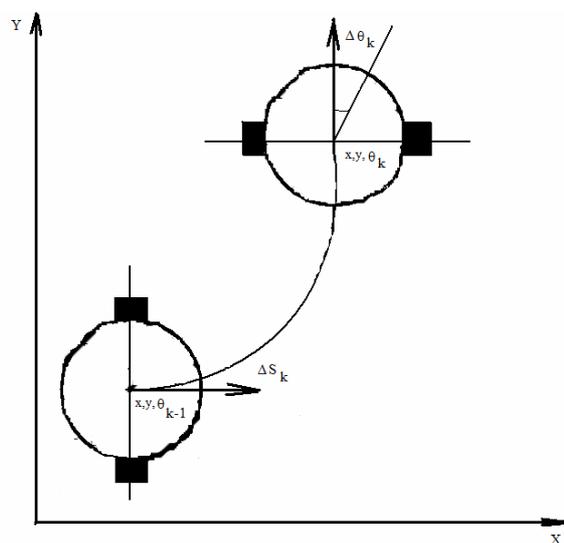


Figura 3. Desplazamiento relativo entre instantes de muestreo.

### 3. ECUACIONES Y CÁLCULO DE DISTANCIA CON ENCODERS INCREMENTALES.

El cálculo del desplazamiento de la rueda a la cual va acoplado el *encoder* de 500 pasos se realiza tomando el diámetro de la rueda el cual es de 15cm; se determina la resolución en centímetros de paso entre ranuras del *encoder* así:

Distancia recorrida en una vuelta:

$$(\pi \times 15 \text{cm}) = 47.124 \text{cm}$$

$$\text{Resolución Encoder} = (\pi \times 15 \text{cm}) / 500 \text{ranuras} = 0,094 \frac{\text{cm}}{\text{ranura}}
 \tag{4}$$

En la figura 4 se muestra la manera como se determina la distancia recorrida por la plataforma móvil, para un desplazamiento lineal.

Para determinar la distancia recorrida por el robot diferencial se debe tener en cuenta las siguientes variables:

- Distancia recorrida = S
- Radio de las llantas = R
- Pulsos por vuelta = PPV
- Número de pulsos recorridos= C

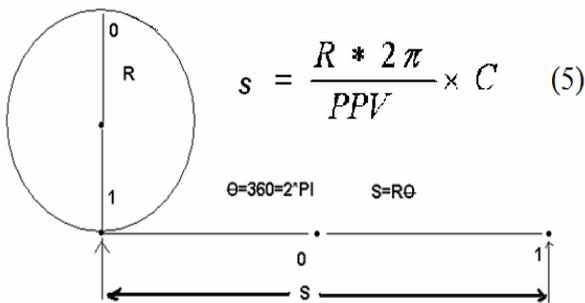


Figura 4. Determinación de la distancia de desplazamiento.

#### 4. CÁLCULO DE LAS TRAYECTORIAS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA DE LOS ENCODERS.

Para el cálculo de las trayectorias a partir de la información obtenida de los encoders, se utilizó una **FPGA**. XC3S500E de la familia Spartan-3E, fabricada por Xilinx. La programación (*Software*) de la FPGA(PLD- Dispositivo Lógico programable), se hizo mediante VHDL (VHSIC *Hardware Description Language*; donde VHSIC: *Very High Speed Integrated Circuits*) con el programa Xilinx ISE 8.2i (*Project Navigator*) posteriormente sintetizado en la FPGA; el sistema desarrollado controla el movimiento de los motores de la plataforma, así como el procesamiento de la información obtenida de los encoders; dicha información es utilizada para calcular la distancia recorrida por la plataforma.

Los *encoders* incrementales entregan los pulsos ya acondicionados para el respectivo procesamiento de la información y el cálculo de la distancia. La señal proveniente de los *encoders* es una señal de forma cuadrada, la cual permite contar los pulsos por medio de los flancos de subida de la señal; dichos flancos de subida son capturados por un contador, el cual entrega la cantidad de pulsos generados por el *encoder*, cuando el robot se desplaza. La ecuación (5), determina el cálculo de la distancia, teniendo en cuenta el número de pulsos proporcionado por el *encoder*.

La figura 5 muestra el acople mecánico entre la rueda y el *encoder*.

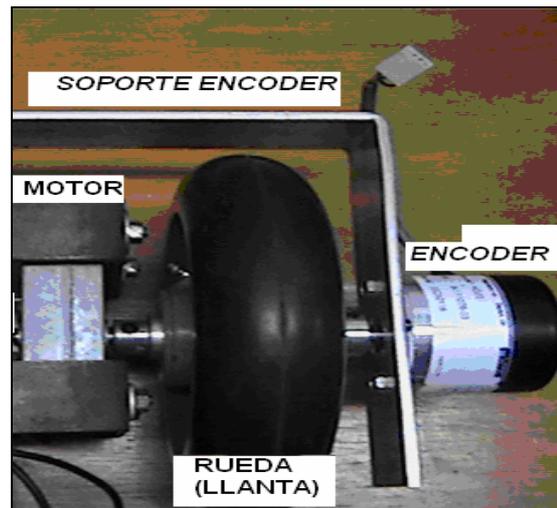


Figura 5. Acople mecánico entre la rueda y el *encoder*

#### 5. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Los experimentos se han realizado utilizando un prototipo de robot móvil diferencial construido por los autores, llamado PMIR (Plataforma Móvil, con Sensores de Infrarrojos). Este prototipo ha sido desarrollado como banco de pruebas para la investigación de diversos problemas relacionados con Navegación y Percepción sensorial de diferentes entornos. Este robot cuenta con un conjunto de sensores de infrarrojos que forman un anillo.

Una vez hecho el montaje de *encoders* y motores en el robot móvil se prepara un escenario para hacer pruebas de odometría donde se pueda verificar el control de los motores para recorrer distancias en línea recta, realizar giros de 90 grados y poder cuantificar el error de odometría. Para realizar dichas pruebas se programó la tarjeta FPGA para controlar el robot móvil, para un recorrido de una distancia de 2 Metros, los escenarios propuestos para estas pruebas de distancia se muestran en las Figuras 6 y 7, se realizaron secciones de 10 pruebas realizadas para cada trayectoria.

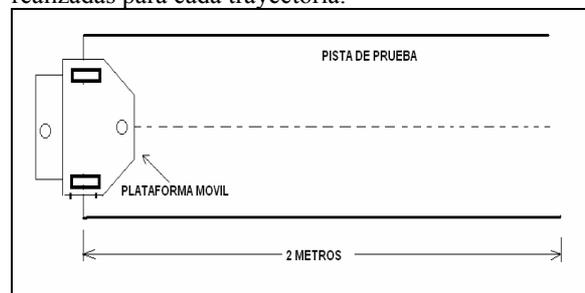


Figura 6. Trayectoria a recorrer, para una distancia de 2 metros en línea recta.

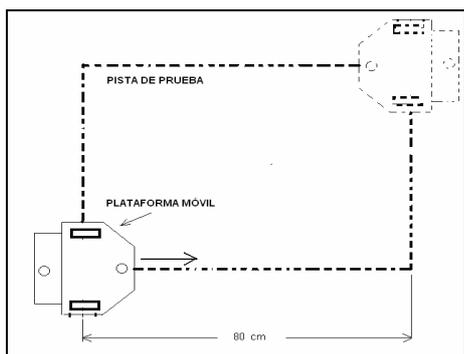


Figura 7. Trayectoria a recorrer para una distancia de 80 cms en forma cuadrada.

**5.1 RESULTADOS PRUEBA DE DISTANCIA LINEAL RECORRIDA.**

La primera prueba de la aplicación, fue realizar el recorrido de 1 metro en línea recta para calcular el error en la medida y la desviación en grados con respecto a la línea recta trazada para verificar que el código en vhdl del control esté acertado, esto se puede observar en la Figura 8 y en la Tabla 1 se observan los datos que arrojó la prueba.

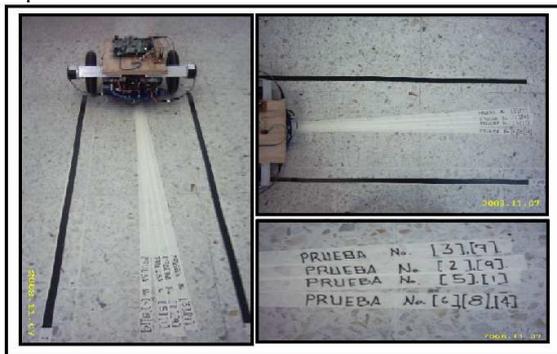


Figura 8. Desplazamiento en Escenario de Prueba para una línea recta.

No. PRUEBA	DIST. RECORRIDA (cm)	ÁNGULO DESVIACIÓN (Grados)
1	97	5
2	98,2	8
3	100	10
4	98,5	0
5	99,4	5
6	99,4	0
7	98,2	10
8	100	0
9	100	8
10	99,3	8
PROMEDIO	99	5,4

TABLA 1. Datos de Prueba de Distancia Recorrida

En la Tabla 1 se puede observar que la distancia recorrida por la plataforma móvil es aproximadamente de 100 cms con un error del 1%, este margen de error es aceptable para dicha aplicación; el ángulo de desviación para la

distancia recorrida varia de 3 a 5 grados en todas las pruebas y dicha desviación se dio siempre hacia el mismo lado, el izquierdo.

**5.1.2. RESULTADOS PRUEBAS DE GIRO RECTO.**

Para esta prueba se programó la FPGA para que la plataforma móvil realice una trayectoria cuadrada, recorriendo una distancia de 80 cms por lado; con esta prueba se pretende determinar el error de desviación cuando la plataforma gira en ángulo recto (giro de 90 grados).

Se tomaron datos de longitud y ángulo de desviación con respecto a una trayectoria cuadrada demarcada previamente, los datos tomados corresponden al desplazamiento en línea recta y al ángulo de desviación de la plataforma con respecto al cuadrado interior visto en la Figura 9.

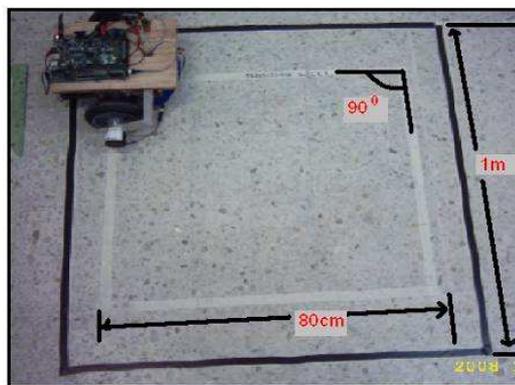


Figura 9. Desplazamiento en Escenario de Prueba de Giro.

Se determinó que para una trayectoria en línea recta cuya distancia es de 80 cms, luego de realizar 10 pruebas el valor promedio de dicha distancia fue 79,75 cm con un error 0.1%, ver la Tabla 2.

En la prueba sobre el recorrido en línea recta se observa que el ángulo de desviación promedio es 4,5 grados, claro que hay que tener en cuenta que el posicionamiento de la plataforma móvil en la línea de partida no esta completamente alineado, lo cual es una fuente de error, que también debe tenerse en cuenta. Ver Figura 10.

TABLA 2. Datos de Prueba para Distancia y Giro.

No.PRU.	DIST. RECORRIDA (cm)	ÁNG. DESVIACIÓN (Grados)	ÁNG. DE GIRO (Grados)
1	80	0	89
2	78,8	10	90
3	80,1	5	89
4	82	0	91
5	77,3	10	90
6	79,3	10	88
7	80	0	90
8	80	10	89
9	80	5	90
10	80	5	90
PROM.	79,75	5,5	89,7

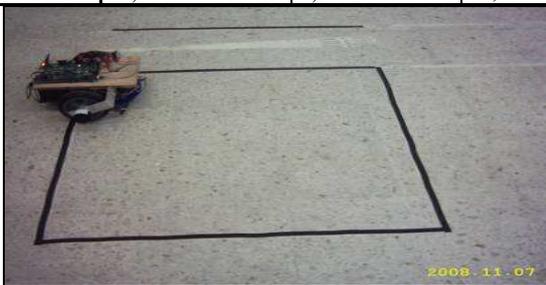


Figura 10. Escenario de Prueba para una trayectoria cuadrada(Giro de 90 grados).

En la Figura 11 se muestra la plataforma recorriendo una trayectoria programada 10 veces, se denotan las trayectorias previas marcadas con cinta blanca las cuales se aprecian mejor en la Figura 12.

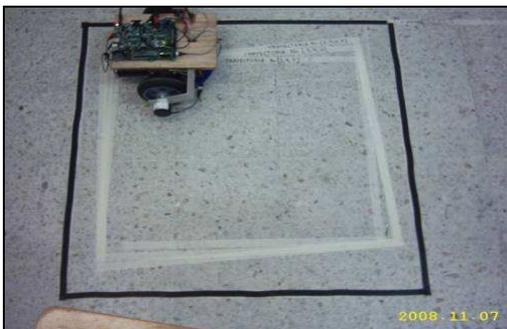


Figura 11. Décima Trayectoria de Prueba.



Figura 12. Trayectorias Recorridas para la Prueba de Giro.

De lo anterior puede afirmarse que la trayectoria de distancia en línea recta y giro se implementó de manera satisfactoria, pues su margen de error es relativamente bajo.

### 6. CONCLUSIONES

Del trabajo realizado se concluye que la distancia recorrida por el robot móvil, tiene un margen de error muy pequeño, lo cual permite realizar como trabajo futuro tareas más complejas de navegación, donde el robot móvil puede desplazarse de un punto de partida conocido y alcanzar un punto de llegada denominado objetivo de manera confiable.

Se mostró la viabilidad de la implementación en Hardware reconfigurable FPGAS, de tareas de navegación de robots móviles, en este caso el cálculo de la distancia recorrida, para entornos determinados y se mostraron que los resultados fueron muy satisfactorios.

Se mostró la implementación de un sistema de medida de distancia recorrida utilizando la información sensorial obtenida de un sistema de odometría.

### 7. TRABAJO FUTURO

Dado que el robot móvil implementado esta dotado de un conjunto de sensores heterogéneos y una alta capacidad sensorial para la ejecución de diferentes pruebas, se implementarán estrategias de navegación utilizando técnicas de inteligencia artificial donde la autonomía del robot permita una navegación eficiente, en diferentes entornos de trabajo.

Como uno de los sensores implementados es una brújula digital, la cual entrega el Rumbo magnético (ángulo formado por la línea virtual de referencia de la brújula en el robot móvil y el Norte magnético de la tierra). Se propone hacer un estudio para proporcionar las órdenes necesarias a la dirección que tome el robot móvil para corregir el rumbo, a partir del valor actual de la orientación y su respectiva comparación con la orientación deseada.

Implementar técnicas de localización, donde se cuente con la información de la posición actual del robot en cada instante de muestreo, lo cual permita ejecutar correcciones de dirección del robot móvil.

### 8. BIBLIOGRAFÍA

[1] Adams. M.D, “Sensor Modelling, Design and Data Processing for Autonomous Navigation.”, World Scientific Publishing, Series in Robotics and Intelligent Systems. Singapore, 1999.

- [2] Agre, Philip E. y Chapman David. "What are plans for?", *Robotics and Autonomous Systems*. No. 6 (1990); p. 17 – 34.
- [3] *IEEE Robotics and Automatization Soviet 2001*.
- [4] Akbarally, Huzefa y Kleeman, Lindsay. "A sonar sensor for accurate 3D target localisation and classification" *IEEE International conference on robotics and automation*. 1995.
- [5] Mataric, Maja. "A distributed model for mobile robot environment-learning and navigation." Cambridge, MA, 1990.
- [6] Parker, L. "Current State of the Art in Dist Distributed Autonomous Mobile Robotic" *Distributed Autonomous Robotic Systems*. Tokyo. Vol 4, (2000); p. 3-12.
- [7] Yamasaki, H. "Intelligent Sensing Technology.", *Journal of the Japan Society of Precision Engineering*. Vol. 55, No. 9; 1989.
- [8] Everett, H.R. y Peters, A K. "Sensors for Mobile Robots", Wellesley, MA, 1995.
- [9] Feng, L, Borenstein, J y Everett, H.R. "Where am I? " *Sensors and methods for mobile robot positioning*. Universidad de Michigan. 1996.
- [10] Adams. M.D. "Sensor Modelling, Design and Data Processing for Autonomous Navigation." *World cientific publishing , Series in Robotics and Intelligent Systems. Singapore*. Vol. 13. 1999.
- [11] mcbtec.com. "Funcionamiento\_Encoder" < [www.mcbtec.com/Funcionamiento\\_Encoder.pdf](http://www.mcbtec.com/Funcionamiento_Encoder.pdf) >.
- [12] superrobotica.com, " sensor brújula digital "< <http://www.superrobotica.com/S320160.htm> >
- [13] Borges, G, Nogueira, A y G. S. Deep, "Characterization of a Trajectory Recognition Optical Sensor for an Automated Guided Vehicle.", *IEEE Transactions on Instrumentation and measurement*, Vol. 49, N°. 4, pp. 813 – 819. 2000.
- [14] Malik R. y Yu H., "The Infrared Detector Ring: Obstacle Detection for an Autonomous Mobile Robot." *IEEE 35th Midwest Symposium on Circuit and Systems*, 1992.
- [15] Flynn A., "Combining sonar and infrared sensors for mobile robot navigation.", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 7, N°. 6, pp. 5 – 14. 1988.
- [16] Sabatini A, Genovese V, Guglielmelli E, Mantuano A, Ratti G, y Dario P. "A low-cost, composite sensor array combining ultrasonic and infrared proximity sensors.", *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 120 - 126. Pittsburgh, 1995.
- [17] Novotny P y Ferrier N, " Using infrared sensors and the Phong illumination model to measure distances." *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1644 – 1649. Detroit, 1999.
- [18] Blanes, F, " Percepción y Representación del Entorno en Robótica Móvil.", PhD. Tesis. Departamento de Informática de Sistemas y Computadores. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España. Septiembre de 2000.
- [19] Aytaç T y Barshan, B, "Differentiation and localization of target primitives using infrared sensors.", *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 105 - 110. Lausanne, Suiza Octubre 2002.
- [20] Aytaç T y Barshan, B, " Rule-based target differentiation and position estimation based on infrared intensity measurements. ", *Optical Engineering*, vol.42, N°.6, pp.1766-1771, June 2003.
- [21] Benet G, Blanes F, Simón J y P. Perez, "Using infrared sensors for distance measurement in mobile robots.", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 40, N° 4, pp. 255 – 256. Septiembre 2002.
- [22] Murphy, R.R."Introduction to All Robotics.", MIT Press. 2000.
- [23] Danilo Navarro, Gines Benet Gilabert, Luis Hernando Rios, Maximiliano Bueno "Mejoras de la localización odométrica de un robot diferencial mediante la corrección de errores sistemáticos". *Revista Scientia et Técnica* vol XIII número 37.