

MODELO DE VARIABLES LATENTES PARA LA IDENTIFICACIÓN DEL INFARTO AGUDO DEL MIOCARDIO ANALISIS DE COMPONENTES INDEPENDIENTES

RESUMEN

Este artículo presenta algunos resultado parciales de una reciente investigación [1] que comparó varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos con el objeto de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la identificación del infarto agudo de miocardio.

Específicamente en este artículo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el Análisis de Componentes Independientes (Independent Component Analysis-ICA) para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original. Se presentan también los resultados obtenidos al evaluar la precisión de la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del miocardio utilizando un clasificador bayesiano. Además, se estimó también su costo computacional.

PALABRAS CLAVES: ICA, Extracción de características, Selección de características, Clasificador Bayesiano.

ABSTRACT

In this article some partial results from a recent investigation are presented [1], in this investigation a comparison between linear and non linear methods from multivariate analysis is made with the main purpose of selection and feature extraction from electrocardiography signals, this all oriented to identification of sharp infarction of the myocardium.

Specifically this article summarizes the results from having applied the Multivariate method of analysis known as Independent Component Analysis to generate a subspace of characteristics of minor dimension that the original one.

The precision of the classification of normal and pathological functional states of the myocardium using a bayesian classifier was also compute. Its associated computational cost was also estimated.

KEYWORDS: ICA, feature extraction, feature selection, bayesian classifier.

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta algunos resultado parciales de la reciente investigación [1] que comparó varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos (Análisis de Componentes Principales (PCA), PCA Probabilístico, Análisis de Componentes Independientes (ICA), Kernel PCA y Kernel ICA) con el objeto de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio. El desempeño de cada técnica, en términos de la precisión de la clasificación, así como su costo computacional, fue probado experimentalmente en pruebas con bases de datos convencionales y con bases de datos correspondientes a características extraídas de señales biomédicas reales.

En particular este artículo presenta los resultados obtenidos al aplicar el método de análisis en componentes independientes (ICA) para generar un

subespacio de características de menor dimensión que el original. Para el subespacio generado por éste método se presentan también los resultados obtenidos al evaluar la precisión de la clasificación de estados funcionales normales y patológicos utilizando un clasificador bayesiano. Además se estimó también su costo computacional.

En la sección 2 “Justificación”, se resalta la importancia de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio. La sección 3 “Análisis de Componentes Independientes” presenta los fundamentos teóricos del método matemático utilizado en la selección efectiva de las características ECG para la identificación de infarto agudo del miocardio.

JORGE HERNANDO RIVERA

Ingeniero Electrónico, Ms.C
Profesor Asistente
Ingeniería Física
Universidad Tecnológica de Pereira
j.rivera@utp.edu.co

CESAR CASTELLANOS

Ingeniero Electrónico, Ph.D
Profesor Titular
Ingeniería Electrónica
Universidad Nacional de Colombia
gcastell@telesat.com

JOSE SOTO MEJIA

Físico, Ph.D.
Profesor Titular
Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
jomejia@utp.edu.co

La sección 4 “Esquema de trabajo” describe el marco experimental utilizado.

En la sección 5 “Resultados” se presentan los resultados obtenidos al aplicar el método lineal de análisis en componentes independientes para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original y la evaluación de la precisión de clasificación obtenida utilizando un clasificador bayesiano.

La sección 6, se presenta las conclusiones parciales de la utilización del método utilizado y se hace Finalmente, la sección 6 “Trabajos Futuros”, hace una relación de las otras técnicas que fueron evaluadas y cuyos resultados se publicaran en detalle en otros artículos de esta revista.

2. JUSTIFICACIÓN

El diagnóstico del Infarto Agudo del Miocardio se basa en la caracterización de las señales biomédicas del electrocardiograma. El entrenamiento de sistemas automáticos, usados en la detección de patologías a partir de señales biomédicas, implica obtener la efectiva selección de variables o combinaciones de las mismas que contengan la información suficiente contenida en la señal para su adecuada representación.

Uno de los principales problemas con los conjuntos de datos de alta dimensión es que no todas las variables medidas son relevantes en términos de representación [2]. Además, el aumento del número de características no esta relacionado en proporción directa con la buena capacidad de clasificación para una posterior detección [3].

Por lo anterior, es aconsejable reducir la dimensión de los datos (numero de variables), manteniendo lo más que se pueda de la estructura original de los mismos. Así, un número limitado de características simplifica la representación tanto del patrón de caracterización como la de los parámetros de clasificación, resultando una extracción y análisis menos denso, permitiendo tener un clasificador más rápido y con menos carga computacional.

Existen varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos (Análisis de Componentes Principales (PCA), PCA Probabilístico, Análisis de Componentes Independientes (ICA), Kernel PCA, Kernel ICA y otras) para generar un subespacio de menor dimension que el original. Es de interés estudiar el desempeño de cada una de las técnicas, en términos de la precisión de la clasificación, para extraer características de señales biomédicas reales.

Este artículo presenta los resultados obtenidos al aplicar la técnica de Análisis en Componentes Independientes para extraer características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio

3. ANALISIS DE COMPONENTES INDEPENDIENTES (INDEPENDENT COMPONENT ANALYSIS-ICA)

En particular, en lo subsiguiente de esta sección se resumen los fundamentos teóricos acerca de la técnica del Análisis en Componentes Independientes cuyos resultados se presentan en la sección 5 “Resultados” de éste artículo.

3.1 El método de Análisis en Componentes Independientes

El análisis de componentes independientes (ICA - Independent Component Analysis) es un método para encontrar factores ocultos a partir de datos estadísticos multivariados. Lo que distingue ICA de otros métodos es que este busca componentes (proyecciones lineales) estadísticamente independientes (no necesariamente ortogonales) y no gaussianos [4]. Según el teorema del limite central la suma de variables aleatorias no gaussianas esta mas próxima de una distribución normal que las variables originales contempladas en dicha suma. Entonces, buscar las variables generadoras menos gaussianas implica intuitivamente que éstas no vienen de la combinación de otras variables, lo que a su vez se puede entender como independencia.

La independencia estadística es una condición mucho más fuerte que la no-correlación. Mientras que la ultima involucra estadísticas de segundo orden, la primera depende completamente de estadística de orden superior.

La definición del Análisis de Componentes Independientes-ICA- es posible mediante el modelo estadístico de variables latentes. Un modelo de variables latentes trata de explicar un grupo de variables observadas por medio de un grupo menor de variables no observadas, con una relación de la forma,

$$\mathbf{x} = \mathbf{g}(\mathbf{z}; \mathbf{w}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

donde $\mathbf{g}(\cdot; \cdot)$ es una función de las variables latentes \mathbf{z} con parámetros \mathbf{w} , $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un proceso de ruido independiente de las variables \mathbf{z} . Para el caso lineal el modelo esta dado por

$$\mathbf{x} = \mathbf{Wz} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

Por otra parte, si se asume sin perdida de generalidad que la media de los vectores aleatorios se ha removido, se tiene:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Wz} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

donde las variables latentes \mathbf{z}_k (con $k = 1, \dots, m$) en el vector \mathbf{z} por definición son independientes mutua y estadísticamente [4]. Esta definición reduce el problema de ICA a una estimación usual de un modelo de variables latentes. Sin embargo, este problema de estimación no es simple. Por tal motivo, la gran mayoría de los desarrollos e investigaciones en ICA se han concentrado en una definición más simple, en la cual el modelo ICA se plantea libre de ruido (noise-free ICA model), el cual parece ser suficiente para muchas aplicaciones [4], y esta dado por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Wz} \quad (4)$$

El modelo ICA es un modelo generador, lo que significa que describe como los datos son generados por un proceso de mezcla de componentes \mathbf{z}_k . Los componentes independientes \mathbf{z}_k , son variables latentes, lo que quiere decir que estas no pueden ser observadas de forma directa. Los coeficientes de la matriz $\mathbf{W}_{(p \times m)}$, conocidos como coeficientes de mezcla se asumen desconocidos.

La estimación del modelo ICA usualmente se desarrolla a través de una función de costo y un respectivo algoritmo para optimizar dicha función. La función de costo es la encargada de definir las propiedades estadísticas del método ICA (consistencia, varianza asintótica, robustez). Por otra parte, el algoritmo se encarga de optimizar (maximizando o minimizando) la función de costo, el algoritmo esta relacionado con propiedades como la velocidad de convergencia, los requerimientos de memoria o la estabilidad numérica para el método ICA.

En este sentido, existen dos clases de funciones de costo: una clase de función es la que estima todas las componentes independientes al mismo tiempo (estimación en grupo) y la otra clase esta conformada por las funciones que estiman uno a uno los componentes independientes (la estimación uno a uno utiliza la no gaussividad de los componentes independientes).

Para la estimación uno a uno de los componentes independientes, se encuentra un vector \mathbf{b} , tal que la combinación lineal $\mathbf{b}'\mathbf{x}$ sea igual a uno de los componentes independientes \mathbf{z}_k . Este procedimiento puede ser iterado para hallar varias componentes independientes. Debido a que en la labor de reducción de dimensión se parte de la hipótesis que la cantidad de componentes encontrados es menor que la cantidad de variables observadas, hallar solo algunas componentes ($m, m \times p$) puede ser suficiente. En el caso ideal, en el cual las funciones de costo uno a uno son optimizadas globalmente, los componentes independientes son obtenidos en orden (descendente) de no gaussividad, lo cual significa que los componentes mas interesantes para el modelo ICA son obtenidos primero [5].

Después de estimar un componente independiente, es posible emplear decorrelación simple para hallar un componente independiente diferente, ya que los componentes independientes son por definición incorrelados. Así, la maximización de una función de costo uno a uno, bajo la restricción de decorrelación (con respecto a los componentes independientes previamente hallados), permite hallar un nuevo componente.

Algunas funciones de costo para la estimación uno a uno son: negentropia, cumulantes de orden superior, funciones contraste generalizadas, entre otras.

En este sentido, las funciones de costo generadas a partir de cumulantes de orden superior como la kurtosis son las de mayor simpleza desde el punto de vista matemático.

Sea el modelo ICA el dado por (4.), ahora se debe buscar una combinación lineal de las observaciones \mathbf{x}_j , a través de $\mathbf{b}'\mathbf{x}$, tal que su kurtosis sea maximizada o minimizada. Obviamente, este problema de optimización es significativo solo si \mathbf{b} es acotado de alguna forma, para

lo cual se asume que $E\{(\mathbf{b}'\mathbf{x})^2\} = 1$. Usando la matriz de

mezcla \mathbf{W} , se define $\mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{b}$. Entonces, empleando el modelo (4) se obtiene $E\{(\mathbf{b}'\mathbf{x})^2\} = \mathbf{b}'\mathbf{W}\mathbf{W}'\mathbf{b} = \|\mathbf{y}\| = 1$ (y

recordando que $E\{zz'\} = \mathbf{I}$), se tiene que,

$$kurt(\mathbf{b}'\mathbf{x}) = kurt(\mathbf{b}'\mathbf{W}\mathbf{z})$$

$$kurt(\mathbf{y}'\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^p y_j^4 kurt(z_j) \quad (5)$$

Bajo la restricción que $\|\mathbf{y}\|^2 = 1$, la ecuación (5) tiene

un número de mínimos y máximos locales. Es posible demostrar que los vectores \mathbf{b} obtenidos a través del proceso de optimización cuya kurtosis es máxima o mínima corresponden a los vectores fila de \mathbf{W}^{-1} multiplicados por un signo positivo o negativo. Así, al minimizar o maximizar la kurtosis en (5) y bajo la restricción dada se puede obtener,

$$\mathbf{b}'\mathbf{x} = \pm \mathbf{z}_k \quad (6)$$

en este sentido, los dos modos de optimización se pueden combinar dentro de uno solo, porque las componentes independientes siempre corresponden a un máximo del modulo de la kurtosis.

En la practica para maximizar el valor absoluto de kurtosis, es posible partir de algún vector \mathbf{b} cualquiera, luego calcular la dirección en la cual el valor absoluto de la kurtosis de (6) crece mas, con base en las variables disponibles del vector de mezclas \mathbf{x} y entonces mover el vector \mathbf{b} en tal dirección. Con el objetivo de evitar estos inconvenientes, se puede trabajar con algoritmos de punto fijo, como alternativa que brinda rapidez y confiabilidad.

En este sentido, sea

$$kurt(\mathbf{b}'\mathbf{x}) = E\{(\mathbf{b}'\mathbf{x})^4\} - 3\|\mathbf{b}\|^4 \quad (7)$$

donde se tiene la restricción $\|\mathbf{b}\| = 1$, la cual debe ser tenida en cuenta, por ejemplo a través de un termino de penalización. Entonces la función objetivo es,

$$\Upsilon(\mathbf{b}) = E\{(\mathbf{b}'\mathbf{x})^4\} - 3\|\mathbf{b}\|^4 + F_p(\|\mathbf{b}\|^2) \quad (8)$$

donde $F_p(\|\mathbf{b}\|^2)$ es el término de penalización debido a la restricción.

Calculando el gradiente de la kurtosis de $\mathbf{b}\mathbf{x}$ con respecto a \mathbf{b} [6], que es

$$\nabla_{\mathbf{b}} kurt(\mathbf{b}'\mathbf{x}) = 4 \left[E\{\mathbf{x}(\mathbf{b}'\mathbf{x})^3\} - 3\mathbf{b}E\{(\mathbf{b}'\mathbf{x})^2\} \right] \quad (9)$$

y teniendo en cuenta el gradiente del término de penalización, dado por $f(\|\mathbf{b}\|^2)\mathbf{b}$, es posible plantear los puntos fijos de \mathbf{b} como aquellos para los que se cumple,

$$E\{\mathbf{x}(\mathbf{b}'\mathbf{x})^3\} - 3\|\mathbf{b}\|^2 \mathbf{b} + f(\|\mathbf{b}\|^2)\mathbf{b} = 0 \quad (10)$$

Despejando \mathbf{b} del término de penalización, se tiene

$$\mathbf{b} = E\{\mathbf{x}(\mathbf{b}'\mathbf{x})^3\} - 3\|\mathbf{b}\|^2 \mathbf{b} \quad (11)$$

Esta ecuación (11) sugiere un algoritmo de punto fijo donde calculando el lado derecho de la expresión se obtiene un nuevo valor para \mathbf{b} . Después de cada iteración \mathbf{b} debe dividirse entre su norma para mantener la restricción planteada.

El Algoritmo 1 presenta la forma iterativa de estimar un componente independiente con base en la kurtosis [7].

Algoritmo 1 – Algoritmo de punto fijo para estimación de un componente del modelo ICA con base en la kurtosis.

- 1: Realizar la normalización de la matriz de datos \mathbf{X} , a media cero y matriz de covarianza identidad \mathbf{I} .
- 2: Tomar un vector aleatorio \mathbf{b}_0 de norma 1. Establecer el contador de iteraciones $k = 1$.
- 3: Hacer

$$\mathbf{b}_k = E\{\mathbf{x}(\mathbf{b}_{k-1}'\mathbf{x})^3\} - 3\mathbf{b}_{k-1}$$

- 4: Divida \mathbf{b}_k entre su norma.
- 5: Si $|\mathbf{b}_k'\mathbf{b}_{k-1}|$ no es un valor próximo a 1, hacer $k = k + 1$ y regresar al paso 3. En caso contrario, el algoritmo converge y la salida es \mathbf{b}_k .

Para el caso en el que se desea estimar varios componentes independientes (m componentes), es posible emplear el Algoritmo 1, ejecutándolo m veces. Con el fin de asegurar que en cada ejecución se tiene un componente independiente diferente se necesita agregar una proyección ortogonalizante al interior del ciclo [7].

La propiedad para extender el método de máxima no gaussividad, para estimar más componentes independientes es que: Los vectores \mathbf{b}_k correspondientes a componentes independientes diferentes son ortogonales en el espacio obtenido luego del preproceso de esferización¹. La independencia de los componentes requiere que ellos sean no correlacionados, y en el espacio preprocesado se tiene

¹ La esferización significa que la variable \mathbf{x} de la ecuación (4) es linealmente transformada a una variable $\mathbf{V} = \mathbf{Q}\mathbf{x}$. Tal que la matriz de covarianza de \mathbf{V} sea unitaria: $E\{\mathbf{V}\mathbf{V}'\} = \mathbf{I}$. Esta transformación es siempre posible.

$E\{(\mathbf{b}_a'\mathbf{x})(\mathbf{b}_b'\mathbf{x})\} = \mathbf{b}_a'\mathbf{b}_b$ y de esto, la no correlación se puede interpretar como la ortogonalidad.

4. ESQUEMA DE TRABAJO

En esta sección se presentarán el esquema de trabajo utilizado para evaluar el método lineal de *análisis en componentes independientes* para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original. Para el subespacio generado por éste método se evaluó la precisión de la clasificación utilizando un clasificador bayesiano. Además la estimación de su costo computacional a efecto de compararlo, posteriormente, con los otros métodos de reducción de dimensionalidad mencionados en la sección anterior.

4.1 Base de datos de características ECG

La base de datos ECG con registros electrocardiográficos de corazones normales y otros registros de corazones con patología de Infarto Agudo del Miocardio, hace parte del trabajo de investigación que viene realizando el grupo de control y procesamiento digital de señales "GCPDS" de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales.

Las características que presenta esta base de datos corresponde al análisis de la base de datos ST-T europea.

Esta base comienza a desarrollarse en 1985 a través del proyecto "Concerted Action on Ambulatory Monitoring" de la Comunidad Europea, cuyo objetivo era definir una base de datos de ECG en pacientes ambulatorios y en la cual participaron expertos de doce países [8].

Una descripción técnica detallada de cómo fue formada esta base de datos se encuentra en [9]. Inicialmente, la señal electrocardiográfica fue pre-procesada mediante técnicas como: Mediciones heurísticas, transformada wavelet (WT) con objeto de identificar las características que mejor discriminan el infarto agudo del miocardio, resultando en un total de 1009 características.

La base de datos consta de 1800 observaciones, 900 correspondientes a características extraídas de electrocardiogramas para corazones normales, y 900 correspondientes a características extraídas de electrocardiogramas correspondientes a patología de isquemia o infarto agudo del miocardio, para un total de las 1009 características arriba mencionadas [9].

4.2 El Subespacio de características generado y precisión de la clasificación

El subespacio de características que se evaluó fue generado utilizando inicialmente el primer componente independiente, el siguiente subespacio fue generado con los dos primeros componentes, y así sucesivamente hasta obtener p subespacios de características. Para cada uno de estos subespacios se evaluó la precisión en

la clasificación utilizando un clasificador bayesiano y se estimó también su costo computacional, determinado por el tiempo utilizado en la clasificación.

La separabilidad lineal de las bases de datos fue probada utilizando el algoritmo de kozinec [10], el cual se basa en la búsqueda de un hiperplano que separe en un subespacio de búsqueda dos clases de patrones. El encontrar dicho hiperplano implica la separabilidad lineal del subespacio.

Para el entrenamiento y la validación del clasificador bayesiano, se utilizó un 50% del total de las 1800 observaciones con que contaba la base de datos de características de la señal electrocardiográfica y el 50% restante fue utilizado en la validación del clasificador.

Para determinar la tendencia hacia la distribución gaussiana de las características de la base de datos se utilizó la prueba de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov con un intervalo de confianza del 95%, además se realizó una prueba de kurtosis para determinar la gaussividad de las características.

Adicionalmente se realizó un análisis de correlación para el espacio inicial de características, para determinar gráficamente el nivel de correlación entre estas.

La base de datos posee dos clases: (1) ausencia o (2) presencia de infarto agudo del miocardio.

5. RESULTADOS

Con base en la prueba de hipótesis Kolmogorov-Smirnov se puede rechazar la hipótesis de gaussividad para cada una de las características que componen esta base de datos. El análisis de kurtosis muestra que en su mayoría las características que componen esta base de datos son super-gaussianas.

Con base en la grafica (1) de la matriz de correlación se muestra que las variables son altamente correlacionadas, además esta base de datos es linealmente separable, según los resultados obtenidos por el algoritmo de Kozinec.

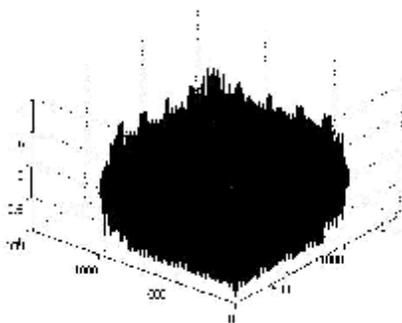


Figura 1. Gráfica de la matriz de correlación

En la tabla (1) se muestra los resultados de precisión en el clasificador bayesiano así como el costo

computacional obtenido para el espacio inicial de características.

Precisión en clasificación	Costo computacional
50%	1569ms

Tabla 1. Precisión y costo del conjunto inicial de características

Se puede notar que para el conjunto inicial de características (sin aplicar el método de componentes independientes) el clasificador pierde su poder discriminante.

En la figura (2) se muestra los resultados para la precisión en la clasificación, así como el costo computacional para todos los subespacios generados por el método de componentes independientes.

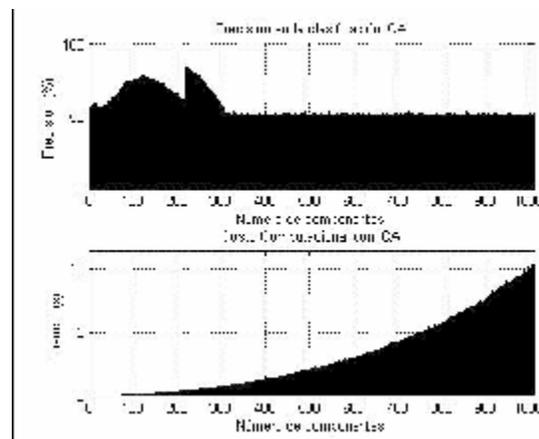


Figura 2. Precisión y costo computacional para ICA

En la figura 2 anterior se puede observar que cuando el numero de componentes independientes del subespacio aumenta, el clasificador pierde su poder discriminante además el costo computacional se incrementa exponencialmente.

Para los subespacios generados la mejor clasificación se obtuvo con 127 componentes independientes para una precisión en la clasificación del 83.22% con un costo computacional de 360 ms como se muestra en la tabla 2.

Componentes	Precisión	Costo computacional
127	83.22%	360 ms

Tabla 2. Mejor resultado en la clasificación con componentes independientes.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

La transformación del espacio de la base de datos con características ECG con la técnica de Análisis en Componentes Independientes permitió establecer que la mejor clasificación se obtuvo con 127 componentes

independientes para una precisión en la clasificación del 83.22% con un costo computacional de 360 ms.

El esquema de trabajo presentado en la sección 4 será también el utilizado para la evaluación de las técnicas Análisis de Componentes principales (PCA), Análisis Probabilístico de Componentes Principales (PPCA) y los *Métodos no lineales*: Kernel PCA y Kernel ICA y cuyos resultados se publicaran en detalle en otros artículos de esta revista.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Selección Efectiva de Características ECG Mediante Técnicas de Transformación no lineal: Identificación de Infarto Agudo del Miocardio. Jorge Hernando Rivera Piedrahita. Tesis de Magíster en Instrumentación Física. Facultad de Ciencias Básicas. Universidad Tecnológica de Pereira, 2006
- [2] D. L. Donoho. High-dimensional data analysis: The curses and blessings of dimensionality. In *Mathematical Challenges of the 21st Century*, 2000. URL: <http://www.stat.stanford.edu/~donoho/Lectures/AMS2000/Curses.pdf>.
- [3] L. Yu and H. Liu. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy. *Journal of Machine Learning Research*, 5:1205–1224, 2004.
- [4] A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja, *Independent Component Analysis*, ser. Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control, S. Haykin, Ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- [4] M. A. Carreira-Perpiñan. Continuous latent variable models for dimensionality reduction and sequential data reconstruction. PhD thesis, University of Sheffield, UK, 2001. URL: <http://www.cse.ogi.edu/~miguel/papers/phd-thesis.pdf>.
- [5] A. Hyvarinen, “Survey on independent component analysis,” *Neural Computing Surveys*, vol. 2, pp. 94–128, 1999.
- [6] —, “A family of fixed-point algorithms for independent component analysis,” in *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP’97)*, Munich, Germany, 1997, pp. 3917–3920
- [7] A. Hyvarinen and E. Oja, “A fast fixed-point algorithm for independent component analysis,” *Neural Computation*, vol. 9, pp. 1483–1492, 1997.
- [8] Y. Yang. Electrocardiogram (ecg) analysis using wavelet decomposition. Technical Report ECE/BMED.
- [9] G. Castellanos. Identificación de estados funcionales en bioseñales: Voz, ecg, fonocardiografía. Technical report, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Septiembre 2005.
- [10] K. B.N. Recurrent algorithm separating convex hulls of two sets., chapter *Learning algorithms in Pattern Recognition*, pages 43–50. Moscow, Soviet Ratio, 1973