

# MODELAMIENTO DEL CAUDAL DE UN RÍO PARA ESTUDIOS DE CONFIABILIDAD DE LARGO PLAZO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS

## RESUMEN

En este artículo, utilizando registros de caudal de 35 años del río Otún, se construyen algunos de los modelos más utilizados para recursos primarios de generación para valorar el efecto del tipo de modelamiento sobre los índices de confiabilidad de un sistema eléctrico y sobre el tiempo computacional requerido en la técnica de simulación de Montecarlo.

**PALABRAS CLAVES:** *Confiabilidad, sistemas eléctricos de potencia, sistemas de generación de energía eléctrica, caudal de un río, simulación de Montecarlo, series de tiempo.*

## ABSTRACT

*In this paper, using flow records of the Otún river, which cover 35 years, some of the most common models for primary energy resources are built to assess the effect of the kind of modeling on the reliability indexes of an electrical power system and on the required computational time in the sequential Montecarlo simulation technique.*

**KEYWORDS:** *Reliability, electrical power systems, generating systems, river flow, Montecarlo simulation, time series.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Las plantas hidráulicas para generación de energía eléctrica se pueden clasificar con respecto al control que tienen sobre el recurso primario de generación (Caudal de agua “ $q$ ”) en:

- Plantas con regulación: Aquellas que disponen de embalses para almacenamiento de agua. Según su capacidad de almacenamiento se denominan de regulación mensual, semestral, anual o multianual. El despacho de estas plantas en un instante de tiempo dado depende de la cantidad de agua almacenada en ese instante y tienen, según su capacidad de almacenamiento, poca o ninguna dependencia del caudal de agua entrante en ese instante de tiempo.
- Plantas sin regulación o “a filo de agua: Aquellas que no poseen embalses para almacenamiento de agua. El despacho de estas plantas en un instante de tiempo dado depende del caudal de agua disponible en ese instante el cual es aleatorio es decir no se puede predecir con exactitud.

En los estudios de confiabilidad de largo plazo de los sistemas con regulación anual o multianual se asume total certidumbre sobre la disponibilidad del recurso primario de generación, por lo cual, únicamente se toma en cuenta la disponibilidad de las plantas y unidades de generación.

Sin embargo, para las plantas a filo de agua y las plantas con poca capacidad de regulación de caudal es obligatorio el modelamiento explícito de la disponibilidad de los recursos de primarios generación lo cual es el tema tratado en el presente artículo.

## CARLOS J. ZAPATA

Ingeniero Electricista  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
cjzapata@utp.edu.co

## MAURICIO A. VAHOS

Ingeniero Electricista  
Universidad Tecnológica de Pereira  
mavp@utp.edu.co

## CARLOS A. ROMERO

Ingeniero Electricista  
Universidad Tecnológica de Pereira  
carlosromero@ohm.utp.edu.co

*Proyecto de Investigación 9-05-6*

## 2. MODELOS UTILIZADOS

### 2.1 Modelo discreto basado en promedios

Es el modelo más simple y se construye con los promedios estadísticos de los registros correspondientes a cada subperiodo de tiempo de la muestra de datos [6], [9], tal como se muestra en el ejemplo de la Figura 1.

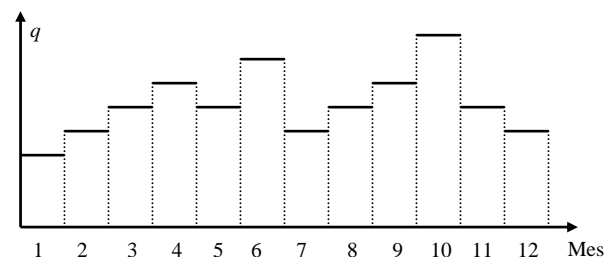


Figura 1. Modelo discreto basado en promedios mensuales

Aunque con este tipo de modelamiento se asume que la variable aleatoria es fija en cada subperiodo, se debe recordar que esta varía con respecto al valor promedio en una cantidad dada por la desviación estándar. Este tipo de modelo es muy utilizado pues es muy fácil construirlo y, además, conserva la secuencia cronológica en que se producen los datos o sea patrón de comportamiento de la variable en el tiempo.

### 2.2 Función matemática ajustada a promedios

Es una extensión del modelo anterior y consiste en ajustar una función matemática a los valores promedios de cada subperiodo [10], [12], tal como se muestra en el ejemplo de la Figura 2.

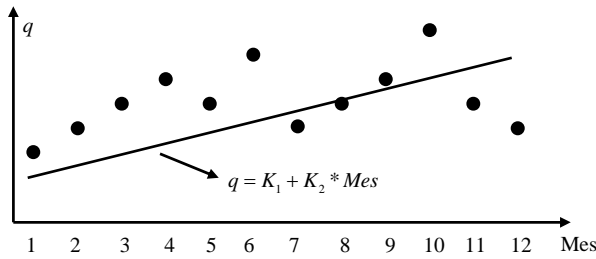


Figura 2. Función matemática ajustada a promedios mensuales

Los parámetros de la función ( $K_1$ ,  $K_2$ , etc.) se determinan con el método de mínimos cuadrados [10], [12]. Como el ajuste se hace a promedios estadísticos, que son variables aleatorias, los parámetros hallados no son fijos, éstos se mueven dentro de un intervalo de confianza o aceptación; es decir, con este tipo de modelamiento se obtiene un conjunto de funciones aunque solo se utilice una de ellas.

Para medir el grado de ajuste se utiliza el coeficiente de correlación  $r^2$ ; como criterio práctico se aplica que si este parámetro es mayor o igual a +0.8 se acepta la función propuesta. Si varias funciones cumplen este criterio, se selecciona la de mayor coeficiente de correlación o la de menos parámetros (principio de la parsimonia).

Este modelo se puede construir fácilmente utilizando funciones que vienen incorporadas en calculadoras científicas y hojas de cálculo.

Como ventajas de este modelo se tienen que la función obtenida permite hallar valores por dentro (interpolación) y por fuera (extrapolación) del rango de datos de la muestra y que se conserva la secuencia cronológica en que se producen los datos de la muestra.

En caso de muestras de datos reducidas, debe analizarse la significancia estadística de los parámetros del modelo de regresión. Sin embargo, esta situación no se presentó en este estudio.

**2.3 Distribución de probabilidad**

Este modelo se construye ajustando los datos de cada subperiodo o la muestra total a una función de distribución de probabilidad continua (Normal, Gamma, Weibull, etc.) con la cual se puede calcular la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual a un valor dado. Ver la Figura 3.

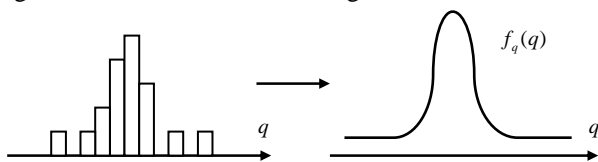


Figura 3. Distribución de probabilidad para modelar el caudal

Este tipo de modelamiento asume que los datos de la muestra son independientes entre sí, condición esta que debe verificarse antes de aplicar el procedimiento de ajuste a una distribución, el cual puede consultarse en libros de estadística como, por ejemplo en [7], [6], [10] y [12].

En aplicaciones prácticas, el ajuste se hace utilizando software para aplicaciones estadísticas.

Si la muestra global de los datos se ajusta a una distribución de probabilidad, se pierde la secuencia cronológica en que ocurren los valores de la variable aleatoria.

**2.4 Series de tiempo**

Este tipo de modelamiento aplica sí los datos se han tomado con un mismo espaciamiento en el tiempo. Así la muestra de datos constituye una “realización” de un proceso estocástico. Los modelos básicos, utilizando la nomenclatura del Anexo 1, son [14], [15]:

- Proceso auto-regresivo de orden  $p$ ,  $AR(p)$ : La variable  $x$  en el instante  $t$  se expresa como una combinación lineal de  $p$  valores anteriores. Se expresa como:

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{x}_{t-p} + a_t \rightarrow \Phi(B)\tilde{x}_t = a_t \quad (1)$$

- Proceso de promedios móviles de orden  $q$ ,  $MA(q)$ : La variable  $x$  en el instante  $t$  se expresa como una combinación lineal de las perturbaciones en  $q$  etapas anteriores. Se expresa como:

$$\tilde{x}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \rightarrow \tilde{x}_t = \Theta(B)a_t \quad (2)$$

- Proceso auto-regresivo de promedios móviles,  $ARMA(p,q)$ : Es una combinación de los dos anteriores y se expresa como:

$$\Phi(B)\tilde{x}_t = \Theta(B)a_t \quad (3)$$

- Proceso auto-regresivo integrado de promedios móviles,  $ARIMA(p,d,q)$ : Si la serie de datos original se ha diferenciado  $d$  veces para hacerla estacionaria, se debe integrar igual número de veces. Se expresa como:

$$\Phi(B)(1-B)^d \tilde{x}_t = \Theta(B)a_t \quad (4)$$

Nótese que el modelamiento en series de tiempo asume dependencia entre los datos de la muestra.

El procedimiento para construir los modelos de series de tiempo es más complejo que el de todos los anteriores tipos de modelos expuestos pues requiere procesos iterativos para la identificación, estimación de parámetros y prueba de los modelos. Este procedimiento puede consultarse en [13], [14], [15].

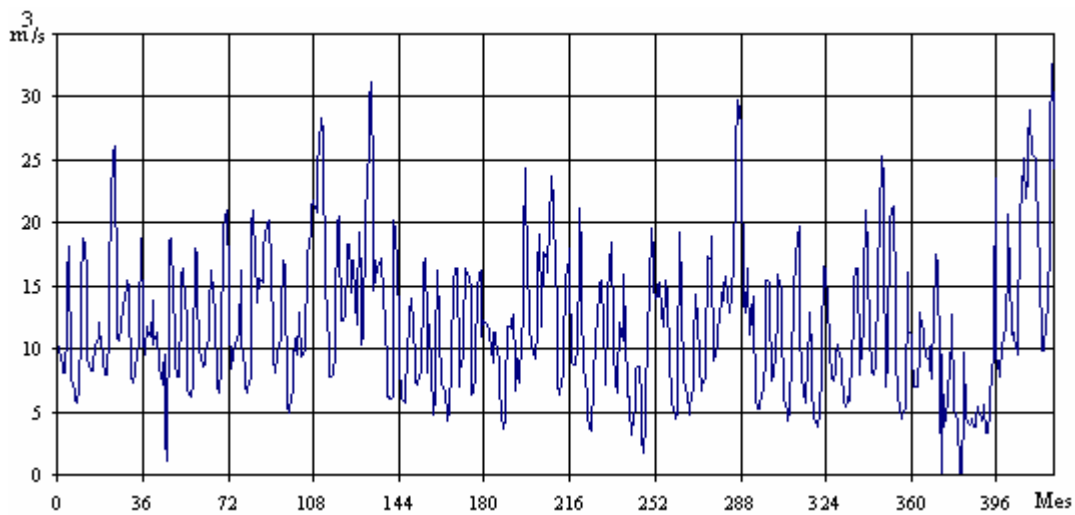


Figura 4. Registros de caudal promedio mensual del río Otún en el periodo 1965 - 1999

### 3. DATOS DE PRUEBA

Para estudiar sobre una base real el efecto del modelamiento utilizado para el caudal de un río sobre la valoración de confiabilidad de largo plazo de un sistema eléctrico de potencia se utilizaron registros de caudal medio mensual en el Río Otún los cuales cubren un periodo de 35 años.

En la Figura 4 se muestra la gráfica de los registros de caudal utilizados

### 4. MODELOS OBTENIDOS

En las tablas 1 a 5 se presentan los modelos ajustados a los datos de prueba.

Se consideraron dos casos para el modelamiento del caudal con distribuciones de probabilidad, primero, el ajuste de una distribución a la muestra global de datos, es decir, al conjunto de datos de todos los meses, y, segundo, el ajuste de una distribución a los datos de cada mes.

Mes	Caudal		
	$\bar{q}$ [m³/s]	$S_q$ [m³/s]	$cv_q$ [%]
Enero	10.98	4.65	42.36
Febrero	10.52	5.45	51.84
Marzo	11.40	5.52	48.47
Abril	14.23	4.83	33.96
Mayo	14.78	4.13	27.93
Junio	10.55	3.20	30.35
Julio	7.74	3.06	39.53
Agosto	6.82	2.71	39.70
Septiembre	8.50	3.67	43.22
Octubre	14.86	4.09	27.52
Noviembre	18.01	5.57	30.95
Diciembre	15.09	6.39	42.38

Tabla 1. Modelo discreto basado en promedios mensuales de caudal del río Otún

$$q = -0.0088 * M^5 + 0.276 * M^4 - 3.0635 * M^3 + 14.48 * M^2 - 27.44 * M + 26.958$$

$$r^2 = 0.9657$$

Tabla 2. Modelo de regresión de los promedios mensuales de caudal del río Otún

Weibull	$\alpha = 0.0050$ [m³/s] y $\beta = 2.0528$
---------	---

Tabla 3. Distribución de probabilidad de la muestra global de datos de caudal del río Otún

ARMA	$p = 4$ y $q = 10$
------	--------------------

Tabla 4. Modelo en series de tiempo del caudal del río Otún

Mes	Caudal	
	$\mu$ [m³/s]	$\sigma$ [m³/s]
Enero	10.9754	4.6492
Febrero	10.5151	5.4516
Marzo	11.3979	5.5244
Abril	14.2297	4.8317
Mayo	14.7849	4.1287
Junio	10.5507	3.2016
Julio	7.7426	3.0610
Agosto	6.8174	2.7066
Septiembre	8.5017	3.6742
Octubre	14.8634	4.0910
Noviembre	18.0051	5.5730
Diciembre	15.0869	6.3944

Tabla 5. Distribuciones Gaussianas de los datos mensuales de caudal en el río Otún

### 5. SISTEMA DE PRUEBA

Los modelos de caudal construidos a partir de la muestra de datos se incorporan al sistema de prueba presentado en la Figura 5, el cual representa una instalación de generación a filo de agua.

La unidad de generación es movida por una turbina cuyos límites técnicos mínimo y máximo son 0.5 y 9.0 m³/s, respectivamente.

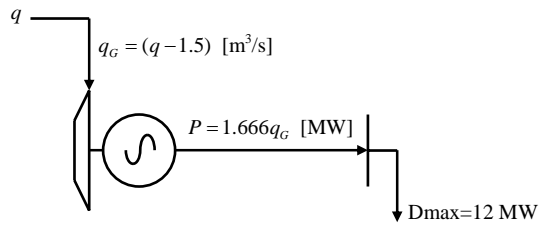


Figura 5. Sistema de prueba para los modelos de caudal

El caudal disponible para generar  $q_G$  es igual al caudal en el río menos una restricción ambiental de  $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$ .

El modelo de la demanda se tomó de [4] y [5] y se presenta en la Tabla 6. Este modelo se escala a una demanda máxima pronosticada en el año de estudio de 12 MW.

Mes	$\mu$ [MWp.u.]	$\sigma$ [MWp.u.]
Enero	0.9038	0.0478
Febrero	0.9084	0.0533
Marzo	0.9269	0.0485
Abril	0.9109	0.0735
Mayo	0.9287	0.0440
Junio	0.9316	0.0392
Julio	0.9288	0.0500
Agosto	0.9321	0.0318
Septiembre	0.9462	0.0368
Octubre	0.9642	0.0327
Noviembre	0.9667	0.0325
Diciembre	0.9678	0.0394

Tabla 6. Distribuciones Gaussianas de la demanda en cada mes

Para valorar la confiabilidad se utiliza la técnica de simulación de Montecarlo secuencial sincrónica; el algoritmo de solución y los índices de confiabilidad LOLE, LOLP y EENS se explican en [9] y [11].

## 6. CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS

En la Tabla 7 se presentan los casos de estudio. El modelo de la demanda se mantiene fijo para observar el efecto del tipo de modelamiento utilizado para el caudal del río sobre la valoración de los índices de confiabilidad del sistema de generación y sobre el tiempo computacional requerido.

Caso	Modelos para el caudal del río
1	ARMA(4,10)
2	Distribución de probabilidad de los datos de cada mes
3	Distribución de probabilidad de la muestra global
4	Regresión de los promedios de cada mes
5	Discreto basado en los promedios de cada mes

Tabla 7. Casos de estudio

Se toma el caso 1 como base para la comparación de resultados pues es el tipo de modelamiento más complejo y el cual requiere más tiempo y esfuerzo para ser construido.

En las Tablas 8 y 9 se presentan los resultados de la valoración de confiabilidad y las diferencias porcentuales con respecto a los resultados del caso base. Los resultados presentados corresponden a 2000 iteraciones.

Caso	LOLE [Mes/año]	LOLP [%]	EENS [MW-Mes]	$t_{\text{simulación}}$ [s]
1	3.309	0.276	13850	6.593
2	3.159	0.263	13758	4.485
3	3.843	0.320	18764	4.907
4	1.266	0.106	826	4.109
5	2.127	0.177	3156	2.469

Tabla 8. Resultados de la valoración de confiabilidad

Caso	$\Delta$ LOLE [%]	$\Delta$ LOLP [%]	$\Delta$ EENS [%]	$\Delta t_{\text{simulación}}$ [%]
2	-4.55	-4.55	-0.67	-31.97
3	16.12	16.12	35.48	-25.57
4	-61.74	-61.74	-94.04	-37.68
5	-35.74	-35.74	-77.21	-62.55

Tabla 9. Diferencias porcentuales en los resultados con respecto al caso 1

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De los resultados del presente estudio se concluye que el tipo de modelamiento utilizado para el recurso primario de generación de un sistema de generación hidráulico tiene gran efecto sobre la valoración de los índices de confiabilidad pues se encuentran diferencias de estimación muy grandes, en el rango de -94% a +35.5%.

El tipo de modelamiento utilizado para el recurso primario de generación de un sistema de generación hidráulico tiene gran efecto sobre el tiempo computacional requerido para la simulación, lo cual es un factor de selección determinante para sistemas eléctricos de gran tamaño. El mayor tiempo de simulación lo requiere el modelo de series de tiempo (el modelamiento más complejo) y el menor el modelo discreto basado en promedios de cada mes (el modelamiento más simple).

De las dos anteriores conclusiones, se confirma la regla práctica de que en cualquier análisis para obtener mayor precisión en los resultados se requiere un mayor esfuerzo constructivo en los modelos y un mayor tiempo computacional. Esta regla es muy importante a tener en cuenta para cuando se van a estudiar sistemas de gran tamaño.

La menor diferencia de estimación con respecto al modelo de serie de tiempo la presenta el modelo de distribución de probabilidad para cada mes, la cual no supera en valor absoluto el 4.6% y el cual ofrece una reducción en el tiempo computacional del 32%. Por lo tanto, se recomienda utilizar este tipo de modelamiento si no se requiere la precisión del modelo de series de tiempo o no es aceptable el mayor tiempo de simulación requerido por dicho modelo.

## 8. AGRADECIMIENTOS

Los autores manifiestan su agradecimiento al ingeniero Fernando Valencia, Jefe de Planeamiento Operativo de la Empresa de Energía de Pereira, por suministrar la información para realizar este estudio.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] ZAPATA C. J, GARCÉS L. P, GÓMEZ O, "Reliability assessment of energy limited systems using sequential Montecarlo simulation", IEEE Transmission and Distribution Latin America Conference, 2006.
- [2] GARCÉS L. P, GÓMEZ O, "Análisis de confiabilidad del sistema de transmisión regional utilizando simulación de Montecarlo", Proyecto de Grado, Universidad Tecnológica de Pereira, 2003.
- [3] ZAPATA C. J, RENGIFO E, LÓPEZ J, "Efecto del modelamiento de la demanda en estudios de confiabilidad de largo plazo", Revista Scientia y Technica, No. 31, 2006. Disponible en: [www.utp.edu.co/ciencia](http://www.utp.edu.co/ciencia)
- [4] LÓPEZ J, RENGIFO E, "Modelamiento de la demanda para estudios de confiabilidad", Proyecto de Grado, Universidad Tecnológica de Pereira, 2006.
- [5] CIGRE Task Force, "Sequential probabilistic methods for power system operation and planning", Electra, No. 179, 1998.
- [6] BILLINTON R, ALLAN R, "Reliability evaluation of power systems", Plenum Press, 1996.
- [7] LAW A. M, KELTON W. D, "Simulation modeling and analysis", Mc-Graw Hill, 2000.
- [8] ZAPATA C. J, "Análisis probabilístico y simulación", Universidad Tecnológica de Pereira, 2005.
- [9] ZAPATA C. J, "Confiabilidad de sistemas eléctricos", Universidad Tecnológica de Pereira, 2005.
- [10] MILLER I. R, FREUND J. E, JOHNSON R, "Probability and statistics for engineers", Prentice Hall, 1992.
- [11] ZAPATA C. J, CAMPOS E. L, "Valoración de confiabilidad de sistemas de generación con recursos limitados de energía utilizando simulación de Montecarlo", Revista Scientia et Technica, No. 29, 2005. Disponible en: [www.utp.edu.co/ciencia](http://www.utp.edu.co/ciencia)

- [12] TORRES A, "Probabilidad, variables aleatorias, confiabilidad y procesos estocásticos en ingeniería eléctrica", Universidad de los Andes, 1996.
- [13] VAHOS M. A, ROMERO C. A, "Modelamiento del caudal de un río para estudios de confiabilidad", Proyecto de Grado, Universidad Tecnológica de Pereira, 2006.
- [14] GUERRERO V. M, "Análisis estadístico de series de tiempo económicas", segunda edición, grupo GEO, 2003.
- [15] HURTADO L. H, SALCEDO G. E, "Series temporales con aplicaciones a la epidemiología y a la ecología", AAS Publicidad, enero de 1996.

## 10. ANEXO: NOMENCLATURA UTILIZADA EN LAS ECUACIONES

- $x$  : Designa una variable aleatoria, en este caso el caudal de agua en el río Otún
- $x_i$  : Dato  $i$  en la muestra de la variable aleatoria  $x$ .
- $x_t$  : Dato de la variable aleatoria  $x$ , tomado en el instante  $t$
- $\bar{x}$  : Promedio estadístico de la muestra de datos de la variable aleatoria  $x$
- $\tilde{x}_t$  : Desviación con respecto al promedio estadístico del dato tomado en el instante  $t$  ( $\tilde{x}_t = x_t - \bar{x}$ ).
- $s_x$  : Desviación de la muestra de datos de una variable aleatoria  $x$
- $cv_x$  : Coeficiente de variación de la muestra de una variable aleatoria  $x$
- $M$  : Mes calendario
- $q$  : Caudal de agua de un río
- $\mu$  : Parámetro de localización de la distribución Gausiana
- $\sigma$  : Parámetro de escala de la distribución Gausiana
- $\alpha$  : Parámetro de escala de la distribución Weibull
- $\beta$  : Parámetro de forma de la distribución Weibull
- $a_t$  : Proceso estocástico de ruido blanco Gausiano
- $B^p$  : Operador de rezagos de orden  $p$  ( $B^p x_t = x_{t-p}$ )
- $t$  : Instante de tiempo en que se valora o muestrea una variable aleatoria
- $\phi$  : Constante del modelo en series de tiempo tipo auto-regresivo
- $\theta$  : Constante del modelo en series de tiempo tipo promedio móvil