

MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN EL SISTEMA DE COORDENADAS DE CAMPO ORIENTADO DEL FLUJO DE ROTOR.

Induction motor modelling in the rotor-flux field-oriented coordinated system

RESUMEN

El modelado del motor de inducción es de gran importancia para el diseño previo del controlador, un modelo que facilita esta tarea es el sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor descrito en este artículo, también se analiza una técnica simple de control del motor en lazo abierto de voltaje-frecuencia para la presentación de un arranque del dispositivo.

PALABRAS CLAVES: Motor de inducción, campo orientado, modelado.

ABSTRACT

The modelling of the induction machine like a drive have a great importance in the controller design, a model that make simple this work is the rotor-flux field oriented coordinated system described in this paper, also a simple technique to control the motor in open loop with voltage-frequency is analyzed to present a start-up of the device.

KEYWORDS: induction motor, field oriented, modelling.

1. INTRODUCCIÓN

El motor de inducción es altamente utilizado en la industria dado a su robustez, buen desempeño, bajo mantenimiento y la facilidad de operación que ha generado el desarrollo de los dispositivos semiconductores en las últimas décadas.

EL modelo dinámico de la máquina debe ser conocido de forma que se comprenda el comportamiento y diseño del dispositivo de control. El diseño de un buen controlador debe tener en cuenta cualquier cambio posible de la planta; el modelo dinámico debe incorporar tanto la respuesta del sistema en estado estable como transitorio, el control de vector orientado o el control por campo orientado requieren del sistema con modelo dinámico. Basados en la representación de dos fases de una máquina trifásica se logra un análisis simple del motor de inducción [1, 2, 3].

El documento inicia con la descripción del sistema en el marco estacionario [4, 6] o como algunos autores lo llaman el modelo dinámico, luego se presenta la deducción del sistema en el llamado sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor o marco sincrónico del motor de inducción y una de las técnicas de control más simples del motor en lazo abierto que se fundamenta en la variación de la frecuencia del voltaje de alimentación, en la siguiente sección se presenta el modelo de simulación diseñado en el ambiente Simulink del software MATLAB y por último se presentan los resultados de la simulación del arranque

SANTIAGO SÁNCHEZ A.

Ingeniero Electricista.
Docente Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
ssa@ohm.utp.edu.co

EDUARDO GIRALDO

Ingeniero Electricista, M Sc.
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
egiraldos@ohm.utp.edu.co

basados en los parámetros reales de un motor de inducción jaula de ardilla.

2. ECUACIONES DINÁMICAS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

El sistema del motor de inducción equivalente de dos fases presenta los ejes de cuadratura (q) y directo (d) tanto en el estator como en el rotor [1,2,6].

Para comenzar se presenta el sistema no lineal de ecuaciones diferenciales que modela el comportamiento dinámico del motor de inducción de n_p pares de polos.

$$\begin{aligned} v_{sd} &= R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{rd} \cos(n_p \theta) - i_{rq} \sin(n_p \theta)) \\ v_{sq} &= R_s i_{sq} + L_s \frac{di_{sq}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{rd} \sin(n_p \theta) + i_{rq} \cos(n_p \theta)) \\ 0 &= R_r i_{rd} + L_r \frac{di_{rd}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{sd} \cos(n_p \theta) + i_{sq} \sin(n_p \theta)) \\ 0 &= R_r i_{sq} + L_r \frac{di_{rq}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (-i_{sd} \sin(n_p \theta) + i_{sq} \cos(n_p \theta)) \\ j \frac{d\omega}{dt} &= n_p L_m (i_{sq} (i_{rd} \cos(n_p \theta) - i_{rq} \sin(n_p \theta)) \\ &\quad - i_{sd} (i_{rd} \sin(n_p \theta) + i_{rq} \cos(n_p \theta))) - f \omega - T_L \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (1)$$

con los flujos de fuga dados por:

$$\begin{aligned}
\lambda_{sd} &= L_s i_{sd} + L_m (i_{rd} \cos(n_p \theta) - i_{rq} \operatorname{sen}(n_p \theta)) \\
\lambda_{sq} &= L_s i_{sq} + L_m (i_{rd} \operatorname{sen}(n_p \theta) + i_{rq} \cos(n_p \theta)) \\
\lambda_{rd} &= L_r i_{rd} + L_m (i_{sd} \cos(n_p \theta) + i_{sq} \operatorname{sen}(n_p \theta)) \quad (2) \\
\lambda_{rq} &= L_r i_{rq} + L_m (-i_{sd} \operatorname{sen}(n_p \theta) + i_{sq} \cos(n_p \theta))
\end{aligned}$$

Donde R_r , R_s son las resistencias del rotor y estator respectivamente, L_s , L_r y L_m son las inductancias de estator, rotor y de acoplamiento, J es el coeficiente de amortiguamiento, f es el coeficiente de viscosidad y T_L es el torque de carga.

El conjunto de ecuaciones 1 es complicado para el diseño de estrategias de control por lo que se busca usar un sistema que presente las variables de estado medibles y no medibles, para el caso del motor de inducción más utilizado el jaula de ardilla no se tiene acceso a las variables del rotor.

Para el caso del conjunto ecuaciones de 1, se pueden reescribir en términos de los flujos de fuga del rotor (usando algunas ecuaciones de 2) y como resultado se eliminan las expresiones de $\cos(n_p \theta)$ y $\operatorname{sen}(n_p \theta)$ [2].

El sistema resultante en términos de las variables de estado φ_{rd} , φ_{rq} , i_{sd} , i_{sq} , ω y θ se presenta en el conjunto de ecuaciones 3.

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p L_m}{J L_r} (i_{sq} \varphi_{rd} - i_{sd} \varphi_{rq}) - \frac{f}{J} \omega - \frac{T_L}{J} \\
\frac{d\varphi_{rd}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \varphi_{rd} - n_p \omega \varphi_{rq} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{sd} \quad (3) \\
\frac{d\varphi_{rq}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \varphi_{rq} - n_p \omega \varphi_{rd} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{sq} \\
v_{sd} &= R_s i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\varphi_{rd}}{dt} \\
v_{sq} &= R_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\varphi_{rq}}{dt}
\end{aligned}$$

donde:

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s}$$

Ahora reorganizando para las ecuaciones de voltaje en el estator en función de las ecuaciones de los flujos de rotor tanto del eje directo como el de cuadratura a la forma de espacio de estados es descrita por 4 [2, 4].

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu (i_{sq} \varphi_{rd} - i_{sd} \varphi_{rq}) - \frac{f}{J} \omega - \frac{T_L}{J} \\
\frac{d\varphi_{rd}}{dt} &= -\eta \varphi_{rd} - n_p \omega \varphi_{rq} + \eta L_m i_{sd} \quad (4) \\
\frac{d\varphi_{rq}}{dt} &= -\eta \varphi_{rq} - n_p \omega \varphi_{rd} + \eta L_m i_{sq} \\
\frac{di_{sd}}{dt} &= \eta \beta \varphi_{rd} + \beta n_p \omega \varphi_{rq} - \gamma i_{sd} + \frac{v_{sd}}{\sigma L_s} \\
\frac{di_{sq}}{dt} &= \eta \beta \varphi_{rq} + \beta n_p \omega \varphi_{rd} - \gamma i_{sq} + \frac{v_{sq}}{\sigma L_s}
\end{aligned}$$

con:

$$\eta = \frac{\Delta R_r}{L_r}; \beta = \frac{\Delta L_m}{\sigma L_r L_s}; \mu = \frac{\Delta n_p L_m}{J L_r}; \gamma = \frac{\Delta L_m^2 R_r}{\sigma L_r^2 L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_s}$$

3. SISTEMA DE COORDENADAS DE CAMPO ORIENTADO DEL FLUJO DE ROTOR

En el sistema de las ecuaciones 4 se tiene el flujo de fuga ficticio para simplificar el modelo sinusoidal; incluso con esta reducción aún es difícil el diseño de controladores para el motor de inducción. La idea del control por campo orientado es usar otra representación del sistema de variables de estado [1,2,3].

Para el control por campo orientado, el sistema de coordenadas es un sistema rotatorio cuya posición angular se define:

$$\rho = \tan^{-1} \left(\frac{\varphi_{rq}}{\varphi_{rd}} \right) \quad (5)$$

Para omitir el trabajo con los flujos (φ_{rd} , φ_{rq}) se usa la representación en coordenadas polares (ρ , φ_d).

$$\rho = \tan^{-1} \left(\frac{\varphi_{rq}}{\varphi_{rd}} \right) \quad (6)$$

$$\varphi_d = \sqrt{\varphi_{rd}^2 + \varphi_{rq}^2}$$

φ_d denota la magnitud del flujo del rotor y ρ es el ángulo del flujo del rotor.

Las corrientes y voltajes son transformadas al nuevo sistema de coordenadas como se presenta en 7 y 8.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \operatorname{sen}(\rho) \\ -\operatorname{sen}(\rho) & \cos(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \text{sen}(\rho) \\ -\text{sen}(\rho) & \cos(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} \quad (8)$$

El sistema de coordenadas se mueve con el flujo y es por esto que se llama sistema de coordenadas de campo orientado del flujo del rotor y la matriz utilizada en las ecuaciones 7 y 8 es la llamada *transformación dq*, este modelo es análogo al modelo del marco síncrono del motor de inducción.

El modelo de espacio de estado es descrito por 9.

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega \\ \frac{d\omega}{dt} &= \mu\varphi_d i_q - \frac{f}{J}\omega - \frac{T_L}{J} \\ \frac{d\varphi_d}{dt} &= -\eta\varphi_d + \eta L_m i_d \\ \frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + \left(\frac{\eta L_m}{\sigma L_s L_r} \right) \varphi_d + n_p \omega i_q + \eta L_m \frac{i_q^2}{\varphi_d} + \frac{u_d}{\sigma L_s} \\ \frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q + \left(\frac{\eta L_m}{\sigma L_s L_r} \right) n_p \omega \varphi_d - n_p \omega i_d - \eta L_m \frac{i_q i_d}{\varphi_d} + \frac{u_q}{\sigma L_s} \\ \frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega + \eta L_m \frac{i_q}{\varphi_d} \end{aligned} \quad (9)$$

El modelo de 9 ahora puede ser usado para desarrollar métodos muy efectivos de control de velocidad o torque. Para estos diseños se asume que se conocen todas las variables de estado $\varphi_d, i_d, i_q, \rho, \omega$ y θ para su realimentación [2, 5]. En la práctica la medición de las corrientes de rotor raramente se pueden realizar, para resolver el problema se utilizan los observadores de ρ, φ_d .

El diagrama de bloques del motor de inducción (MI) implementado en el simulink se presenta en la figura 1.

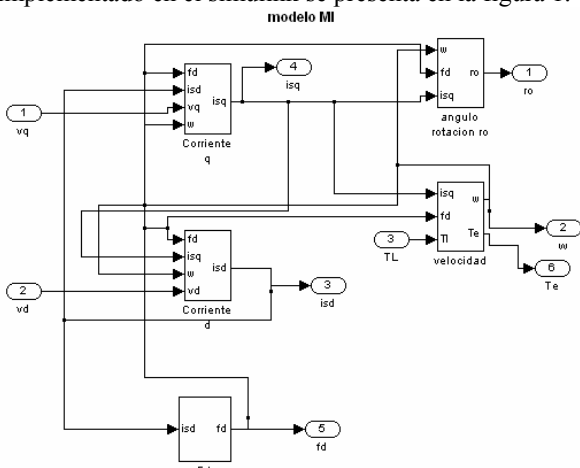


Figura 1. Diagrama de bloques MI.

4. CONTROL EN LAZO ABIERTO UTILIZANDO V/Hz

La técnica de control en lazo abierto por voltaje/frecuencia (V/Hz) es una de las más populares del motor de inducción, la idea es mantener constante la relación del flujo dada por $\varphi_s = V_s / \omega$.

Idealmente no es necesaria la realimentación, la frecuencia ω_e es la variable de control por ser aproximadamente igual a la frecuencia del rotor ω_r . El voltaje es directamente generado desde la frecuencia de referencia por un factor G . El diagrama del control por V/Hz se presenta en la figura 2 [1,3].

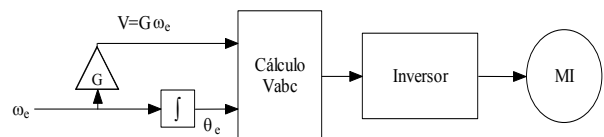


Figura 2. Diagrama de control en lazo abierto.

5. RESULTADOS

Los parámetros de MI simulado son: $R_s=1,7 \Omega, R_r=3,9 \Omega, L_r=L_s=0,014 \text{ H}, L_m=0,0117 \text{ H}, n_p=2, J=0,00011 \text{ kg-m}^2, f=0,00014 \text{ Nm/rad.s}$. La respuesta del sistema controlado en lazo abierto por V/Hz se presenta en las figuras 3, 4, 5 y 6. La figura 3 presenta la respuesta de velocidad en lazo abierto del motor de inducción con un torque de carga $T_L=K\omega^2 \text{ N-m}$, la frecuencia de referencia ω_e se varía de forma suave con un tiempo de subida de 0,8s y un porcentaje de sobrepaso de 0,01. El voltaje de referencia es generado en el eje q y proporcional a ω_e , el voltaje del eje d se mantiene pequeño para controlar la velocidad del motor asumiendo una forma semejante de control indirecto de campo orientado donde la corriente i_q controla la velocidad del rotor y el flujo es constante, se calculan las señales del marco estacionario con el ángulo de la señal a $\theta_e = \int \omega_e dt$ luego el voltaje de fase se obtiene usando la transformada de Park y para alimentar el motor en el sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor se usa un modelo inverso al descrito con anterioridad, la figura 4 presenta el voltaje de cuadratura y directo del motor de inducción para la prueba realizada.

El torque eléctrico y el torque de carga son presentados en la figura 5, en esta el torque desarrollado por la máquina equivale a la carga que crece en forma cuadrática con la velocidad.

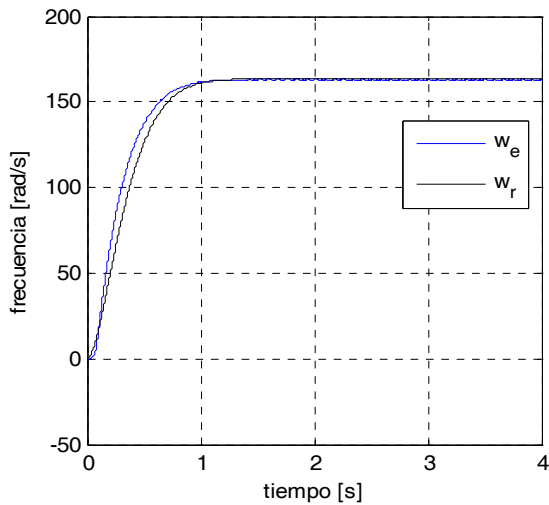


Figura 3. Respuesta frecuencia del motor de inducción.

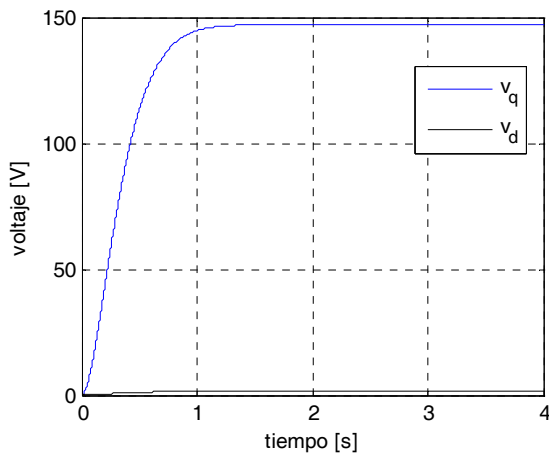


Figura 4. Voltajes eje cuadratura y eje directo.

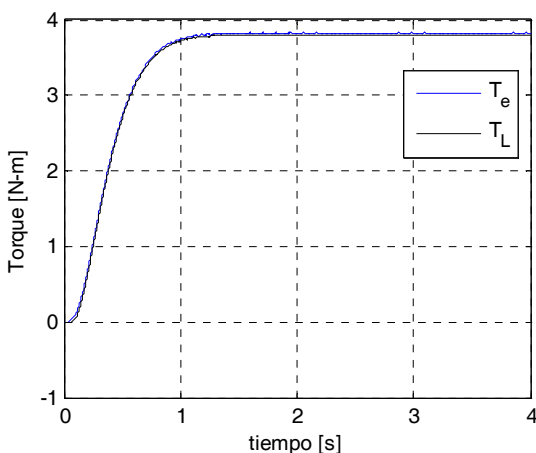
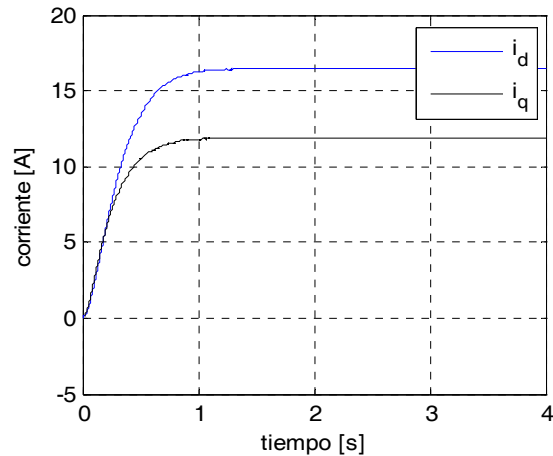


Figura 5. Torque eléctrico y de carga.

El comportamiento de las corrientes del motor de inducción se presenta en la figura 6, se observa que la corriente del eje d es mayor en magnitud que la del eje q ,

pero dentro de los márgenes tolerables por el tipo de motor.

Figura 6. Corrientes del motor de inducción ejes d y q .

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha descrito el modelado del motor de inducción en el sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor el cual facilita el análisis de este tipo de máquina de corriente alterna. En este marco el diseño de un controlador es muy simple dado a que se trabaja en forma análoga al diseño de controladores de máquinas dc.

Para criterios de presentación del modelado del MI se presenta un arranque usando el método de control de V/Hz dado a su simplicidad. La respuesta de velocidad del rotor de la máquina presenta un error pequeño de seguimiento hasta aproximadamente el primer segundo, donde disminuye el error notablemente, de la figura 4 se observa que el voltaje del eje que presenta mayor aporte en el control de velocidad es el v_q .

Dado a que las características del torque de carga el cual aumenta suavemente; el par eléctrico del motor no experimenta cambios abruptos en el arranque.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] B. K. Bose, *Modern Power Electronics and AC Drives*, Prentice Hall, United States, 2001.
- [2] J. Chiasson, *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*, IEEE Press Series on Power Engineering, Wiley-Interscience, New York, 2005.
- [3] A. E. Fitzgerald, Jr. C. Kingsley, S. D. Umans, *Electric Machinery*, 6th edition, United States, 2003.
- [4] M. Montanari, S. Peresada, A. Tilli, A Speed-sensorless indirect field-oriented control for induction motors based on high gain speed estimation, *Automatica*, 42, pp. 1637-1650, 2006.

- [5] J. Chiasson, A new approach to dynamic feedback linearization control of an induction motor, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, No. 3, pp. 391-397, March 1998.
- [6] G. Espinosa-Pérez, R. Ortega, An Output Feedback Globally Stable Controller for Induction Motors, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 1, pp. 138-143, January 1995.