MODELO DE PROGRAMACIÓN PARA INTEGRAR PRODUCCIÓN, INVENTARIO Y VENTAS EN EMPRESAS INDUSTRIALES

Programming model to integrate production, inventory and sales in

RESUMEN
En este artículo se presenta un modelo de programación lineal cuyos resultados en el óptimo sugieren a la gerencia sobre cuánto producir, cuánto demorar y cuánto almacenar en cada período de un horizonte de planeación dado.
Se describen detalles técnicos para integrar el modelo a la base de datos del sistema de inventarios de la organización.

PALABRAS CLAVES: Programación Lineal, Función Objetivo, Restricciones.

ABSTRACT
This paper presents a model of linear programming results in the optimal suggest to management on how much to produce, how much delay and how much store in each period of a planning horizon given.

KEYWORDS: Linear Programming, objective function, restrictions.

LUZ MARÍA OSPINA GUTIÉRREZ
Profesora Facultad de Tecnologías
lmaus@utp.edu.co

PAULA ANDREA RODAS RENDÓN
Profesora Facultad de Tecnologías
parodas@utp.edu.co

MARCELA BOTERO ARBELAEZ
Profesora Facultad de Ciencias Básicas
maboar@utp.edu.co

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad las compañías recopilan, almacenan, clasifican y analizan datos históricos provenientes de sus sistemas de información con el fin de estimar las posibles demandas futuras.

Dicha demanda estimada se fija en un horizonte de tiempo determinado. Para cada combinación del horizonte y número de períodos se modela con programación lineal en las variables: número de unidades a producir en un período, número de unidades a mantener en inventario de un período al siguiente y número de unidades no satisfechas en un período determinado.

Para el desarrollo de la investigación se considera incluir en la función objetivo los costos unitarios asociados con la producción, el bodegaje y la inflación operando con restricciones de producción.

En la figura 1 se aprecia el ciclo productivo general de la mayoría de las compañías.

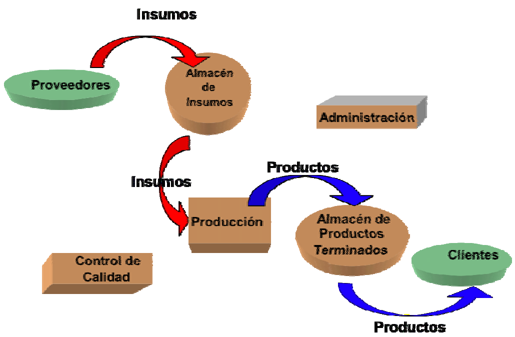

Figura 1. Ciclo productivo de las organizaciones.

2. DEFINICIONES

2.1. Programación Lineal: procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo. [2]

2.2. Funcion Objetivo: expresión matemática lineal que representa el objetivo del problema. Es la expresión que se tiene que maximizar o minimizar. [2]

2.3. Restricciones: En la mayor parte de las situaciones, solo son posibles ciertos valores, las limitantes de estos valores son las que se conocen como restricciones. [2]

Fecha de Recepción: 8 de Septiembre de 2008.
Fecha de Aceptación: 17 de Diciembre de 2008.

3. MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADO AL MANEJO DE INVENTARIOS

3.1 Planteamiento

El desarrollo del modelo nace como una preocupación de los autores por describir la necesidad actual y muy sentida de las organizaciones de determinar el manejo que se debe dar a los productos especiales, es decir aquellos que no se producen de línea.

La aplicación es un modelo determinístico con base en datos reales, que presenta un problema de programación lineal aplicado a una compañía industrial. El objetivo es lograr un resultado óptimo que sugiera cuánto producir, cuánto demorar y cuánto almacenar en un horizonte de tiempo, minimizando los costos para un producto especial (se produce sólo contra orden de cliente), ya que se ha evidenciado durante el último año pedidos de cliente en cada uno de los meses de modo frecuente.

La idea integradora que representa su inclusión en el sistema, se basa en qué; a medida que la organización utilice intensivamente y durante un largo período el sistema, éste recaudará más datos con los cuales las estimaciones del modelo serán cada vez más cercanas a la realidad (criterio garantizado por la teoría estadística).[3].

Asimismo, el modelo requiere partir de las siguientes premisas:

- Tanto la función objetivo como las restricciones, son funciones lineales de las variables.
- Se trata de un modelo dinámico.
- La demanda en cada período es conocida al inicio del mismo y por lo general no es constante.
- Los costos del producto asociados con el mantenimiento del inventario y la escasez, son conocidos para el primer período, y en caso que cambien de un período a otro, lo hacen según un porcentaje de inflación constante, conocida para el horizonte planeado.

3.2 Planteamiento expresado como fórmulas

A continuación se definen los elementos que componen el modelo de programación lineal definido para un horizonte de tiempo de seis meses:

3.2.1. Definición de las Variables

Las variables a utilizar en el modelo con su respectiva nomenclatura se describen al detalle en la Tabla 1.

Tabla 1.
Relación de Variables

	i	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
k	Número de períodos: 6, desde Julio de 2008 a Diciembre de 2008	1	2	3	4	5	6
xi	Número de unidades (especificaciones técnicas del producto) a producir en el i-ésimo mes, i = 1,...,6.						
yi	Número de unidades en inventario al final del i-ésimo mes, i = 1,...,6.						
zi	Número de unidades no satisfechas en el i-ésimo mes, i =1,...,6.						
di	Número de unidades demandadas del producto en el i-ésimo período, i = 1,...,k.y 0 Nivel del inventario inicial del producto (al inicio del período 1).	588	588	1858	3092	168	168
L	Límite de la capacidad productiva. 8,5 Unidades por puesto por hora, en tres turnos de 7,5 horas, 6 días laborales y 4 semanas. A este material se le pueden asignar máximo 4 puestos.	4.629	4.629	4.629	4.629	4.629	4.629
c1	Costo unitario del producto.	$ 11.292	$ 11.292	$ 11.292	$ 11.292	$ 11.292	$ 11.292
c2	Costo unitario de mantener: costo que representa el mantener en inventario una unidad del producto de un período al siguiente.	$ 9.777	$ 9.777	$ 9.777	$ 9.777	$ 9.777	$ 9.777

c3	Costo unitario de escasez: costo que representa tener que demorar la entrega de una unidad del producto, de un período al siguiente.	$ 1.515	$ 1.515	$ 1.515	$ 1.515	$ 1.515	$ 1.515
F	Porcentaje anual de inflación.	0,55%	0,55%	0,55%	0,55%	0,55%	0,55%
E	Factor de exceso (>0) o defecto (<0) estimado para la demanda.1 si no se estima exceso ni defecto.	1	1	1	1	1	1
Yo	Inventario Inicial						

Fuente: Información suministrada por la empresa que participó en el proyecto. Procesamiento de los datos por parte de los autores.

3.2.2. Definición de la Función Objetivo

Sea C el costo del sistema, donde los costos c_1, c_2 y c_3, se incrementan según el porcentaje de inflación anual, por lo tanto $c_{1,i}$ es el costo unitario del producto en el i-ésimo período, $c_{2,i}$ es el costo unitario de mantener en el i-ésimo período y $c_{3,i}$ es el costo unitario de escasez en el i-ésimo período.

Dado lo anterior la función objetivo que pretende minimizar los costos queda planteada de la siguiente forma:

$$\min \ C = \sum_{i=1}^{k} c_{1,i} x_i + \sum_{i=1}^{k} c_{2,i} y_i + \sum_{i=1}^{k} c_{3,i} z_i$$

3.2.3. Definición de las Restricciones

En términos generales, para el final de cualquier período, el nivel del inventario es: las unidades al final del período inmediatamente anterior, más la producción en el período actual, menos las unidades vendidas.

En consecuencia, el nivel del inventario en cualquier período debe ser la cantidad a mantener de unidades de un período a otro, si han quedado existencias suficientes luego de satisfacer la demanda pasada y la demanda actual; o también, la cantidad que se deje en espera para el período siguiente en el caso de que no haya alcanzado las unidades producidas ni las almacenadas del período anterior para satisfacer la demanda.

$$\mathrm{y_i} - \sum_{j=1}^{k} x_j - z_i = y_0 - \sum_{j=1}^{k} d_j \quad , \ i = 1,\ldots,k$$

Por otro lado, para garantizar que en el horizonte de planeación no queden faltantes por cubrir y dado que hay una limitante máxima en la capacidad productiva de cada período, es necesario agregar las restricciones:

$$x_i \le L \quad , \ i = 1,\ldots,k$$
$$z_k = 0 \quad , \ i = 1,\ldots,k$$

Cabe anotar que no se incluyen restricciones a la capacidad de almacenamiento y a los faltantes, pues éstas se suponen controladas por el óptimo, entendiendo que su costo para la industria es elevado. Por último para culminar el planteamiento del problema es necesario agregar restricciones de no negatividad.

$$x_i, y_i, z_i \ge 0$$

4. MODELAMIENTO DE LOS DATOS

El modelo de programación planteado y a resolver es el siguiente:

Función Objetivo

$$\min \ C = \sum_{i=1}^{k} c_{1,i} x_i + \sum_{i=1}^{k} c_{2,i} y_i + \sum_{i=1}^{k} c_{3,i} z_i$$

Sujeto a :

$$\mathrm{y_i} - \sum_{j=1}^{k} x_j - z_i = y_0 - \sum_{j=1}^{k} d_j \quad , \ i = 1,\ldots,k$$
$$x_i \le L \qquad , \ i = 1,\ldots,k$$
$$z_k = 0 \qquad , \ i = 1,\ldots,k$$
$$x_i, y_i, z_i \ge 0$$

4.1. Análisis de los Resultados

El modelo fue desarrollado en Excel a través del Solver, y los resultados se presentan en la Tabla 2.

Se puede observar que para minimizar el costo, la política debe ser producir todo en los dos primeros meses y entregar lo producido inmediatamente a los clientes teniendo en cuenta que es una demanda de seis meses.

5. CONCLUSIONES

Es un modelo de fácil aplicación que permite modelar a las empresas industriales en su mayoría mipymes las condiciones requeridas para el manejo de los productos especiales que cada día se presentan con mayor frecuencia al interior de sus compañías.

La naturaleza del problema de minimizar costos, de tener un costo alto de mantenimiento del inventario y adicionalmente de no tener restricciones de entrega del producto a los clientes, hace que la respuesta sea acorde a lo planteado en el problema frente a la solución de producir todo inmediatamente y entregarlo.

Además el costo de producción el inventario se incrementa con la inflación mes a mes, con el objetivo de minimizar el costo es más económico producir todo lo antes posible.

Las respuestas pueden ser diferentes si se tienen en cuenta aspectos como:

- Si se considera que los costos no tienen que sostenerse en el mismo valor y que pueden llegar a ser menores en tiempo futuros por mejoras en eficiencias o disminución en costos de materias primas, el modelo podría recomendar otra distribución de la producción.

- Si al modelo se anexan restricciones que indiquen que el cliente no está dispuesto a recibir toda la demanda de manera inmediata, con el supuesto por parte suya de tener limitaciones para el manejo de inventarios, esto hará que el modelo no entregue todo lo producido inmediatamente tenga la producción.

- El modelo se puede plantear también como maximizar la utilidad del producto, si se anexa el precio de venta de cada uno de los periodos; este precio de venta dependiendo de su variación puede hacer que sea más útil guardar el inventario que venderlo inmediatamente.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] GALLEGO, R. Ramón Alfonso y otros. Programación Lineal y Flujo en Redes, Primera Edición, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, 2.007.

[2] HEILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald. Investigación de Operaciones, Séptima Edición, McGrawHill, México, 2.002.

[3] WAYNE, L. Winston. Investigación de Operaciones. Cuarta Edición, Thomson, México, 2.005.

[4] MENDEZ A. CARLOS E. Metodología. Tercera Edición Colombia. Mc GrawHill, 2.005.

Tabla 2.
Modelo Planteado en Solver

X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6			
11.292	11.354	11.417	11.479	11.542	11.606	9.777	9.831	9.885	9.939	9.994	10.049	1.515	1.598	1.686	1.779	1.877	1.980			
(1)						1						(1)						(588)	=	-588
(1)	(1)						1						(1)					(1.176)	=	-1176
(1)	(1)	(1)						1						(1)				(3.034)	=	-3034
(1)	(1)	(1)	(1)						1						(1)			(6.126)	=	-6126
(1)	(1)	(1)	(1)	(1)						1						(1)		(6.294)	=	-6294
(1)	(1)	(1)	(1)	(1)	(1)						1						(1)	(6.462)	=	-6462
1																		1.833	<=	4.629
	1																	4.629	<=	4.629
		1																-	<=	4.629
			1															-	<=	4.629
				1														-	<=	4.629
					1													-	<=	4.629
																	1	-	=	0
1.833	4.629	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(1.245)	(5.286)	(3.428)	(336)	(168)	-	56.227.348		

Fuente: Procesamiento de los datos por parte de los autores.