

# DISTRIBUCIÓN DE COSTOS EN EL PLANEAMIENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE GRAN TAMAÑO USANDO TEORIA DE JUEGOS

## Cost Allocation for Large Electrical Transmission Systems Planning Using Game Theory

### RESUMEN

En las actuales estructuras de mercados eléctricos descentralizados, los sistemas de transmisión continúan siendo monopolio natural para garantizar la seguridad del sistema y el libre acceso para todos los agentes, así, la expansión del sistema debe ser coordinada de tal manera que favorezca por igual a todos los agentes. Este trabajo presenta una metodología de distribución de costos de inversión para la expansión de los sistemas de transmisión, entre los agentes del sistema, utilizando conceptos de teoría de juegos, para que los pagos sean “justos”. El método es aplicado a un sistema basado en el sistema Colombiano presentando buenos resultados.

**PALABRAS CLAVES:** Juegos cooperativos, kernel, mercados de electricidad, optimización combinatorial, planeamiento de la expansión de la transmisión, teoría de juegos, valor de shapley.

### ABSTRACT

*In the actual decentralized electrical system structures, the transmission systems continue to be a natural monopoly in order to guarantee the system security and an open access to all the agents, thus, the system expansion must be coordinated so all the agents receive the benefits. This work presents a cost allocation methodology for the expansion of transmission systems, among the system agents, using game theory concepts, so the share for each one is considered “fair”. The method is tested in a system based on the Colombian System presenting good results.*

**KEYWORDS:** Cooperative games, combinatorial optimization, electricity markets, game theory, kernel, shapley value, transmission expansion planning,

### 1. INTRODUCCIÓN

El planeamiento de la Transmisión ha sido tradicionalmente realizado de forma centralizada, y la desregularización adoptada por muchos países obliga a los nuevos sistemas a decidir si este planeamiento, en el nuevo ambiente de mercado, se sigue manejando de manera centralizada, usando nuevas metodologías, o si debe crearse un mercado de transmisión, adicional al de energía eléctrica y de servicios complementarios. En teoría, las fuerzas del mercado deben decidir el comportamiento del sistema de transmisión, sin la intervención de un ente privado o estatal que cree intervención. Dentro de esta nueva lógica, los agentes que participan en un esquema de mercado de electricidad deben asumir estos costos y por lo tanto se requiere generar alternativas metodológicas para la distribución de dichos costos de la forma mas justa posible [2][3].

En el esquema regulado, una decisión tomada por un agente produce efectos sobre las decisiones de los demás. Uno de estos casos es la construcción de nuevas líneas

que deben de ser compartidas por varios agentes. La decisión de construir o no la línea y la distribución de los costos entre los agentes son un asunto abierto a discusión en los esquemas descentralizados [4] [5].

La teoría de juegos [6] [7] es un campo de estudio que interpreta la forma como varios jugadores (agentes) interaccionan en un proceso de intercambio de acciones, que pueden o no representar intercambio de utilidades, para lograr un objetivo.

Estas características hacen de esta teoría una herramienta muy poderosa en el análisis de mercados, movimiento de acciones, negociaciones, entre otros campos [8]. Al mismo tiempo, la inteligencia artificial distribuida se ha encargado de estudiar como son formadas las coaliciones en los algoritmos de negociación entre agentes en juegos económicos [9] [10].

En la literatura especializada se encuentran varios trabajos abordando este tema, con diferentes perspectivas

### EDGAR MANUEL CARRENO FRANCO

Ingeniero Electricista, M.Sc.  
emfra@utp.edu.co

### ANTONIO H. ESCOBAR ZULUAGA

Ingeniero Electricista, M.Sc.  
Profesor  
Escuela Tecnología Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
aescobar@utp.edu.co

### RAMÓN ALFONSO GALLEGO RENDÓN

Ingeniero Electricista, Ph.D.  
Profesor  
Programa Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ragr@utp.edu.co

y métodos, como en [10] [11] [12] [13], usando siempre sistemas de prueba de tamaño reducido.

En el presente artículo se pretende aplicar el método sugerido en [10] y [13] a un sistema de transmisión real y de gran tamaño, como es el sistema colombiano, para verificar su comportamiento en un ambiente hipotético en el cual existen varias empresas de transmisión operando el sistema.

Estos métodos combinan la teoría de juegos con la inteligencia artificial distribuida, agrupando jugadores (empresas de transmisión) con intereses comunes por medio de propuestas seguras para el sistema eléctrico desde el punto de vista de la operación y atractivas desde el punto de vista de la inversión, aplicando los mismos conceptos para determinar una distribución de costos "justa".

La estructura de este artículo es la siguiente. La sección 2 describe el modelamiento matemático del problema de la expansión de la transmisión. La sección 3 describe los juegos cooperativos. La sección 4 analiza el concepto del valor bilateral de Shapley y el algoritmo de asignación de costos. La sección 5 analiza el concepto del kernel. La sección 6 muestra los resultados de los algoritmos de negociación descentralizado en el sistema Colombiano, por último, en la sección 7 se hace una comparación entre los métodos del BSV y el kernel.

## 2. PLANEAMIENTO DE LA TRANSMISIÓN

El modelo matemático usado para representar la red de transmisión es el conocido como modelo DC y puede ser formulado de la siguiente manera [1]:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (5)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (6)$$

$$n_{ij} \text{ entero, } f_{ij}, \theta_{ij} \text{ irrestrictos}$$

$$i, j \in \Omega$$

donde  $c_{ij}$ ,  $\gamma_{ij}$ ,  $n_{ij}$ ,  $n_{ij}^0$ ,  $f_{ij}$  y  $\bar{f}_{ij}$  representan, respectivamente, el costo de añadir un circuito entre las barras  $i - j$ , la susceptancia de ese circuito, el número de circuitos a añadir, el número de circuitos existentes, el flujo de potencia y el flujo máximo permitido para los nuevos circuitos.  $v$  es la inversión total,  $S$  es la matriz de incidencia de nodos,  $f$  es un vector con elementos  $f_{ij}$ ,  $g$  es un vector con elementos  $g_k$  (generación en el bus  $k$ ), cuyo máximo valor es  $\bar{g}$ ,  $d$  es un vector con

elementos  $d_k$  (demandas en el bus  $k$ ),  $n_{ij}$  es el número máximo de circuitos que pueden ser añadidos en un circuito  $i - j$  y  $\Omega$  es el conjunto de todas los circuitos candidatos.

La restricción (2) modela la Ley de Corrientes de Kirchhoff equivalente al modelo DC. La restricción (3) es una expresión de la ley de Ohm para el equivalente DC, por lo tanto, la Ley de Voltajes de Kirchhoff se encuentra implícita. Estas restricciones son del tipo No Lineal. El problema formulado es del tipo No Lineal Entero (PNLE).

Este es un problema complejo de difícil solución, el cual puede conducir a la explosión combinatorial del número de alternativas a ser exploradas. Sin embargo, si se permite que las variables enteras tomen valores continuos, el modelo DC se convierte en un Problema de Programación No Lineal (PNL).

El problema del planeamiento estático de la transmisión ha sido abordado por diversos métodos de optimización, entre los que se destacan los heurísticos constructivos, la optimización exacta y las metaheurísticas. En este trabajo se emplea la técnica combinatorial Simulated Annealing (SA) propuesta en [14].

## 3. JUEGOS COOPERATIVOS

Los juegos cooperativos son un área de trabajo de la teoría de juegos, la cual establece que un agente puede obtener más utilidad, si trabaja en coalición con otro agente, que la que obtendría si trabajara solo, o en este caso, que el plan de expansión es más económico si se hace entre varios agentes en lugar de ser realizado por cada agente individualmente en su área de influencia por que operativamente existe dependencia entre los sistemas eléctricos de los diversos agentes.

## 4. VALOR BILATERAL DE SHAPLEY (BSV)

El valor de Shapley [15] se puede definir como el promedio ponderado de las contribuciones marginales de un miembro a todas las coaliciones en las cuales puede participar. Asume que el juego es superaditivo y que la gran coalición total es formada.

El cálculo de este valor tiene un problema de complejidad exponencial, por lo tanto es reducido al llamado valor bilateral de Shapley (BSV).

Sea  $CS \subseteq P(A)$  una estructura coalicional de un conjunto dado de agentes  $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ , donde  $C_i \cup C_j \subseteq A$  es una coalición (bilateral) de coaliciones independientes ( $n$  agentes)  $C_i$  y  $C_j$  ( $n \geq 0$ ). El Valor Bilateral de Shapley para alguna coalición  $C_i$  en una coalición bilateral  $C$  se define como:

$$bsv_{\{C_i, C_j\}}(C_i) = \frac{1}{2}v(C_i) + \frac{1}{2}(v(C) - v(C_j)) \quad (7)$$

Las coaliciones  $C_i$  y  $C_j$  son llamadas las fundadoras de  $C$  y  $v(C)$  es el valor del juego para la coalición  $C$ .

En la formulación matemática se puede observar que los fundadores obtienen la mitad de su contribución local, y la otra mitad se obtiene de la cooperación con otra entidad. El segundo término del BSV refleja la fuerza de cada agente de acuerdo con su contribución, evitando el hecho de que los nuevos agentes tomen ventaja del trabajo hecho por los demás sin pagar compensación, problema común en los esquemas de distribución de costos en la expansión de la transmisión. El BSV es un caso particular del concepto del valor de Shapley, por que crea una distribución justa de recursos únicamente entre dos agentes. Para el proceso de la formación de coaliciones se usa el algoritmo de Klusch and Shehory [16] que consiste en:

#### Algoritmo de Klusch and Shehory:

1. Cada agente calcula el costo de su propio plan de expansión, como si estuviera desconectado del sistema.
2. Cada agente calcula el valor de su plan de expansión si formara un equipo con cada una de las coaliciones posibles en el momento, para este paso es necesario un coordinador que se encargue de reunir toda la información necesaria para hacer el plan de tal manera que no sea en detrimento del funcionamiento del sistema eléctrico.
3. Cada agente calcula todos los valores BSV para cada una de las coaliciones posibles, estos valores son organizados en una lista de preferencias teniendo en cuenta la racionalidad individual, esto es, que el agente reciba por lo menos el mismo beneficio que recibiría si trabajara solo.
4. Fase de negociación: cada agente envía propuestas de coaliciones a los agentes posibles de acuerdo a los valores obtenidos en el paso 3, la oferta consiste en enviar al posible compañero, el valor que obtendría si colaboraran. Si ambos agentes encuentran que es beneficioso formar una coalición, esta es formada. Esta decisión es comunicada a los demás agentes para que estos borren de sus listas de preferencias a los agentes en cuestión, el proceso continua hasta que no sea posible formar coaliciones con los valores actuales. El Proceso se repite de nuevo desde el paso 2 hasta que se forme la gran coalición o hasta que en la fase de negociación ningún agente acepte ninguna oferta y no se puedan formar coaliciones.

#### Distribución de costos:

Para distribuir los costos, se emplea un algoritmo de inducción hacia atrás [15] que aprovecha los valores BSV calculados en cada uno de los pasos, y tiene en cuenta la historia de la formación de las coaliciones. Comenzando por la gran coalición, o las coaliciones finales, se divide esta en las dos coaliciones fundadoras entre las cuales se divide la utilidad usando la misma relación del BSV, donde  $v(C)$  sería el valor de la coalición resultante.

Como estas coaliciones fundadoras también fueron formadas de otras, se repite el proceso, teniendo en cuenta que el nuevo valor de  $v(C)$  para estas es el obtenido en la separación anterior, este proceso se continua hasta llegar a los agentes individuales.

### 5. CONCEPTO DEL KERNEL

El kernel [17] establece que una configuración de pagos es estable si existe un equilibrio entre todos los pares de agentes en la misma coalición, de tal manera que ningún agente pueda reclamar parte de las utilidades de otro agente. Para explicar el concepto del kernel es necesario introducir otros instrumentos, como son el exceso, y el máximo exceso (surplus).

Exceso: El exceso de una coalición  $C$  con respecto a una configuración de pagos  $u$ , se define como

$$e(C) = v(C) - \sum_{A_i \in C} u^i \quad (8)$$

donde  $u^i$  es la utilidad del agente  $A_i$  y  $v(C)$  es el valor del juego para la coalición  $C$ . El número de excesos que tenga un agente en una configuración coalicional, determina su fuerza, en el sentido del kernel, dentro de la misma. Como un exceso mayor conlleva a más fuerza en la configuración, un agente racional siempre buscará el máximo exceso posible; esto se define como el máximo exceso.

Máximo Exceso (Surplus): El máximo exceso del agente  $A$  sobre el agente  $B$ , con respecto a una configuración coalicional, se define como

$$S_{AB} = \max_{C|A \in C, B \notin C} e(C) \quad (9)$$

donde  $e(C)$  son los excesos de todas las coaliciones que incluyen a  $A$  y excluyen a  $B$ , y las configuraciones  $C$  son distintas a la configuración coalicional actual. El Agente  $AB$  tiene más importancia que  $B$  si  $S_{AB} > S_{BA}$  y  $u^B > v(B)$ , donde  $v(B)$  es la utilidad obtenida por  $B$  si formara una coalición unitaria.

Los agentes comparan sus máximos excesos, y aquel que tenga el mayor puede reclamar parte de las utilidades de un agente más débil, pero su reclamo está limitado por la

racionalidad individual  $u^B > v(B)$ , por lo tanto, el agente  $A$  no puede reclamar tanta utilidad de  $B$  como para que este quede con una utilidad menor a la que obtendría en una coalición unitaria, por que el agente  $B$  ya no tendría ninguna razón para permanecer en la configuración.

Si dos agentes  $A$  y  $B$  no se dominan uno al otro, se dice que están en equilibrio. Esto significa que se cumple una de las siguientes condiciones

$$S_{AB} = S_{BA} \quad (10)$$

$$S_{AB} > S_{BA} \text{ y } u^B = v(B) \quad (11)$$

$$S_{BA} > S_{AB} \text{ y } u^A = v(A) \quad (12)$$

El equilibrio solo está definido para un par de agentes. Usando estos conceptos se define el Kernel como el conjunto de todas las configuraciones coalicionales, y sus respectivas imputaciones, de tal manera que cada par de agentes en la misma coalición están en equilibrio. Una configuración coalicional y su respectiva imputación que cumpla con esto, se denomina k-estable.

El Kernel siempre existe para cualquier configuración coalicional.

A. Algoritmo de formación de coaliciones basado en el Kernel

El concepto del Kernel permite calcular una imputación estable, pero no establecer señales para al proceso de formación de coaliciones, para este proceso se aplica un Algoritmo de formación de coaliciones Orientado al Kernel (ACK) [13] [17].

El ACK es un algoritmo de negociación descentralizado que determina una configuración de pago estable. La negociación de las coaliciones implica que los agentes están sincronizados en determinados puntos y al final de cada iteración se forma una nueva coalición compuesta de dos coaliciones antiguas o no se aceptan propuestas de coaliciones y el algoritmo se detiene con una configuración k-estable.

Algoritmo ACK:

1. Cada coalición escoge al agente más fuerte. Este se encarga de calcular todas las configuraciones k-estables por medio del esquema de transferencia de Stearn [18] con las coaliciones que sean posibles formar, estas coaliciones se organizan de acuerdo a la utilidad obtenida por el agente escogido.
2. Cada uno de los agentes, envía a las coaliciones candidatas, las imputaciones calculadas, de acuerdo con la organización dada en el paso anterior.
3. Si al recibir una propuesta de coalición, la imputación recibida le otorga al conjunto de agentes que conforman

la coalición una utilidad mejor, y si es la primera recibida, la propuesta es aceptada, y se forma una nueva coalición, esta decisión es comunicada al resto de agentes y se cancelan todas las otras propuestas pendientes.

4. Si no es posible formar una coalición, es decir, si no se acepta ninguna propuesta, el proceso termina con una imputación estable, de lo contrario, ir de nuevo al paso 1.

## 6. PRUEBAS Y RESULTADOS

Para probar el método se han aplicado los algoritmos al sistema colombiano que se presenta en la figura 1, cuyos datos se encuentran en [1] y se ha considerado un horizonte de planeamiento para el año 2012. El sistema se ha dividido en 6 áreas/agentes considerando la geografía del país siendo estas: 1. Norte, 2. Nor-Occidente, 3. Nor-Oriente, 4. Centro, 5. Sur-Occidente, 6. Sur-Oriente (Esta división es solo para fines académicos y no refleja la realidad actual del Sistema de Transmisión Nacional (STN)).

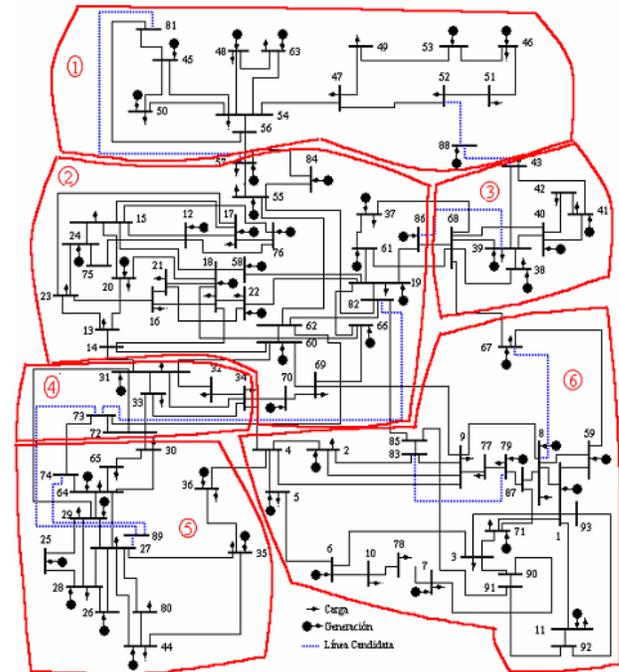


Figura 1. Áreas/Agentes Sistema Colombiano.

Para cada agente, y a las coaliciones posibles, es calculado el valor de su plan de expansión (al año 2012) como si estuvieran aislados, retirando las líneas que las interconecta con los demás agentes, reemplazando estas por generadores y demandas, según sea el caso basados en un flujo de carga simple con una configuración de líneas obtenida para el sistema completo, con el fin de mantener un equilibrio de potencias. Estos generadores y demandas son considerados como plantas generadoras que se deben construir o como lucro cesante de la capacidad instalada de generación. Los sistemas resultantes se resuelven utilizando la metodología de

Simulated Annealing [14] y los resultados de estos planes se presentan en la Tabla 1.

**A. Algoritmo del BSV**

Inicialmente cada coalición calcula el valor de su plan de expansión con cada una de las coaliciones que le es posible formar. Los valores de los planes de expansión para cada una de estas coaliciones están en la Tabla 1. Con estos valores se calcula el BSV para cada uno de los agentes.

Coalición	Valor	Coalición	Valor	Coalición	Valor
1	207.5	{1,2,3}	783.5	{1,2,4,6}	692.4
2	475.4	{1,2,4}	720.8	{1,2,5,6}	490.3
3	125.0	{1,2,6}	606.0	{1,3,4,6}	698.7
4	376.9	{1,3,6}	321.7	{1,3,5,6}	1094.0
5	749.9	{2,3,4}	431.9	{2,3,4,5}	304.8
6	1024.8	{2,3,6}	319.1	{2,3,4,6}	613.9
{1,2}	721.1	{2,4,5}	463.3	{2,3,5,6}	897.8
{1,3}	235.5	{2,4,6}	383.6	{2,4,5,6}	1173.5
{2,3}	434.2	{2,5,6}	689.9	{3,4,5,6}	1642.0
{2,4}	463.0	{3,4,6}	1313.2	{1,2,3,4,5}	707.3
{2,6}	335.8	{3,5,6}	1899.7	{1,2,3,4,6}	666.2
{3,6}	1149.8	{4,5,6}	2222.2	{1,2,3,5,6}	563.7
{4,5}	1197.4	{1,2,3,4}	781.9	{1,2,4,5,6}	526.5
{4,6}	1401.7	{1,2,3,6}	675.9	{1,3,4,5,6}	1481.1
{5,6}	1774.7	{1,2,4,5}	6621.7	{2,3,4,5,6}	1299.3

Tabla 1. Valores de los planes de Expansión (U\$ $\times 10^6$ )

El agente 1 organiza las ofertas de acuerdo a su racionalidad individual, es así como la única coalición que se podría aceptar es con 3. El agente 1 envía la oferta al agente 3 y esta es aceptada por que mejora ambas utilidades. De igual manera cada uno de los agentes realiza sus ofertas hasta que no sea posible formar más coaliciones, el proceso total de formación de coaliciones es el siguiente

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6] \rightarrow [\{13\} \ \{26\} \ 4 \ 5] \rightarrow [\{13\} \ \{256\} \ 4] \rightarrow [\{12356\} \ 4] \rightarrow \{123456\}$$

Para distribuir los costos, se aplica el algoritmo de inducción hacia atrás, comenzando por la gran coalición. La distribución de costos para el sistema colombiano, con los datos anteriormente obtenidos, por medio del método del valor bilateral de shapley (BSV) es:

$$(21.4 \ 274.5 \ -61.1 \ 188.2 \ 414.4 \ 274.9) \text{ U}\$ \times 10^6$$

En esta distribución, un valor positivo representa una inversión que debe de hacer el correspondiente agente, y un valor negativo, representa un beneficio que debería recibir un agente.

**B. Algoritmo del kernel**

Inicialmente, se establece para todos los agentes las coaliciones que les es posible formar. El Agente 1 puede formar coalición con el agente 2 y con el agente 3, para cada una de estas coaliciones se calcula una configuración de pagos k-estable obteniendo los siguientes resultados:

$$\{1,2\} \rightarrow (311,9 \ 409,2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$\{1,3\} \rightarrow (159 \ 0 \ 76,5 \ 0 \ 0 \ 0)$$

Se observa que en {1,2}, los agentes tienen un valor de peor calidad que el que tuvieran si trabajaran solos, por lo tanto esa configuración no es aceptada, en {1,3} los pagos mejoran, por lo tanto es aceptada. Este mismo proceso se realiza para todos los agentes. Finalizando esta etapa, los agentes se envían las propuestas: El agente 1 le envía una propuesta a 3, como la propuesta mejora sus respectivos valores, la propuesta es aceptada, se cancelan las demás ofertas y el proceso comienza de nuevo.

La evolución de la formación de coaliciones es:

$$\{1,3\} \rightarrow \{1,3,6\} \rightarrow \{1,2,3,6\} \rightarrow \{1,2,3,5,6\} \rightarrow \{1,2,3,4,5,6\}$$

La imputación (distribución de costos) final es: (78.6 -433.1 45.6 202.2 481.3 345.9) U\$ $\times 10^6$  para una inversión total de U\$563.3 $\times 10^6$ .

**7. COMPARACIÓN DE LOS DOS MÉTODOS**

El método del BSV puede presentar varias soluciones, como se concluye en [10], cuando en un momento dado un agente puede escoger entre varios agentes para formar la coalición, debido a que ambas opciones le brindan las mismas utilidades, en este caso se escoge un agente cualquiera al azar, como cambia el proceso de formación de coaliciones, la distribución de costos es distinta, hecho que no sucede en el método del kernel, el cual presenta una solución única. En el caso de este problema esa situación no se presentó por lo tanto ambos métodos ofrecen solución única. El método del kernel favorece a los agentes que son autosuficientes y no necesitan construir líneas, el BSV establece que estos agentes siempre deben de invertir en el plan de expansión, sin importar su importancia en el sistema eléctrico.

Una gran ventaja del método BSV es su simplicidad matemática frente al kernel disminuyendo de una manera considerable los cálculos a realizar.

En las respuestas se puede observar que los agentes que son subsidiados por el BSV son 2 y 3, Nororiental y Nor-Occidental, a diferencia del kernel donde son subsidiados 1 y 2, Norte y Nor-Oriente. Si se observan los valores de las coaliciones en la tabla de datos, se puede ver que los

resultados son lógicos, pues el agente 3 es el agente que menos debe de invertir si quiere hacer su propio plan de expansión, y el BSV siempre guarda una proporcionalidad a los datos.

El agente 1 que era subsidiado en el kernel, en esta distribución debe de pagar, sin embargo, el pago que debe de hacer este es muy pequeño comparado con los demás, de igual manera, el agente 3 que es subsidiado en el BSV, debe de pagar en el kernel, pero una porción muy pequeña. En ambos métodos, gran parte del costo total es asumida por los agentes 4, 5 y 6, en especial por el agente 5, Sur-Occidente, que en ambos casos debe de aportar casi la mitad de este por ser la región que presenta el mayor déficit según los flujos de carga.

## 8. CONCLUSIONES

Se han aplicado los algoritmos de distribución de costos basado en el concepto del BSV y el kernel al problema del planeamiento estático de la transmisión para el sistema eléctrico colombiano obteniendo resultados satisfactorios.

Se observa que cada uno de los métodos beneficia a distintos tipos de agentes, en ambos métodos se comprueba la fortaleza de la región Nor-Occidente, pues en ambos es recompensado, sin embargo, la región Norte que presenta superavit de generación es recompensada en el kernel y penalizada en el BSV, pues esta debe de invertir para poder estar interconectada con el resto del país.

Todavía es necesario determinar cual de los dos métodos es más justo para la distribución de los costos, sin embargo, estos dos métodos analizados pueden dar un buen punto de partida para la discusión y para buscar otros métodos, ya sea mejorándolos o diseñando nuevos. En la actualidad se esta desarrollando un trabajo donde se pretenden determinar nuevas formas de llevar a cabo estos estudios para obtener mejores resultados.

## 9. AGRADECIMIENTOS

Los Autores expresan sus agradecimientos a la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, por su apoyo al grupo de Planeamiento de Sistemas Eléctricos.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

[1] Escobar, A.H., Gallego, R.A., Romero, R.: "Multistage and Coordinated Planning of the Expansion of Transmission Systems", IEEE Trans. On Power Systems, 2004, Vol 19, No 2, pp 735-744.

[2] J. Contreras, "A Cooperative Game Theory Approach to transmission Planning in Power Systems," PhD. dissertation, Department of electrical engineering and computer Sciences, University of California at Berkeley, May 1997

[3] H. J. Moulin, "Fair Division and Collective Welfare", MIT Press, primera edición, ISBN: 026213423-3, Massachusetts, US, Febrero 2003.

[4] Zolezzi, J., Rudnick, H., "Consumers coordination and cooperation in transmission cost allocation", IEEE Powertech, Bologna, Italy, June 2003

[5] H. Rudnick, R. Palma, J. E. Fernandez, "Marginal pricing and supplement cost allocation in transmission open access" IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, May 1995, pp. 1125-1142.

[6] G. Owen, "Game Theory", Academic Press, 3 edición, ISBN: 0125311516, California, US, 2001.

[7] R. J. Aumann, S. Hart, "Handbook of Game Theory", Elsevier Science B.V., primera edición, ISBN:0444894276, Amsterdam, Holanda, 1994.

[8] H. J. Moulin, "Cooperative Microeconomics: A Game Theoretic Introduction", Princeton University Press, primera edición, US, 1995.

[9] M. Klusch and O. Shehory, "Coalition Formation Among Rational Information Agents," Proceedings of MAAMAW-96, Eindhoven, LNAI Series vol. 1038:204-217, Springer Verlag.

[10] J. Contreras and F. F. Wu, "Coalition formation in transmission expansion planning," IEEE Trans on Power Systems, Vol 14, No 3. 1998

[11] Zolezzi, J., Rudnick, H., "Transmission Cost Allocation by Cooperative Games and Coalition Formation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol 17, November 2002, pp. 1008-1015.

[12] Evans, F., Zolezzi, J., Rudnick, H., "Cost Assignment Model for Electrical Transmission System Expansion: An Approach Through the Kernel Theory", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 2, pp. 625- 632, May 2003

[13] J. Contreras and F. F. Wu, "A Kernel-Oriented Algorithm for transmission expansion planning," IEEE Trans on Power Systems, Vol 15, No 4. Nov 2000, pp1434-1440

[14] R. Romero, R. A. Gallego, and A. Monticelli, "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", IEEE Trans on Power System, Vol 11, No 1, pp 364-369, Feb 1996.

[15] Shapley, L.S., "The Value of a n-person Game, Contributions to the Theory of Games," in H.W. Kuhn and A.W. Tucker, eds., Princeton University Press, 1953.

[16] O. Shehory and S. Kraus, "Feasible formation of coalitions among autonomous agents in non super additive environments," in proceedings of AAAI-99, 1999

[17] M. Klusch and O. Shehory, "A polynomial kernel-oriented coalition algorithm for rational agents," in proceedings of the 2nd International Conference on Multi-Agent Systems. Kyoto, Japan, Dec 9-13, 1996.

[18] O. Shehory and S. Kraus, "A Kernel-oriented model for coalition formation in general environments: Implementation and results," in proceedings of AAAI-96, Portland, OR, 1996.