

APLICACIÓN DE CONTROLES INTELIGENTES SOBRE SISTEMAS NO LINEALES Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN EL PLANO DE FASE

RESUMEN

Este documento presenta un análisis de la estabilidad de los sistemas no lineales a partir del plano de fase. Se aplican diferentes esquemas de control inteligentes sobre un sistema no lineal y se analiza la estabilidad alcanzada de acuerdo a la respuesta del plano de fase. Se utilizan como técnicas de control el control difuso, las redes neuronales y el control neurodifuso. Los sistemas de control inteligentes se analizan sobre el sistema barra esfera.

PALABRAS CLAVES: Barra, esfera, control inteligente, redes neuronales difuso, neurodifuso, plano de fase.

ABSTRACT

This document present a stability analysis of nonlinear control systems using phase plane. Many intelligent control schemes are applied and reached stability is analyzed according to phase plane. Control techniques used are fuzzy control, neural networks, neurofuzzy control. Intelligent control systems are analyzed over ball and beam system..

KEYWORDS: Ball and beam, intelligent control, neural networks, fuzzy, neurofuzzy, phase plane.

1. INTRODUCCIÓN

La gran mayoría de sistemas físicos son de naturaleza no lineal. Sin embargo, es posible realizar aproximaciones de estos sistemas para considerarlos como sistemas lineales. La aplicación de técnicas de control no lineal permite un mejor entendimiento del sistema físico y por tanto mejores resultados en el control del mismo. Durante el modelamiento del sistema físico es necesario considerar la estabilidad del mismo, y los puntos de estabilidad. Los análisis de estabilidad pueden ser hechos sobre el plano de fase, donde se muestran las regiones o puntos de estabilidad del sistema, y la dirección desde la cual se alcanza la estabilidad. Las técnicas de control aplicadas necesitan considerar las variaciones no lineales del sistema, por lo que las técnicas de control convencionales pueden ser muy complejas y pueden dificultar la aplicación del control en tiempo real. Por esta razón, surge la necesidad de aplicar técnicas inteligentes tales como redes neuronales y sistemas difusos [1], [2], [3] y [4]. Otras técnicas de control convencionales pueden ser aplicadas debido a su baja complejidad y con un debido ajuste por métodos empíricos pueden presentar un buen funcionamiento sobre sistemas no lineales.

En este trabajo se analizan diferentes técnicas de control inteligentes aplicadas sobre un sistema no lineal. Se analiza la estabilidad del sistema no lineal en lazo cerrado para cada uno de los controles aplicados [5], [6], [7], [8], [9], y [10]. El sistema no lineal seleccionado para el análisis de las técnicas de control es el de barra esfera (ball and beam). En la figura 1 se muestra el modelo del

ALFONSO ALZATE

Ingeniero Electricista, M.Sc.
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de Pereira
alazate@utp.edu.co

EDUARDO GIRALDO SUÁREZ

Ingeniero Electricista, M.Sc.
Profesor Transitorio
Universidad Tecnológica de Pereira
egiralDOS@ohm.utp.edu.co

sistema. El control del sistema consiste en mover la esfera hasta una posición deseada cambiando el ángulo de la barra. Esta acción de control se consigue a través de un motor paso a paso.

La estructura del trabajo es como sigue: en la sección 2 se presenta una descripción matemática del sistema físico y las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema así como los puntos de equilibrio que presenta el sistema en lazo abierto. En la sección 3 se presenta una linealización del modelo y se realiza la comparación con la respuesta obtenida por el sistema no lineal. En la sección 4 se realiza el análisis de estabilidad del sistema no lineal a partir del plano de fase. Y finalmente en la sección 5 se aplican diferentes técnicas de control inteligente [11] sobre el sistema no lineal y se analiza su estabilidad a partir del plano de fase. No es el interés de este trabajo describir en detalle la formulación matemática de las técnicas aplicadas sino más bien realizar un análisis de estabilidad a partir del plano de fase del efecto que tienen estas técnicas sobre el sistema de control. Por lo tanto, donde sea necesario, se hace referencia a libros especializados donde se pueda encontrar la formulación matemática de las técnicas de control utilizadas.

2. MODELO DEL SISTEMA

El modelo del sistema barra esfera de la figura 1 se consigue al aplicar la ecuación de Lagrange. Debido a que el actuador del sistema es un motor paso a paso, no existe elasticidad, y por lo tanto no existe energía potencial en el sistema [12].

Entonces, el Lagrangiano esta compuesto por energía cinética y se expresa como:

$$U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_b\omega^2 + \frac{1}{2}I_a\theta^2 \tag{1}$$

Donde m es la masa de la esfera, v es la velocidad translacional de la esfera, ω es la velocidad angular de la esfera, θ es el ángulo de la barra con respecto al eje del motor, I_a es el momento de inercia de la barra, e I_b es el momento de inercia de la esfera [13]. Como los sensores del sistema miden la posición translacional de la esfera x y la posición angular ω , es necesario representar el modelo del sistema en términos de estas dos variables, por lo tanto ahora se encuentran las relaciones entre r , ω y x .

De eso se puede observar que la distancia recorrida se encuentra expresada por

$$x = r\varphi$$

Donde φ es el ángulo rotacional de la esfera con respecto al eje del motor y r es el radio efectivo de la esfera.

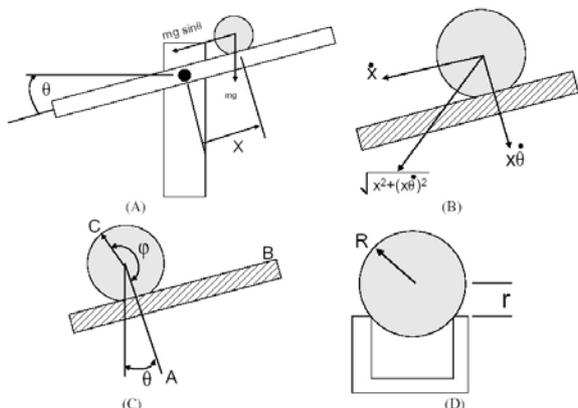


Figura 1. Modelo del sistema.

El ángulo total de la esfera es la suma del ángulo de la esfera con respecto al eje de la barra φ , y el ángulo de la barra θ . La velocidad rotacional de la esfera está dada por

$$\omega = \dot{\varphi} + \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{r} + \dot{\theta} \tag{2}$$

La velocidad translacional de la esfera está dada por

$$v = \sqrt{(\dot{x})^2 + (x\dot{\theta})^2} \tag{3}$$

Al utilizar las ecuaciones para la velocidad rotacional y translacional en el lagrangiano, se obtiene

$$L = \frac{1}{2} \left((\dot{x}^2 + (x\dot{\theta})^2) + I_b \left(\frac{\dot{x}}{r} + \dot{\theta} \right)^2 + I_a \dot{\theta}^2 \right) \tag{4}$$

La ecuación de Lagrange para el sistema barra esfera

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dx} L \right) - \frac{d}{dx} L = mg \sin \theta \tag{5}$$

Desarrollando la ecuación anterior se obtiene

$$\left(m + \frac{I_b}{r^2} \right) \ddot{x} + \left(\frac{I_b}{r^2} \right) \ddot{\theta} - mx\dot{\theta}^2 = mg \sin \theta \tag{6}$$

que es el modelo no lineal para el sistema barra esfera.

1.1. Puntos de equilibrio

A partir del modelo no lineal de la planta se hacen cero las derivadas con respecto al tiempo de forma que

$$0 = mg \sin \theta$$

Donde la solución de la ecuación anterior es $n\pi$ con $n = 0,1,2,\dots$. Debido a que la barra del modelo físico solo rota en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, se toma como solución el ángulo para $n = 0$. Además se puede observar que la solución no depende de la posición de la bola.

3. LINEALIZACIÓN DEL MODELO

A partir del punto de equilibrio y linealizando alrededor de los puntos cercanos a este, se tiene [12]

$$\theta \rightarrow 0, \text{ entonces } \sin \theta \rightarrow \theta$$

Por lo que las derivadas de orden superior de esta variable se hacen despreciables, obteniendo la ecuación de diferencia

$$\ddot{x} = \frac{mg\theta}{m + \frac{I_b}{r^2}} \tag{7}$$

Aplicando la transformada de Laplace y con condiciones iniciales iguales a cero, se tiene

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{mg}{\left(m + \frac{I_b}{r^2} \right) s^2} \tag{8}$$

Donde se ve que el sistema puede ser considerado como un integrador doble.

4. PLANO DE FASE

En la figura 2 se muestra el plano de fase del sistema barra esfera para diferentes condiciones iniciales, donde se observa que el sistema es inestable para todo $\theta \neq 0$ [7].

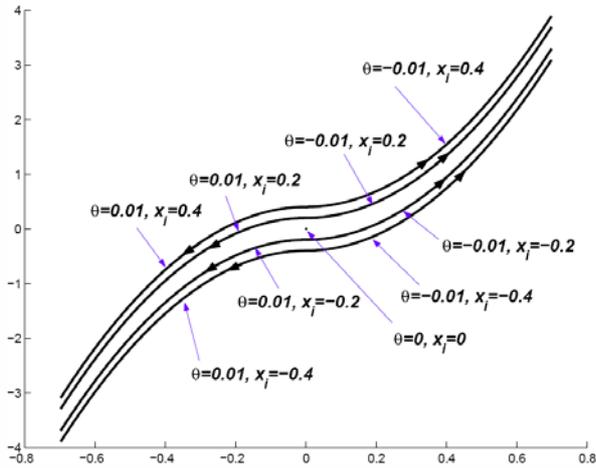


Figura 2. Plano de fase del sistema barra esfera en lazo abierto.

En las figuras 3 y 4 se muestra la respuesta al impulso unitario en lazo cerrado y el plano de fase para esta respuesta.

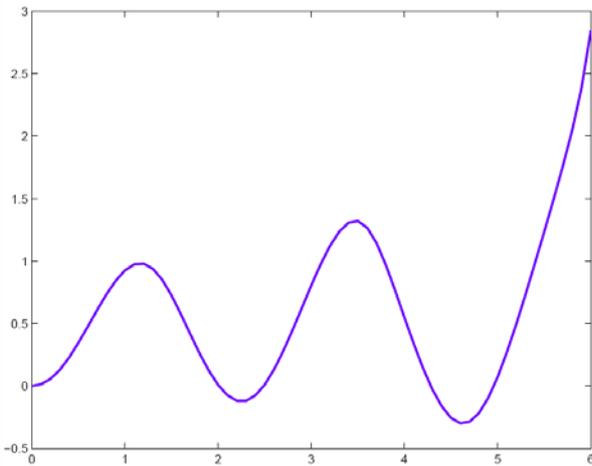


Figura 3. Respuesta al impulso unitario del sistema barra esfera en lazo cerrado.

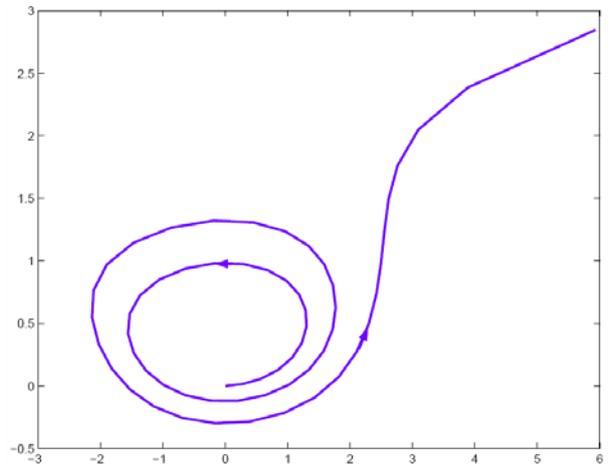


Figura 4. Plano de fase para la respuesta al impulso unitario.

5. APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL

Se presentan las simulaciones correspondientes a los diferentes sistemas de control implementados sobre el sistema barra esfera con el modelo no lineal. Para lo anterior se desarrolló un entorno virtual tridimensional con el toolbox de realidad virtual de Matlab, como se observa en la figura 5.

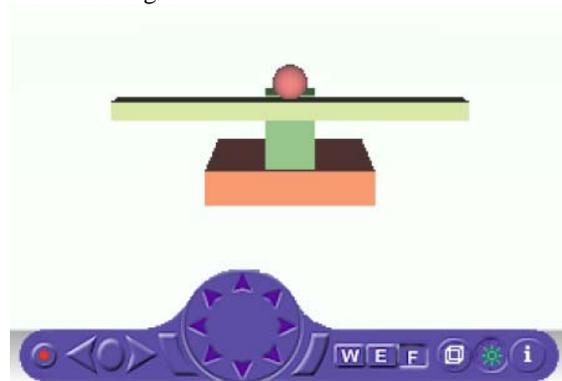


Figura 5. Sistema barra esfera tridimensional para la simulación de los sistemas de control

El modelo no lineal del sistema es desarrollado sobre simulink utilizando el toolbos Real Time Windows Target lo que garantiza el funcionamiento en tiempo real de la aplicación.

5.1 Control PD

La aplicación de técnicas de control convencionales tales como el control proporcional derivativo presentan una baja complejidad computacional y permiten obtener buenos resultados sobre el sistema no lineal. Sin embargo, el ajuste de los parámetros de control se hace por métodos heurísticos o de acuerdo a algunos criterios determinados. Para el caso del sistema barra esfera los cálculos de estos parámetros se realizan sobre el sistema lineal y se aplican sobre el sistema no lineal. La respuesta

del sistema no lineal para una señal de referencia de 0.4 se muestra en la figura 5.

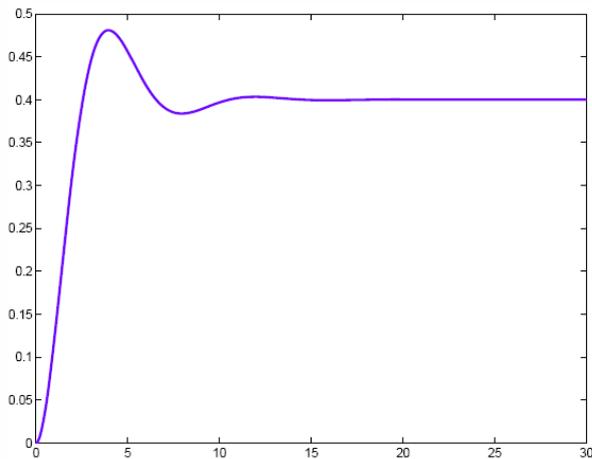


Figura 5. Respuesta a una señal de referencia de 0.4 para el control PD.

El plano de fase del sistema no lineal para el control PD se observa en la figura 6. Se observa que el sistema alcanza la estabilidad alrededor del punto determinado por la señal de referencia con algunas oscilaciones alrededor de ese punto.

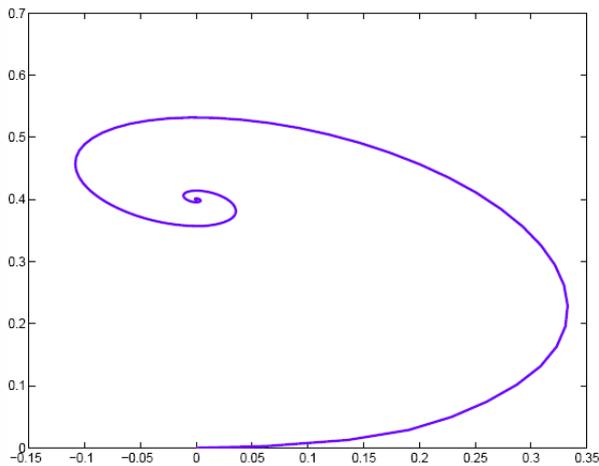


Figura 6. Plano de fase para el control PD.

En la figura 7 se observa la respuesta del sistema para diferentes señales de referencia. Se puede notar las oscilaciones que presenta el sistema sobre todo para cambios grandes en la señal de referencia. Sin embargo, el sistema barra esfera siempre alcanza la posición de referencia.

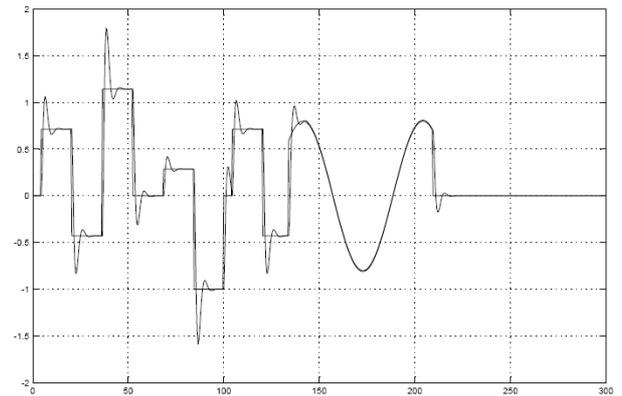


Figura 7. Respuesta a una señal de referencia determinada para el control PD.

5.2 Control Difuso

La utilización de controles inteligentes permite tener en cuenta la no linealidad del sistema dentro del sistema de control. La lógica difusa permite incluir conjuntos de reglas que modelen las acciones de control del sistema de acuerdo a un conocimiento previo del funcionamiento del sistema físico [2], [4], [6] y [7]. Por ejemplo, se pueden considerar como reglas de control para el sistema barra esfera las siguientes:

- Si la esfera va hacia la izquierda de la posición de referencia, gire la barra en el sentido horario.
- Si la esfera va hacia la derecha de la posición de referencia, gire la barra en el sentido antihorario.
- Si la esfera está cerca de la posición de referencia, gire la barra hasta la posición horizontal.

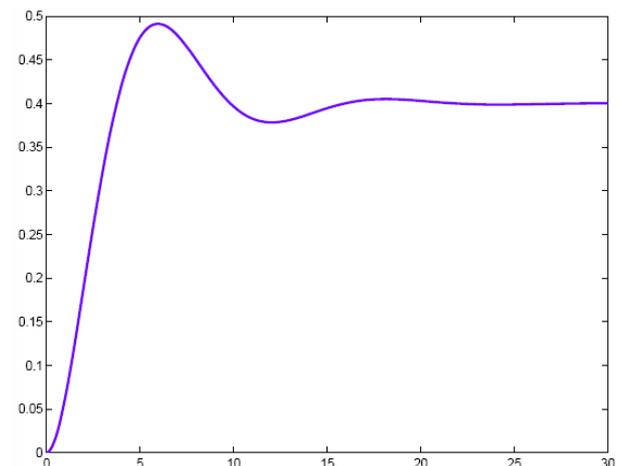


Figura 8. Respuesta a una señal de referencia determinada para el control difuso.

De esta forma es posible realizar acciones de control sobre el sistema físico de acuerdo al conocimiento previo del sistema. En la figura 8 se observa la respuesta del sistema no lineal para una señal de referencia dada. En la

figura 9 se puede observa el comportamiento del plano de fase del sistema.

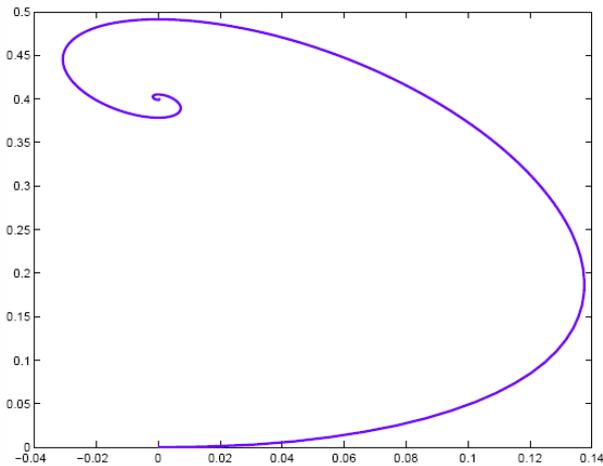


Figura 9. Plano de fase para el control difuso.

La selección de las reglas de este control se realiza también de forma heurística de acuerdo al conocimiento previo del sistema.

5.3 Redes neuronales

Las redes neuronales permiten modelar el funcionamiento de un sistema no lineal debido a las técnicas de aprendizaje que estas presentan [11]. El entrenamiento del sistema neuronal se realiza a partir de una señal de referencia que se aplica sobre el sistema no lineal [14]. Debido a la naturaleza no lineal de las redes neuronales es posible modelar el sistema no lineal e incorporar dentro del control todas las variables necesarias.

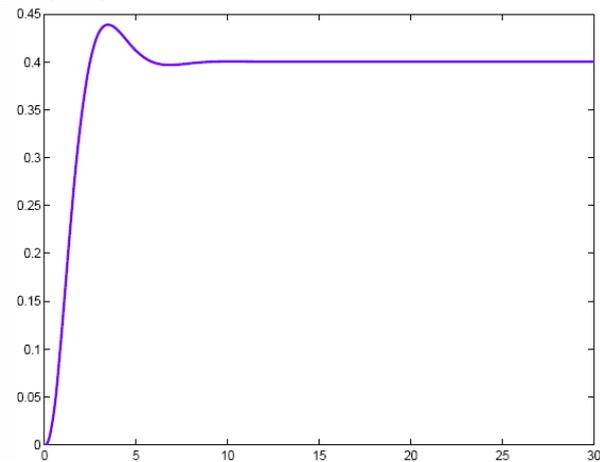


Figura 10. Respuesta a una señal de referencia determinada para el control con redes neuronales.

Para el modelo del sistema barra esfera es suficiente con utilizar 2 neuronas de entrada (error y derivada del error) 2 neuronas en la capa oculta y una neurona para la salida (señal de control: ángulo). La respuesta del sistema se

observa en la figura 10 y el plano de fase obtenido al aplicar esta técnica de control se muestra en la figura 11.

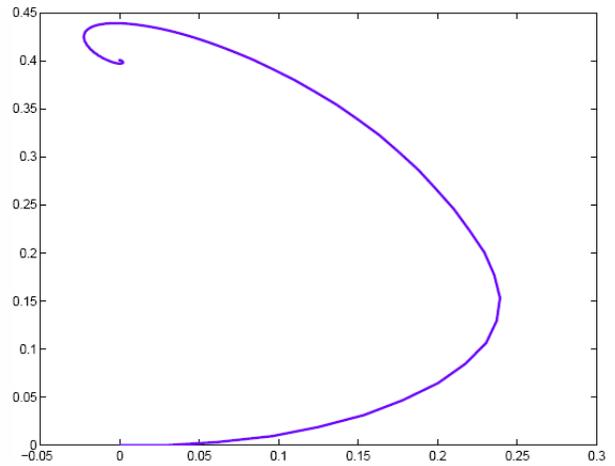


Figura 11. Plano de fase para el control por redes neuronales.

La respuesta del sistema no lineal presenta un número menor de oscilaciones que las obtenidas en los casos anteriores, lo cual se puede ver claramente en el plano de fase de la figura 11.

5.4 Control Neurodifuso

La optimización de las técnicas de control difuso se realiza al aplicar las técnicas de aprendizaje de las redes neuronales sobre los sistemas difusos descritos en la sección 5.2. De esta forma se genera un conjunto de reglas que optimizan la respuesta del sistema, pero que debido a la naturaleza del control se le pueden dar una interpretación física [1] y [5]. Esto presenta ventajas sobre las redes neuronales pues las reglas difusas tienen una interpretación física del sistema mientras que las redes neuronales necesitan de una interpretación más cuidadosa para entender el funcionamiento y determinar el comportamiento del control.

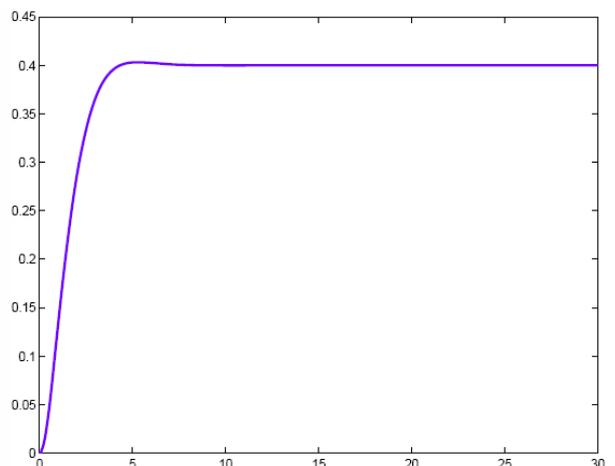


Figura 10. Respuesta a una señal de referencia determinada para el control neurodifuso.

En la figura 12 se observa la respuesta del sistema no lineal a una señal de referencia determinada. Y en la figura 13 se muestra el plano de fase. De aquí se puede determinar que el sistema presenta una oscilación muy pequeña alrededor del punto de estabilidad y además que es posible obtener una señal de respuesta suave aún cuando el sistema físico presenta un comportamiento no lineal.

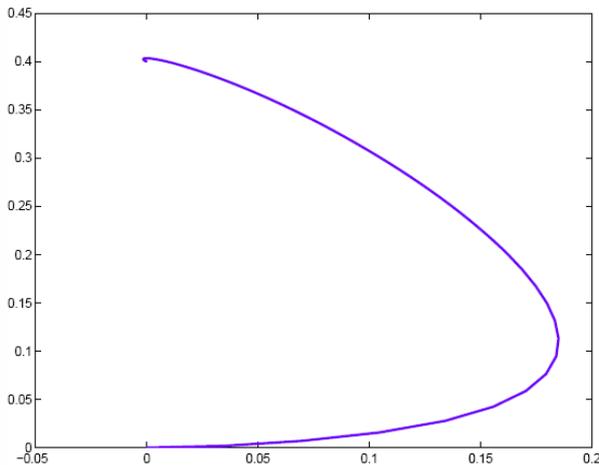


Figura 13. Plano de fase para el control neurodifuso.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La aplicación de sistemas de control inteligentes sobre sistemas no lineales permite obtener mejores resultados en el control y modelar de una manera más adecuada el comportamiento de los sistemas no lineales. Especialmente, cuando se combinan sistemas neuronales, que tiene capacidad de aprendizaje, con sistemas difusos, que permiten modelar un sistema de control a partir de una base de reglas, es posible obtener controladores no lineales que consideran la no linealidad del sistema y permiten obtener respuestas sin oscilaciones sobre el sistema físico. Además, el controlador obtenido puede ser analizado a partir de las reglas generadas con el fin de determinar las reglas más influyentes sobre el sistema de control.

El plano de fase se presenta como una alternativa gráfica para el análisis de la estabilidad de sistemas de control lineales o no lineales.

La aplicación de estos controles sobre entornos de desarrollo en tiempo real permite aplicar los algoritmos de control desarrollados sobre entornos físicos reales.

Los resultados de todas las simulaciones, y todos los entornos desarrollados en este trabajo se encuentran disponibles en:

<http://ohm.utp.edu.co/~egiraldos/simulaciones.html>

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] WANG, L.X.; "Adaptive fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, Madrid, 1994.
- [2] JANTZEN, J., Design Of Fuzzy Controllers, Technical University of Denmark: Dept. of Automation, technical report no 98-E-864, 1998.
- [3] JANTZEN, J. and Dotoli, M., A Fuzzy Control Course on the Internet, In: Chawdry, Roy and Pant (Eds.), Soft Computing in Engineering Design and Manufacturing, Springer Verlag London Ltd, 1998, 122 - 130.
- [4] PASSINO, K, ANTSAKLIS, P.; "An introduction to intelligent and autonomous and control", Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [5] WANG, H., TANAKA K., and GRIFFIN M. "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design Issues". IEEE Trans on Fuzzy Systems, Volume 4 N°1 Feb 1996.
- [6] CHAN, P.T., RAD, B., WANG, J., "Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: Part II: Parameter projection and supervisory control" Fuzzy Sets and Systems, 2001.
- [7] CAO, S.G., REES, N. and FENG, G.; "Stability Analysis of fuzzy Control Systems" IEEE Trans on Syst, Man, And Cybernetics-Part B Volume 26 N°1 Feb 1996.
- [8] TON, S., WANG, T., TAO, J.; "Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems" Fuzzy Sets and Systems, 2000.
- [9] TAKAGI, T and SUGENO, M., "Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control", IEEE transaction systems. Man, Cybern. Volume 15. 116-132 Jan/Feb 1985.
- [10] CHIEN, C.J.; YAU, C.; "Fuzzy System-Based Adaptive Iterative Learning Control for Nonlinear Plants With Initial State Errors." IEEE Transactions on Fuzzy systems vol 12. N°5, October 2004.
- [11] MACKAY, D. "Information Theory, Inference, and Learning Algorithms", 2003.
- [12] Carnegie Mellon University, "Control Tutorial for Matlab." Disponible en: <http://www.engin.umich.edu/group/ctm/examples/all/ball.html>
- [13] María A. Terán, Onexi L. Mendoza, José G. Díaz y Francisco J. Arteaga "Mathematical modelling of the classic dynamical system of beam and sphere using pneumatic actuator," Revista Técnica, Vol.29, No.1, Maracaibo, Apr.2006.
- [14] H. Verrelst and K. Van Acker . and J. Suykens and B.Motmans and B. De Moor and J. Vandewalle; "Application of NL neural control theory to a ball and beam system". Disponible en: <http://citeseer.ist.psu.edu/verrelst96application.html>