UN PROBLEMA LOGÍSTICO DE RUTEO DE VEHÍCULOS Y UNA SOLUCIÓN CON SOLVER DE EXCEL: UN CASO DE ESTUDIO

A logistic Problem of Vehicle´s Routing solved with Excel´s Solver

EDUARDO ARTURO CRUZ T
Ingeniero Industrial, M.Sc
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
ecruz@utp.edu.co

JORGE HERNÁN RESTREPO
Ingeniero Industrial, M.Sc.
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
jhrestrepoco@utp.edu.co

PEDRO DANIEL MEDINA V
Ingeniero Mecánico, M.Sc.
Profesor Especial
Universidad Tecnológica de Pereira
pmedin@utp.edu.co

RESUMEN

Éste documento presenta la solución a un caso logístico, un problema de ruteo de vehículos. Éste caso es modelado como un problema del vendedor viajero y resuelto con la hoja de calculo Excel. El problema usa información actual de la de rutas de vehículos de una ciudad.

PALABRAS CLAVES: Logística Problema de ruteo de vehículos, Problema del vendedor viajero

ABSTRACT

This document presents the solution to logistic case, a vehicle's routing problem. This case is modeled as a travelling salesperson problem and solved with the spreadsheet Excel. The problem uses current information vehicle's route network of a city.

KEYWORDS: *Logistic, Vehicle routing problem, Travelling salesperson problem.*

1. INTRODUCCIÓN

Todos los días se entregan productos en diferentes puntos de una ciudad, teniendo como referencia un origen que es el punto de distribución. Uno de los objetivos de los distribuidores es diseñar rutas de entrega que minimicen el costo de transporte. Este documento presenta un caso de estudio de una empresa distribuidora de comestibles en la ciudad de Santa Rosa de Cabal Risaralda que desea determinar una ruta que minimice el costo de todo el viaje. El viaje se define como la visita a 14 clientes ubicados en diferentes puntos de la ciudad. Este trabajo usa los valores establecidos por Restrepo y Sánchez [i] de distancias más cortas entre los diferentes intersecciones de la ciudad. El proyecto hace uso de la información como el costo de transporte entre los diferentes puntos que definen el problema. El problema se modela como un problema VRP (Problema de Ruteo de Vehículos) donde se tienen vehículos de capacidad (carga y recorrido) infinita, entonces el VRP es equivalente a un TSP (problema del vendedor viajero). Para determinar la solución el problema se modela en la hoja de cálculo Excel utilizando el complemento solver y se exponen los pasos [2] adicionales requeridos para poder abordar el TSP en la hoja cálculo.

2. TEORÍA

En el *Problema de Ruteo de Vehículos,* o VRP, se deben transportar bienes entre *almacenes* (*depots*) y *clientes* (*customers*), por medio de una flotilla de *vehículos* a través de una *red de caminos.* Los bienes pueden ser transportados, tanto de los almacenes a los clientes, como de los clientes a los almacenes.
El VRP es un problema NP-difícil que tiene relación con el Problema del Vendedor Viajero, o TSP, y con el Problema de Empacado, o BPP (bin packing problem).
Si en el VRP se tienen vehículos de capacidad infinita, entonces el VRP es equivalente a un TSP de múltiples vendedores.

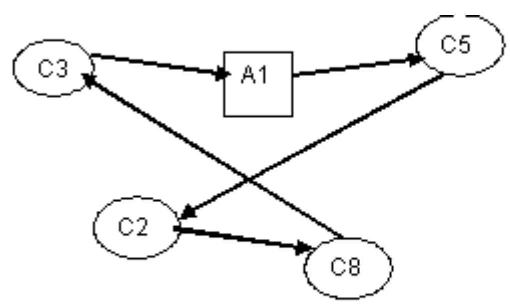

Figura 1: Instancia típica y solución de un VRP. A_1 es el almacén de donde parten los vehículos, y C2,C_3,C5 yC_8 son los clientes.

Fecha de Recepción: 31 Mayo de 2007
Fecha de Aceptación: 01 Agosto de 2007

El problema del agente viajero esta definido así[3]: Sea una red $G = [N, A, C]$ que esta definida por un conjunto de N nodos, y A el conjunto de arcos, y $D = [\, d_{ij}]$ la matriz de costos. Eso es, d_{ij} el costo de moverse desde el nodo i al nodo j. TSP requiere un ciclo Halmiltoniano en G de mínimo costo (un ciclo Hamiltoniano es uno que pasa a través de cada nodo i de N exactamente una vez). El modelo matemático se puede expresarse así[4]:

$$\text{Min} \quad \sum_i \sum_j d_{i,j} X_{i,j}$$

Sujeto a:

$$\sum_j X_{i,j} = 1 \quad \text{para todo i (1)}$$

$$\sum_i X_{i,j} = 1 \quad \text{para todo j (2)}$$

$$X_{i,j} = 1, o..0 \quad (3)$$

Se puede necesitar romper subtour, por tanto:

$$\sum_i \sum_j \; X_{i,j} \leq \text{n-1} \quad (4)$$

donde :

$d_{i,j} =$ Costo de ir del lugar i al lugar j

$X_{i,j} =$ variable de decisión. Toma valor de 1 cuando se selecciona el arco para ir de i a j, o toma el valor de 0 cuando el arco no es seleccionado.

$n =$ es el número de arcos en el subtour. Un subtour es un circuito formado por un subconjunto de N.

La figura 2 presenta dos subtour formados por dos subconjuntos de N{A1,C2;C3,C8,C5}

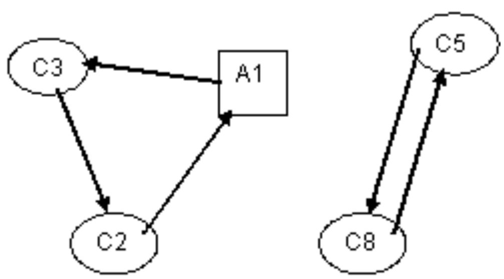

Figura 2. Subtour

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema consiste en determinar el orden de visitar 14 clientes una sola vez con el propósito de minimizar el costo del recorrido. Los clientes están ubicados en la malla vial de Santa Rosa de Cabal y ellos están definidos por el conjunto de nodos N. donde N esta compuesto por los siguientes nodos:

N{10,20,30,40,50,60,70,78,80,90,100,120,130}

Los nodos son las intersecciones viales(calles y carreras) y el nodo 78 es el origen y punto de distribución. Los costos de transporte (distancia más corta) se presentan en la tabla 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		78	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
2	78	###	1331	955	990	770	550	220	440	220	440	660	980	880	1100
3	10	980	###	1285	440	1100	880	1200	1210	1200	980	1200	430	540	760
4	20	955	946	###	845	405	1065	735	955	1175	955	1615	1100	1375	1585
5	30	1210	341	845	###	660	440	990	770	990	1210	770	660	770	990
6	40	550	1001	625	660	###	660	330	550	770	550	1210	1090	990	1210
7	50	770	781	845	440	660	###	550	330	550	770	990	1100	1210	1430
8	60	660	1111	735	770	550	330	###	220	440	660	880	1200	1100	1320
9	70	440	1331	955	990	770	550	220	###	220	440	660	980	880	1100
10	80	660	1111	1175	770	990	330	440	220	###	660	440	1200	1100	1320
11	90	440	1771	955	1430	770	990	660	880	660	###	660	540	440	660
12	100	660	1111	1615	770	1430	770	880	660	440	660	###	1200	1100	1320
13	110	732	2063	1247	1722	1062	1282	952	1172	952	732	990	###	310	485
14	120	660	1991	1615	1650	1430	1210	880	1100	880	660	880	550	###	220
15	130	880	2211	1835	1870	1650	1430	1100	1320	1100	880	1100	770	440	###

Tabla 1. Matriz de costos (distancia en metros)

4. DESARROLLO DEL PROBLEMA

Para dar solución al problema, es modelado en la hoja de cálculo Excel. En la tabla 2 se presenta una matriz de costo como el rango A1:O15 y un matriz de celdas variables como el rango A18:O32. La restricciones 1 y 2 del modelo matemático se representa en el rangos B34:O34(son igual al rangoB33:O33 que son la suma de las columnas) y Q19:Q32(son igual al rango P19:P32que son la suma de las filas). Como el propósito es que el vehículo retorne al nodo origen se debe crear una restricción para cerrar el circuito, donde la suma de los valores de las celdas variables debe ser igual al número de nodos contenidos en N. Las celdas que representan la restricción están en rango P34:Q34. ahora la restricción 4 solo se utiliza cuando aparecen subtour.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		78	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130		
2	78	###	1331	955	990	770	550	220	440	220	440	660	980	880	1100		
3	10	980	###	1285	440	1100	880	1200	1210	1200	980	1200	430	540	760		
4	20	955	946	###	845	405	1065	735	955	1175	955	1615	1100	1375	1585		
5	30	1210	341	845	###	660	440	990	770	990	1210	770	660	770	990		
6	40	550	1001	625	660	###	660	330	550	770	550	1210	1090	990	1210		
7	50	770	781	845	440	660	###	550	330	550	770	990	1100	1210	1430		
8	60	660	1111	735	770	550	330	###	220	440	660	880	1200	1100	1320		
9	70	440	1331	955	990	770	550	220	###	220	440	660	980	880	1100		
10	80	660	1111	1175	770	990	330	440	220	###	660	440	1200	1100	1320		
11	90	440	1771	955	1430	770	990	660	880	660	###	660	540	440	660		
12	100	660	1111	1615	770	1430	770	880	660	440	660	###	1200	1100	1320		
13	110	732	2063	1247	1722	1062	1282	952	1172	952	732	990	###	310	485		
14	120	660	1991	1615	1650	1430	1210	880	1100	880	660	880	550	###	220		
15	130	880	2211	1835	1870	1650	1430	1100	1320	1100	880	1100	770	440	###		
16																	
17																	
18		78	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130		
19	78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	130	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
34		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14

Tabla 2. Matriz de costos y matriz de celdas variables

La función objetivo está representada por la celda Q33 que tiene una fórmula que es el producto de las dos matrices.

Cada una de las restricciones, función objetivo y celdas variables son introducidas en la herramienta solver de Excel como se muestra en la figura 3.

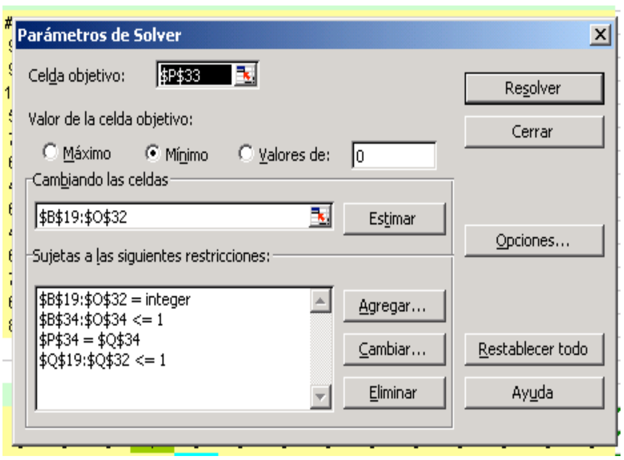

Figura 3. Parámetros del solver

Los resultados entregados por el solver se presentan en la Tabla 3

	78	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130		
78	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
40	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
50	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
60	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
90	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
100	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
130	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5751	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	14

Tabla 3. Primer resultado generado por solver

Esto genera los siguientes subtour que se muestran en la tabla 4.

SubTour1	78	60	50	70	90	78
SubTour2	10	30	10			
SubTour3	20	40	20			
SubTour4	80	100	80			
SubTour5	110	120	130	110		

Tabla 4. Subtour

Estos subtour hacen que se tengan que adicionar un conjunto de restricciones para poder romperlos. Las nuevas restricciones se muestran en la tabla 5, donde en la columna marcada con rest va el valor del número de arcos que formar el subtour. Este valor es el resultado de una fórmula que suma las referencias de celda que forman el subtour, estas celdas están en la matriz de celdas variables como se muestran en la tabla 3 enmarcadas en círculos, en el caso del subtour1. En la columna valor se pone el valor que debe alcanzar la restricción (n-1 arcos).

Las nuevas restricciones en el solver se presentan enmarcadas en el rectángulo de la figura 4.

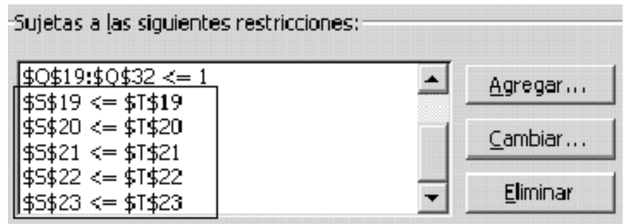

Figura 4. Nuevas restricciones

	Rest	Valor
SubTour1	5	4
SubTour2	2	1
SubTour3	2	1
SubTour4	2	1
SubTour5	3	2

Tabla 5. Nuevas restricciones.

La tabla 6 muestra la posición de las restricciones en la hoja de cálculo. Estas nuevas restricciones deben agregarse al solver como se muestran en la Figura 5.

	R	S	T
1			
18		Rest	Valor
19	SubTour1	5	4
20	SubTour2	2	1
21	SubTour3	2	1
22	SubTour4	2	1
23	SubTour5	3	2

Tabla 6. Posición de las restricciones en la hoja de cálculo

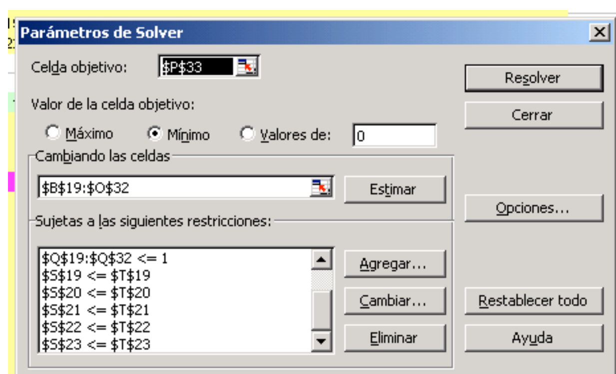

Figura 5. Nuevas restricciones en el solver

Al ejecutar el solver con las nuevas restricciones se tiene un nuevo grupo de subtour que deben ser destruidos adicionando un nuevo grupo de restricciones que salen del análisis de la tabla 7.

Nuevos SubTour											
SubTour1	78	60	50	70	80	100	30	10	110	90	78
SubTour2	20	40	20								
SubTour3	120	130	120								

Tabla 7. Subtour generados por solver en la segunda corrida.

Todo el proceso descrito arriba se repite tantas veces sea necesario hasta llegar a una solución que garantiza un tour.
La tablas 8 muestra la matriz de celdas variables formando un tour y cumpliendo todas las restricciones del problema y logrando un objetivo de 6041 metros para el recorrido que minimiza el costo de transporte y la tabla 9 muestra el tour que minimiza.

	78	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130				Rest	Valor
78	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	SubTour1	1	4
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	SubTour2	1	1
20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour3	1	1
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour4	0	1
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	SubTour5	2	2
50	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1			
60	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour1	4	9
70	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour2	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour3	1	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1			
100	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	SubTour1	4	7
110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	SubTour2	5	5
120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1			
130	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1			
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	6401				
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	14			

Tabla 8. Matriz de celdas variables y resultados finales

Tour	78	80	70	60	50	20	40	90	100	30	10	110	120	130	78

Tabla 9. Tour que minimiza los costos de transporte

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El Excel permite modelar fácilmente este tipo de problema presentando algunas limitaciones y dificultades para buscar la solución, como el caso de estar agregando restricciones.

La herramienta es una alternativa para dar solución a un grupo de empresas que tienen problemas relativamente pequeños y así evitar hacer grandes inversiones en software.

El ejercicio sirve para socializarlo con los estudiantes de pregrado y postgrado como una primera instancia para entrar en contacto con el problema del VRP y TSP.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1]Restrepo Correa, Jorge Hernán, Sánchez Castro, Jhon Jairo, Aplicación de la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra para determinar las distancias y las rutas más cortas en una ciudad. Scientia Et Technica. UTP Pereira: v.10, n.26, p.121-126, 2004.

[2] Rick Hesse, Feature Editor, In the Classroom. "Travelling salesperson string," by. Decision Sciences Institute. May 1999 / Volume 30(3)

[3] ONLINE LOGISTICS TUTORIAL School of Industrial and System Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta,GA,USA **http://www2.isye.gatech.edu/logisticstutorial/**

[4] Askin Ronald D, Standridge Charles R, Modelling and Analysis of Manufacturing Systems, Edit Wiley 1993, p266.