

FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA Y EN LOS PARÁMETROS DE LOS ALIMENTADORES

Power flow in distribution networks considering uncertainty in demand and feeder parameters

RESUMEN

El flujo de potencia es una herramienta fundamental para realizar estudios en sistemas de potencia. Los datos de entrada del problema, tales como la demanda y los parámetros de los alimentadores del sistema están sujetos a incertidumbre. En este artículo, se presenta los resultados de un flujo de potencia trifásico para sistemas de distribución de energía eléctrica en el cual se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros de los alimentadores del sistema. El método implementado utiliza una técnica basada en intervalos aritméticos para considerar la incertidumbre en los datos de entrada. El algoritmo de flujo de potencia utilizado es el algoritmo Backward/Forward Sweep. La metodología es validada con el sistema de prueba de distribución IEEE de 34 barras.

PALABRAS CLAVES: Flujo de potencia trifásico, Incertidumbre, Intervalo Aritmético, Sistemas de Distribución.

ABSTRACT

The power flow is a fundamental tool to perform studies in power systems. The Input data of the problem, such as demand and feeder parameters are subject to uncertainty. In this paper presents the results of a three-phase power flow for electrical distribution networks considering uncertainty in demand and system parameters. The implemented method uses a technique based on arithmetic intervals to consider uncertainty in the input data. The power flow algorithm implemented is the Backward/Forward Sweep. The methodology is tested in the IEEE 34 bus distribution test system.

KEYWORDS: *Three-phase Power Flow, Uncertainty, Arithmetic Interval, Distribution Systems*

1. INTRODUCCIÓN

La incertidumbre en un sistema de potencia se debe principalmente a: 1) errores en los cálculos o en las mediciones de los parámetros de los componentes del sistema y 2) error en la medida, cálculo o pronóstico de los valores de demanda futura en las barras de carga del sistema potencia [1].

Muchos métodos de flujo de potencia probabilístico (FPP) han sido propuestos para tratar el problema de la incertidumbre en los cálculos eléctricos [1-13]. Estos métodos son clasificados como métodos de simulación, métodos analíticos o una combinación de ambos.

Uno de los principales métodos de simulación es el método de Simulación de Monte Carlo (SMC). Esta metodología es simple de utilizar y sirve para validar los resultados del flujo de potencia probabilístico cuando se emplean los modelos analíticos. La SMC demanda de un esfuerzo computacional elevado y también precisa de un proceso iterativo para solucionar el conjunto de ecuaciones no lineales del flujo de potencia. Para reducir

el esfuerzo computacional del problema se emplean los métodos analíticos [1, 3-10].

En la referencia [3] se propone utilizar el modelo de flujo de potencia DC. El método introduce incertidumbre en los datos de las barras y encuentra las distribuciones de probabilidad de los flujos de potencia en los ramos. En la referencia [4], se presenta un método que usa el principio estadístico de mínimos cuadrados para calcular los efectos de la incertidumbre de los datos de entrada sobre todas las variables de la salida. Adicionalmente, se obtiene el valor esperado y la variancia de la solución. En [5] se propone un método que emplea una técnica de convolución discreta en el dominio de la frecuencia y aplica la transformada rápida de Fourier para linealizar las ecuaciones de flujo de potencia, con esto se mejora la precisión del método. En [6] se presenta un algoritmo basado en modelos linealizados combinado con el método de Simulación de Monte Carlo. Este método considera las ecuaciones no lineales del sistema y calcula las distribuciones de probabilidad de las variables de salida. En [7] se calculan las funciones de distribución de probabilidad de los flujos en las ramas y las magnitudes

LUIS ALFONSO GALLEGO

Ingeniero Electricista, M. Sc.
Estudiante de doctorado de la
Universidad Estadual Paulista, Ilha
Solteira - Brasil
gallegopareja@gmail.co

ANTONIO PADILHA-FELTRIN

Ingeniero Eléctrico, Ph.D.
Profesor Asociado.
Universidad Estadual Paulista,
Campus Ilha Solteira, SP, Brasil

JESÚS MARÍA LÓPEZ LEZAMA

Ingeniero Electricista, M. Sc.
Profesor Auxiliar
Universidad de Antioquia
Estudiante de doctorado de la
Universidad Estadual Paulista, Ilha
Solteira - Brasil
lezama@udea.edu.com

de tensión en cada barra considerando las inyecciones de potencia en las barras como variables aleatorias. La metodología emplea el método de SMC para validar los resultados obtenidos. En la referencia [8] se emplea el modelo de flujo de potencia DC combinado con los conceptos de la teoría de la expansión de Cumulants y Gram-Chanlier para considerar la incertidumbre en las inyecciones de potencia en las barras. En la referencia [9] se propone un método de FPP el cual está basado en números/intervalos fuzzy para solucionar el flujo de potencia. El método considera incertidumbre en la generación y la potencia demandada en las barras del sistema. En la referencia [10] se propone un algoritmo de FPP, el cual emplea el método de estimación de dos puntos para introducir incertidumbre en el flujo de potencia. Para simplificar el proceso de cálculo, y principalmente, para mejorar la precisión del flujo de potencia una combinación entre los métodos de simulación y los métodos analíticos son presentados en [11-13].

En este artículo, se aplica la aritmética de intervalos a la demanda y a los parámetros de entrada del flujo de potencia trifásico y desbalanceado para sistemas de distribución de energía eléctrica. Se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros de la sección de los alimentadores del sistema. El algoritmo de flujo de potencia empleado es el algoritmo backward/forward sweep descrito en [14, 15], sin embargo, la metodología propuesta puede ser empleada en cualquier modelo matemático de flujo de potencia.

2. ARITMETICA DE INTERVALOS

En esta sección, se describen los conceptos fundamentales de la aritmética de intervalos que serán empleados en el algoritmo de flujo de potencia trifásico para un sistema de distribución radial. En la referencia [1], se hace una aplicación de la técnica para resolver el un flujo de potencia de un sistema potencia de 5 barras y los resultados obtenidos son comparados con una simulación de Monte Carlo y con el método de flujo de potencia estocástico. La metodología presentada en [1] muestra resultados similares a los obtenidos por estos métodos.

a) Aritmética de Intervalos para Números Reales

Un intervalo de números $x_I = [x_l, x_u]$ es compuesto por números reales x tales que $x_l \leq x \leq x_u$. Donde, x_l y x_u son conocidos como, el límite inferior e superior del intervalo de números. Se debe notar que los límites son números escalares (reales) individualmente

Las operaciones básicas suma, resta, multiplicación y división de dos números reales en un intervalo $x_I = [x_l, x_u]$ y $y_I = [y_l, y_u]$, pueden ser definidas con las siguientes ecuaciones [1, 17]:

$$x_I + y_I = [x_l + y_l, x_u + y_u] \quad (1)$$

$$x_I - y_I = [x_l - y_u, x_u - y_l] \quad (2)$$

$$x_I * y_I = [\min(x_l y_l, x_l y_u, x_u y_l, x_u y_u), \max(x_l y_l, x_l y_u, x_u y_l, x_u y_u)] \quad (3)$$

$$x / y = x_I (y_I)^{-1} \quad (4)$$

donde:

$$(y_I)^{-1} = \left[\frac{1}{y_l}, \frac{1}{y_u} \right] \quad \text{if } 0 \notin [y_l, y_u] \quad (5)$$

b) Distancia entre dos Números Reales en un Intervalo Aritmético.

En muchos casos se necesita saber cuál es la distancia entre dos números reales en un intervalo aritmético. Con la ecuación presentada en (6) se puede calcular dicha distancia [1, 17]:

$$q(x_I, y_I) = \max(|x_l - y_l|, |x_u - y_u|) \quad (6)$$

c) Intervalo Aritmético para Números Complejos

Se Puede definir un número complejo en un intervalo aritmético como: $z_I = a_I + ib_I$, si la parte real a_I y la parte imaginaria b_I están dentro de un intervalo de números reales. Donde, "i" es el operador complejo. El número complejo conjugado de z_I es denotado como z_I^* , y representado por $z_I^* = a_I - ib_I$.

Las operaciones básicas en un intervalo aritmético para números complejos (suma, resta, multiplicación y división) donde $w_I = a_I + ib_I$ y $z_I = c_I + id_I$, pueden ser definidas con las siguientes ecuaciones [1, 17]:

$$w_I + z_I = (a_I + c_I) + i(b_I + d_I) \quad (7)$$

$$w_I - z_I = (a_I - c_I) + i(b_I - d_I) \quad (8)$$

$$w_I * z_I = (a_I * c_I - b_I * d_I) + i(b_I * c_I + a_I * d_I) \quad (9)$$

$$w_I \div z_I = u_I + i v_I \quad (10)$$

donde:

$$u_I = (a_I * c_I + b_I * d_I) \div (c_I^2 + d_I^2)$$

$$v_I = (a_I * d_I - b_I * c_I) \div (c_I^2 + d_I^2)$$

El conjunto de ecuaciones de (1)-(5) es fundamental para el cálculo del conjunto de ecuaciones (7)-(10).

Las ecuaciones (1)-(10) son necesarias para la formulación del flujo de potencia considerando incertidumbre. Se debe notar, que durante a simulación del flujo de potencia son necesarias sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de matrices y/o vectores que están dentro de un intervalo aritmético.

3. FLUJO DE CARGA BASADO EN ARITMÉTICA DE INTERVALOS

En el análisis de flujo de potencia de un sistema de distribución, se conoce la tensión trifásica en la subestación, la potencia compleja de todas las cargas, el modelo matemático de cada una de las cargas (potencia constante, impedancia constante, corriente constante, o una combinación de las anteriores), y también los parámetros y el modelo matemático de las líneas [15]. De esta forma, se puede formular el algoritmo de flujo de carga Backward/Forward Sweep considerando incertidumbre, como sigue:

Paso 1: Adoptar la tensión especificada en la barra de referencia (nodo raíz), $V_{r,abc,L}$ y atribuir valores de tensión a todos los nodos del sistema $V_{i,abc,L}$.

Paso 2: Calcular la inyección de corriente para cada nodo de la red de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{I}_{I,i,abc}^{(k)} = \left(\frac{\mathbf{S}_{I,i,abc}}{\mathbf{V}_{I,i,abc}^{(k-1)}} \right)^* - \mathbf{Y}_{I,i,abc} \cdot \mathbf{V}_{I,i,abc}^{(k-1)} \quad (11)$$

o en detalles:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{I,ia} \\ \mathbf{I}_{I,ib} \\ \mathbf{I}_{I,ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} (\mathbf{S}_{I,ia}/\mathbf{V}_{I,ia}^{(k-1)})^* \\ (\mathbf{S}_{I,ib}/\mathbf{V}_{I,ib}^{(k-1)})^* \\ (\mathbf{S}_{I,ic}/\mathbf{V}_{I,ic}^{(k-1)})^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{I,ia} & & \\ & \mathbf{Y}_{I,ib} & \\ & & \mathbf{Y}_{I,ic} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{I,ia} \\ \mathbf{V}_{I,ib} \\ \mathbf{V}_{I,ic} \end{bmatrix}^{(k-1)} \quad (12)$$

donde, $S_{i,abc}$ es la inyección de potencia compleja especificada en el nodo i , definida para el intervalo aritmético I ; $V_{i,abc}$ es la tensión en el nodo i , definida para el intervalo aritmético; $Y_{i,abc}$ es la admitancia de todos los elementos shunt conectados al nodo i , definida para el intervalo aritmético conectadas en las fases a, b y c ; k es el contador del número de iteraciones y $*$ es el operador complejo conjugado.

Paso 3: Partiendo de las ramas de la última camada en dirección al nodo raíz, las corrientes son calculadas en cada rama haciendo la suma de corriente del propio nodo con la corriente de todos las ramas que derivan del mismo nodo, o sea:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{I,1,a} \\ \mathbf{J}_{I,1,b} \\ \mathbf{J}_{I,1,c} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{I,j,a} \\ \mathbf{I}_{I,j,b} \\ \mathbf{I}_{I,j,c} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{I,m,a} \\ \mathbf{J}_{I,m,b} \\ \mathbf{J}_{I,m,c} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (13)$$

donde $J_{I,m,a}, J_{I,m,b}, J_{I,m,c}$ son los flujos de corriente compleja en el intervalo I , en la sección del alimentador m en la iteración k , y M es el conjunto de la sección del alimentador conectado al nodo j .

Paso 4: Partiendo del nodo raíz y progresivamente avanzando para las últimas camadas, se calcula la nueva tensión de cada nodo. Para poder hacer esto es necesario conocer la tensión del nodo anterior. Para el nodo raíz se asume un valor predeterminado en el inicio del proceso iterativo (tensión de referencia). Se pueden calcular los voltajes en los nodos de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{I,j,a} \\ \mathbf{V}_{I,j,b} \\ \mathbf{V}_{I,j,c} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{I,i,a} \\ \mathbf{V}_{I,i,b} \\ \mathbf{V}_{I,i,c} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} z_{I,aa,l} & z_{I,ab,l} & z_{I,ac,l} \\ z_{I,ab,l} & z_{I,bb,l} & z_{I,bc,l} \\ z_{I,ac,l} & z_{I,bc,l} & z_{I,cc,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{I,1,a} \\ \mathbf{J}_{I,1,b} \\ \mathbf{J}_{I,1,c} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (14)$$

donde, $V_{I,l,a}, V_{I,l,b}, V_{I,l,c}$ son los voltajes complejos en el intervalo aritmético para las fases a, b, c , en la iteración k . y $Z_{I,aa,l}, Z_{I,ab,l}$, etc, son los elementos de la matriz de impedancia serie para la sección del alimentador l los cuales son elementos complejos en el intervalo aritmético.

Paso 5: Criterio de convergencia: para cada nodo m , se puede calcular la distancia entre la tensión trifásica de la iteración actual y la iteración previa d_m . Para cada fase, por ejemplo, fase a , las tensiones V_{iam}^k e V_{iam}^{k-1} son números complejos en el intervalo aritmético, y pueden ser expresadas como $V_{iam}^k = a_l + ib_l$ e $V_{iam}^{k-1} = c_l + id_l$. entonces, se puede calcular la distancia entre V_{iam}^k y V_{iam}^{k-1} de la siguiente forma, $d_{ma} = \max(q(a_b, c_l), q(b_b, d_l))$, similarmente, d_{mb} (distancia entre V_{ibm}^k e V_{ibm}^{k-1}), d_{mc} (distancia entre V_{icm}^k e V_{icm}^{k-1}), pueden ser calculadas. Finalmente d_m se puede calcular como $d_m = \max(d_{ma}, d_{mb}, d_{mc})$. Si $\max(d_m)$, con $m = 1, 2, \dots, n$ (donde n , es el número de barras del sistema) es menor que una tolerancia límite predefinida, el proceso convergió; caso contrario, se regresa al paso 2.

4. PRUEBAS Y RESULTADOS

Para validar la metodología presentada se consideró que la demanda puede tener un error de $\pm 10\%$ del valor estimado, estando en el intervalo de $[0.9 S, 1.1 S]$ kVA. Adicionalmente, los parámetros de los alimentadores son considerados, con una posibilidad de error de $\pm 10\%$ del valor calculado.

Estos intervalos fueron adoptados para verificar el desempeño de la metodología de cálculo de flujo de potencia con incertidumbre, lo cual no está distante de la realidad actual de muchas empresas distribuidoras.

El sistema de prueba empleado fue el sistema de distribución de media tensión IEEE de 34 barras [15], el cual es presentado Figura 1. La magnitud de la tensión base de la red es $V_b = 24.9$ kV, y la tensión de referencia en el inicio del alimentador es $V_{ref} = 25.647$ kV, en p.u. $V_{ref} = 1.03$ p.u. Para realizar las pruebas, son asumidas las tensiones en el nodo raíz y las tensiones iniciales de todos los otros nodo en por unidad (p.u) de la siguiente forma: $[1.03, 1.03] + i[0,0]$ p.u., $[-0.515, -0.515] + i[-0.892, -$

0.892], $[-0.515, -0.515] + i[0.892, 0.892]$, para las fases *a*, *b*, y *c*, respectivamente. Los reguladores de tensión y transformador en serie en la red no fueron considerados con el propósito de facilitar el análisis de los resultados.

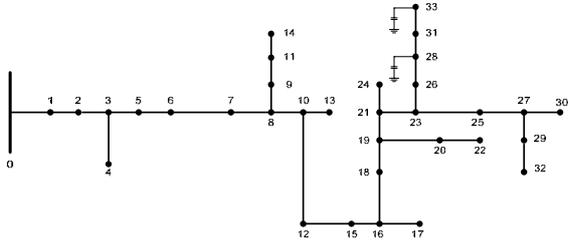


Figura 1: Sistema de Distribución IEEE de 34 Barras.

Empleando la metodología propuesta, se obtienen tres valores de magnitud de tensión al final de la simulación: un valor V_n que es el resultado de un flujo de potencia convencional (sin errores en las cargas y parámetros), un valor superior $V_{Superior}$, y otro inferior $V_{Inferior}$.

a) *Considerando Incertidumbre solo en la demanda.*

En las Figura 2, 3 y 4, se presentan los perfiles de tensión para el sistema de distribución IEEE de 34 barras cuando se considera incertidumbre únicamente en la demanda del sistema. Se puede notar que las tensiones de las fases *a* y *c* están dentro del rango adecuado. En la fase *b* existen algunas barras que están en el rango de tensión precario. La tensión mínima de la red en este caso es 0.9293 p.u.

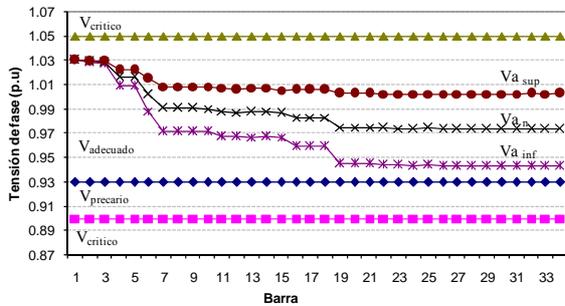


Figura 2: Perfil de tensión de la fase a, cuando se considera incertidumbre en la demanda.

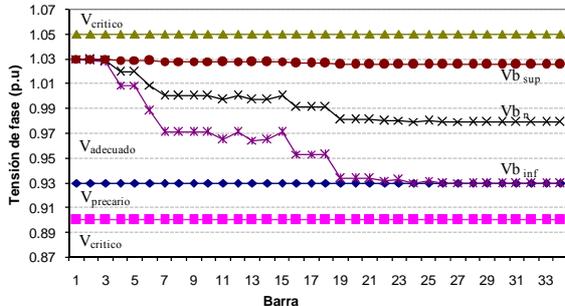


Figura 3: Perfil de tensión de la fase b, cuando se considera incertidumbre en la demanda.

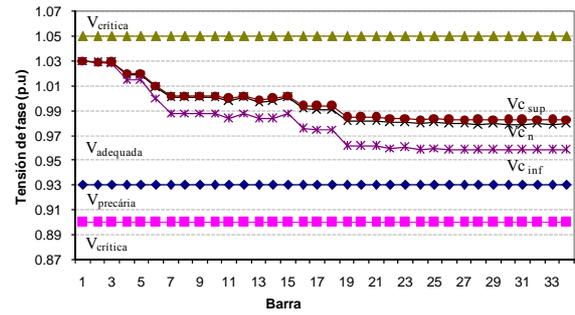


Figura 4: Perfil de la tensión de la fase c, cuando se considera incertidumbre en la demanda.

b) *Considerando Incertidumbre solo en los Parámetros del Alimentador.*

En las Figura 5, 6, y 7, se presentan los perfiles de tensión para el sistema de distribución IEEE de 34 barras cuando se considera incertidumbre solo en los parámetros de la red. Se Puede notar que todas las tensiones están dentro del rango adecuado.

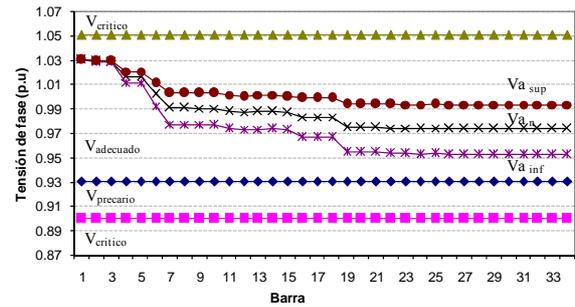


Figura 5: Perfil de tensión de la fase a, cuando se considera incertidumbre solo en los parámetros del alimentador.

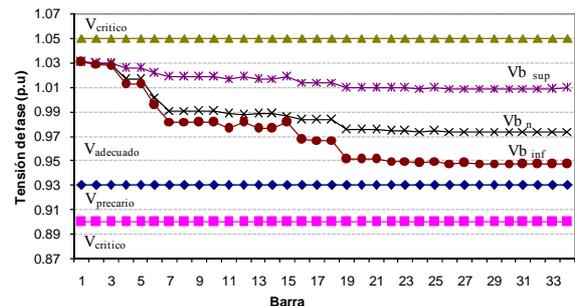


Figura 6: Perfil de la tensión en la fase b, cuando se considera incertidumbre solo en los parámetros del alimentador.

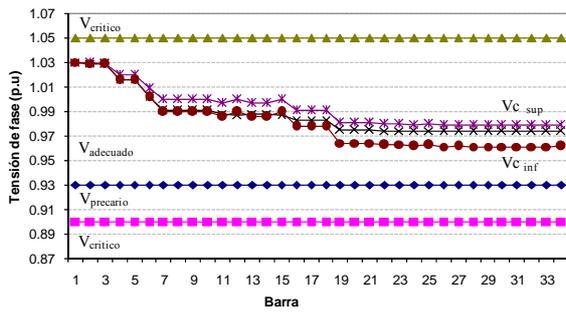


Figura 7: Perfil de la tensión en la fase c, cuando se considera incertidumbre solo en los parámetros del alimentador.

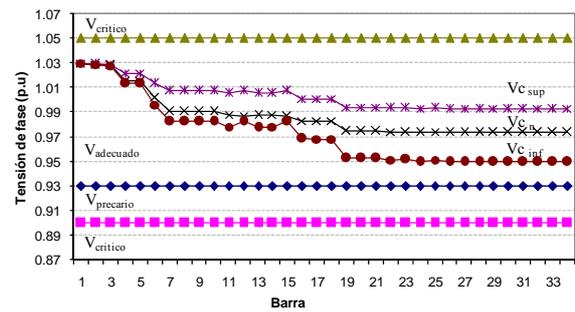


Figura 10: Perfil de la tensión en la fase c, cuando se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros del alimentador.

c) *Considerando Incertidumbre en la Demanda y en los Parámetros.*

En la Figura 8, 9, y 10, se presentan los perfiles de tensión para el sistema de distribución IEEE de 34 barras cuando se considera incertidumbre en la demanda del sistema y en los parámetros de las ramas del alimentador.

Se Puede notar que para este caso, algunas tensiones presentan valores fuera del rango adecuado, llegando incluso al rango crítico (Figura 9).

En la Tabla 1 se presenta la corriente total en la subestación del sistema IEEE 34 barras cuando se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros del sistema.

Corriente en Amperes	Inferior	Nominal	Superior
I a	464.8152	629.7284	851.4191
I b	686.4513	601.0437	722.9167
I c	437.4586	602.8426	788.1632

Tabla 1: Corriente al inicio del alimentador IEEE de 34 barras.

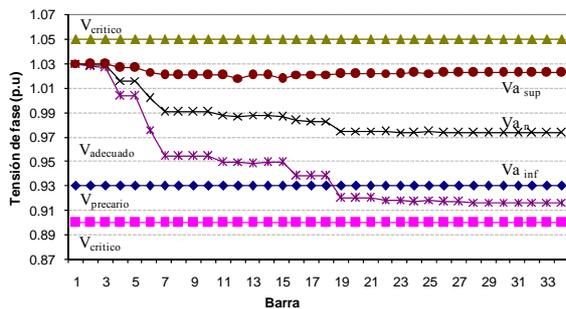


Figura 8: Perfil de la tensión en la fase a, cuando se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros del alimentador.

En la Tabla 2, se presenta el número de iteraciones para el caso del flujo convencional, considerando incertidumbre solo en la demanda, incertidumbre solo en los parámetros de las ramas del alimentador y cuando se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros de la red. Se puede notar que existe un incremento en el número de iteraciones cuando se considera incertidumbre en el cálculo del flujo de potencia.

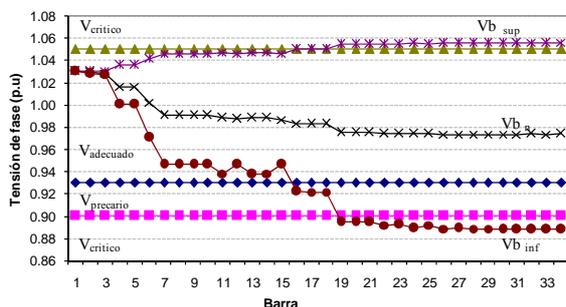


Figura 9: Perfil de la tensión en la fase b, cuando se considera incertidumbre en la demanda y en los parámetros del alimentador.

Tipo de Flujo	No. Iteraciones
Flujo convencional	6
Flujo considerando incertidumbre en la demanda	16
Flujo considerando incertidumbre en los parámetros de las ramas del alimentador	15
Flujo considerando incertidumbre en la demanda y en los parámetros de las ramas del alimentador	20

Tabla 2: Número de iteraciones de las simulaciones realizadas

5. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un método para considerar incertidumbre en el flujo de potencia trifásico desbalanceado para sistemas de distribución de energía eléctrica basado en la aritmética de intervalos. La metodología propuesta permite considerar incertidumbre en la demanda y en los parámetros de los alimentadores.

Los resultados obtenidos validan la importancia de considerar la incertidumbre en el cálculo de flujo de potencia, principalmente en casos donde la reglamentación lo exija.

En este artículo se considera que los parámetros de los alimentadores y la demanda del sistema pueden variar $\pm 10\%$ del valor nominal, sin embargo, este valor puede ser modificado dependiendo del conocimiento del sistema de distribución que se desea validar.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Z. Wang and F. L. Alvarado, "Interval Arithmetic in Power Flow Analysis," *Transactions on Power Systems*, vol. 7 No. 3, pp. 1341-1349, 1992.
- [2] A. Dimitrovski and R. Ackocski, "Probabilistic Load Flow in Radial Distribution Networks," *Transmission and Distribution Conference, IEEE proceedings*, pp. 102-107, 1996.
- [3] B. Borkowska, "Probabilistic Load Flow," *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-93, No. 3, pp. 752-755, 1974.
- [4] J. F. Dopazo, O. A. Klitin, and A. M. Sasson, "Stochastic load flows," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. 2, pp. 299-309, 1975.
- [5] R. N. Allan, A. M. Leite da Silva, and R. C. Burchett, "Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, No. 5, pp. 2539-2546, 1981.
- [6] R. N. Allan and A. M. Liete da Silva, "Probabilistic load flow using multilinearisations," *IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution*, vol. 128, No. 5, pp. 280-287, 1981.
- [7] A. P. S. Meliopoulos, G. J. Cokkinides, and X. Y. Chao, "A new probabilistic power flow analysis method," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, No. 1, pp. 182-190, 1990.
- [8] P. Zhang and S. T. Lee, "Probabilistic load flow computation using the method of combined Cumulants and Gram-Charlier expansion," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 19, No. 1, pp. 676-682, 2004.
- [9] A. Dimitrovski and K. Tomsovic, "Boundary load flow solutions," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 19, No. 1, pp. 348-355, 2004.
- [10] Chun-Lien Su, "A New Probabilistic Load Flow Method," *Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE*, vol. 1, pp. 389-394, 2005.
- [11] A. M. Leite da Silva, V. L. Arienti, and A. N. Allan, "Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, No. 6, pp. 1524-1530, 1984.
- [12] A. M. Liete da Silva and V. L. Arienti, "Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm," *IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution*, vol. 137, No. 4, pp. 276-282, 1990.
- [13] A. M. Leite da Silva and R. N. A. Allan, V. L. , "Probabilistic load flow considering network outages," *IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution*, vol. 132, No. 3, pp. 139-145, 1985.
- [14] C. S. Cheng and D. Shirmohammadi, "A Three Phase Power Flow Method for Real Time Distribution System Analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 2 pp. 671-679, 1995.
- [15] R. M. Ciric, L. Ochoa, and A. Padilha-Feltrin, "Power Flow in Four-Wire Distribution Networks - General Approach," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 15, pp. 1283-1290, 2003.
- [16] ANEEL, "(Agência Nacional de Energia Elétrica) , Resolução Nº 505 de Novembro de 2001."
- [17] D. Biswarup, "Consideration of Input Parameter Uncertainties in Load Flow Solution of Three-Phase Unbalanced Radial Distribution System," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, No 3, pp. 1088-1095, 2006.