

MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

RESUMEN

El problema del planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica trata la adecuada expansión del sistema, para satisfacer la demanda de los usuarios, cumpliendo con los límites técnicos y operativos, a un mínimo costo. En este artículo se muestra el modelamiento del problema del planeamiento de la expansión de los sistemas de distribución de energía eléctrica, presentando las consideraciones para el planteamiento del modelo matemático. Se discuten las diferentes versiones lineales y no lineales para el planteamiento del modelo matemático. Se define un modelo matemático para el planeamiento de la distribución que contempla los aspectos comentados en este artículo.

PALABRAS CLAVES: planeamiento de la distribución, modelamiento matemático, sistemas de distribución de energía, optimización combinatorial, programación matemática.

ABSTRACT

Distribution system planning problem deals about the expansion of system, in order to satisfy the demand, accomplish technical and operative limits with a minimal cost. This paper shows the planning expansion model in power distribution systems. The lineal and nor lineal versions of the model are discussed. The mathematical model is defined for the Distribution system planning problem.

KEYWORDS: Distribution system planning, mathematical model, distribution systems, combinatorial optimization, mathematical programming.

1. INTRODUCCIÓN

El problema del planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica trata el estudio del crecimiento de la demanda de la energía eléctrica y la adecuada expansión del sistema, con el objetivo de garantizar la continuidad del servicio eléctrico, manteniendo la viabilidad económica de las empresas y un mínimo costo de la energía para el usuario.

Un mal planeamiento de un sistema de distribución de energía eléctrica puede ocasionar problemas económicos representados en sobrecostos y problemas técnicos debidos a un mal dimensionamiento de las subestaciones y alimentadores primarios, causando niveles de tensión indeseables y pérdida de la confiabilidad en el servicio. Una expansión del sistema que no ha sido convenientemente planeada puede significar un incremento en la inversión necesaria y un aumento en el costo de operación del sistema.

Debido a lo anterior es importante tener un plan de expansión que permita abastecer el crecimiento de la demanda a un mínimo costo cumpliendo con los criterios técnicos requeridos.

El planeamiento de la distribución es considerado un problema de alta complejidad matemática, siendo del tipo

JOHN FREDY FRANCO B.

Ingeniero Electricista,
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
jffb@utp.edu.co

YOV STEVEN RESTREPO G.

Ingeniero Electricista,
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
steven@ohm.utp.edu.co

RAMÓN A. GALLEGO R.

Ingeniero Electricista,
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de Pereira
ragr@utp.edu.co

Grupo de planeamiento en sistemas eléctricos

NP completo. Este problema puede ser resuelto a través de metodologías estáticas o dinámicas en varias etapas, considerando en su modelamiento las alternativas topológicas para el sistema, el refuerzo de las líneas existentes, el aumento de la capacidad de las subestaciones existentes y el estudio de la localización y capacidad de nuevas líneas y subestaciones.

Existen diferentes formas de tratar el problema, desde el punto de vista de los costos que se consideran, el modelo de programación lineal o no y el tipo de análisis, estático o dinámico, para el horizonte de planeamiento planteado. Cuando el planeamiento trata sistemas de la vida real, es de gran tamaño y complejidad matemática por lo que se requiere la aplicación de métodos matemáticos potentes para su solución.

En [10] se trata el problema bajo un modelamiento entero mixto, con el método de solución de Branch and Bound; los costos se toman lineales y las caídas de tensión son incluidas, siendo usado un modelo de cargas del tipo corriente constante.

El modelo propuesto en [9] usa costos lineales, incluyendo la caída de tensión en los alimentadores y definiendo de forma explícita la restricción de radialidad. Mientras que en [15] se toman los costos no lineales, pero no aparecen las restricciones asociadas a la segunda

ley de Kirchhoff, siendo calculados posteriormente los voltajes en los nodos terminales para verificar el cumplimiento de los mínimos niveles de tensión.

Usualmente los problemas de planeamiento de las redes primarias y secundarias son tratados separadamente; en [14] se trata el problema del planeamiento considerando integralmente las redes primarias y secundarias en un solo problema de optimización, bajo la premisa de que estas pueden compartir algunos caminos, con la necesaria reducción de costos. En el artículo [11] se considera la ubicación óptima de generación distribuida en el sistema con el fin de maximizar la capacidad de generación ubicada en el sistema de subtransmisión, sujeto a restricciones relacionadas con los valores de corto circuito permitidos y la influencia de las inyecciones de potencia en los voltajes nodales.

En este artículo se discuten los modelos lineales y no lineales para el planeamiento de la distribución y se presentan las componentes de la función objetivo y las restricciones que modelan el problema.

2. PLANEAMIENTO DE LA DISTRIBUCIÓN

Con el fin de conseguir una adecuada expansión del sistema, que cumpla con los criterios de calidad establecidos con un costo mínimo, se efectúan cambios en el sistema siguiendo las opciones consideradas en el planeamiento de sistemas de distribución:

- Repotenciación de alimentadores existentes.
- Aumento de la capacidad de transformación de las subestaciones existentes.
- Localización y dimensionamiento de nuevos alimentadores.
- Localización y dimensionamiento de nuevas subestaciones.
- Modificación de la topología del sistema (reconfiguración de alimentadores).
- Ubicación de seccionadores e interruptores.
- Selección de la ubicación y tamaño de condensadores.
- Ubicación de reguladores de tensión.

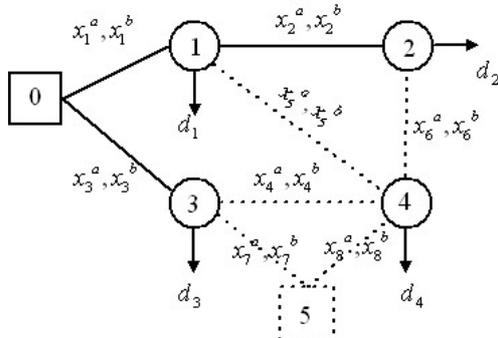


Figura 1. Alternativas propuestas al sistema de distribución.

En la figura 1 se muestra un sistema de distribución en el que las líneas punteadas corresponden a alimentadores propuestos. La subestación marcada con 5 es propuesta.

Cada alimentador tiene dos tipos de líneas opcionales marcadas como a y b, de tal forma que se pueda seleccionar uno de los dos tipos.

Estas opciones permiten adecuar el sistema para cumplir con las condiciones exigidas para la prestación del servicio a los usuarios finales, de manera que al ejecutarlas en conjunto se puede conseguir una expansión del sistema, optimizando costo de inversión y costos de operación del sistema.

El planeamiento puede hacerse considerando una o varias etapas en las que se subdivide el horizonte de planeamiento, de tal forma que se satisfaga la demanda en cada periodo de tiempo, como se propone en [8], [9] y [13]. El primer caso se denomina monoetapa y el segundo se llama multietapa. Al dividir el horizonte de planeamiento en varios periodos se consigue un costo total menor, debido al mejor uso de los recursos disponibles, siendo que se pueden ejecutar las inversiones en el momento adecuado, en lugar de ser necesariamente al inicio como ocurre en el planeamiento monoetapa.

El planeamiento multietapa es pseudodinámico si cada etapa se resuelve de forma independiente, de tal manera que para la siguiente etapa se parte de la respuesta del periodo anterior; una variante consiste en resolver el problema para todo el horizonte de planeamiento y regresar a las etapas anteriores dejando las inversiones que se necesiten en cada punto, tal como se muestra en la figura 2b. No obstante, se pueden incurrir en costo hundido al adicionar un elemento en el sistema requerido en una etapa, pero que posteriormente no se requiere o se sobredimensiona. Por el contrario, se considera multietapa dinámico cuando el proceso de optimización tiene en cuenta al mismo tiempo todas las etapas, siendo así un planeamiento coordinado que consigue costos totales aún menores. En la figura 2 se ilustran estos conceptos.

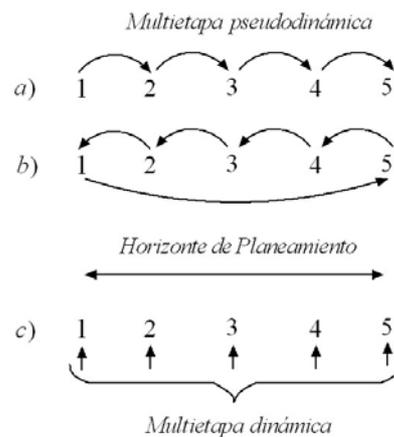


Figura 2. Tipos de planeamiento multietapa.

La dificultad de abordar el problema bajo una forma multietapa dinámica reside en que las variables y por

ende las alternativas crecen, haciendo más compleja la búsqueda de soluciones.

El planeamiento de los sistemas de distribución considerando la confiabilidad del sistema se efectúa principalmente en términos de cumplir las exigencias de continuidad del servicio. Para mejorar los índices de confiabilidad es necesario ejecutar nuevas inversiones, lo que se encuentra en oposición a la búsqueda de la reducción de costos en el planeamiento, por consiguiente se acostumbra utilizar metodologías de optimización multiobjetivo, que permitan obtener respuestas que satisfagan los diferentes objetivos planteados, entre ellos reducción de costos totales y mejoramiento de los índices de confiabilidad.

3. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA

3.1. Función Objetivo

El objetivo en el planeamiento es atender las necesidades del crecimiento de la demanda, manteniendo criterios técnicos y de calidad definidos, con un mínimo costo global. Donde en este costo se pueden incluir como componentes el costo de inversión de los cambios ejecutados en el sistema, el costo de operación del sistema (pérdidas de energía y de potencia), el costo de mantenimiento, el costo asociado a la confiabilidad (costo del corte de carga).

El costo de inversión comprende el costo de los elementos usados y los costos de construcción o mano de obra necesarios. Para los sistemas de distribución en Colombia, estos costos se toman de los valores reconocidos para las unidades constructivas, según la resolución 082 de 2002 de la Comisión de Regulación de Energía y Gas.

El costo de operación es el valor presente del costo de las pérdidas de energía y potencia del sistema, sobre el horizonte planeamiento considerado. Estos costos se expresan en términos de los flujos de potencia al cuadrado a través de los alimentadores y subestaciones, como aparece en (2), lo que conlleva a una función objetivo con costos no lineales. Siendo que el valor de las pérdidas de potencia media en un conductor de un alimentador j sigue la expresión:

$$PP_j = FP \cdot 3 \cdot R_j \cdot I_{jmax}^2$$

con F_p : factor de pérdidas
 R_j : resistencia por fase de la línea j
 I_{jmax} : corriente máxima en la línea j

(1)

Las corrientes máximas en las líneas se manejan por medio de las potencias aparentes máximas transportadas por dichas líneas. Así el costo de las pérdidas anuales es:

$$Costo \text{ Pérdidas Anuales }_j = 8760 \cdot PE \cdot F_p \cdot R_j \cdot \frac{S_{jmax}^2}{V^2} = CVA_j \cdot S_{jmax}^2$$

con PE : precio de la energía

(2)

S_{jmax} : potencia máxima en la línea j
 CVA_j : costo variable anual para la línea j

Siendo el costo variable el valor presente neto de las pérdidas de energía a lo largo del periodo de planeamiento, se calcula al multiplicar el costo de pérdidas anuales por un factor de actualización que debe considerar la tasa de descuento, la tasa de inflación y el crecimiento de la demanda para cada año.

$$Costo \text{ de Pérdidas Totales }_j = \sum_{i=1}^{vida \text{ útil}} CoefAct \cdot CVA_j \cdot S_{jmax}^2 = CV_j \cdot S_{jmax}^2$$
(3)

Se puede hacer una aproximación al linealizar la curva de pérdidas, minimizando la desviación estándar, como se muestra en la figura 3, lo que permite la aplicación de técnicas lineales para la solución del modelo.

$$Costo \text{ de Pérdidas Totales }_j \text{ (lineales)} = (0.75 \cdot S_{hmax}) CV_j \cdot S_{jmax}$$

tomando : S_{hmax} como la capacidad de potencia máxima del alimentador h

(4)

El uso de costos lineales es una aproximación que simplifica el problema, pero el manejar los costos como no lineales modela más apropiadamente el problema. En el caso de los costos lineales las metodologías utilizadas son las que emplean técnicas de programación entera mixta. Sin embargo, a medida que el sistema se hace grande, el tiempo necesario para la solución del problema crece de forma exponencial.

Cuando se toman costos no lineales el tiempo requerido para la solución crece exponencialmente al usar técnicas exactas. Es por ello que se recurre a técnicas de optimización combinatorial que si bien no garantizan encontrar la solución óptima, proporcionan respuestas de excelente calidad.

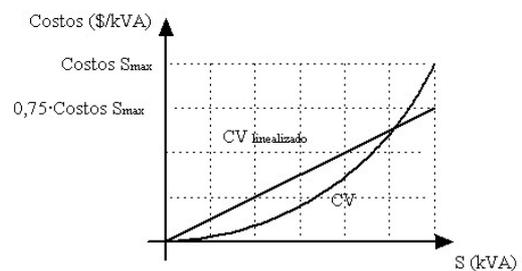


Figura 3. Linealización de los costos variables.

3.2. Restricciones

Las restricciones que se incluyen en el modelo de planeamiento de sistemas de distribución corresponden a:

- Restricciones que modelan las leyes de Kirchhoff (balance de corriente y voltajes en una trayectoria cerrada).

- Límites técnicos y de operación del sistema (capacidad de potencia de los alimentadores y subestaciones y máximas caídas de tensión, conservación de la estructura radial).

El balance de corrientes asegura que en cada nodo (incluyendo las subestaciones) la suma de corrientes es cero. De tal forma que todas las demandas sean atendidas. La segunda ley de Kirchhoff permite encontrar las caídas de tensión en los alimentadores, las cuales deben permanecer dentro del límite máximo determinado en la restricción de operación para la tensión. Las restricciones de capacidad aseguran que no se sobrepasen los límites de flujo de potencia para cada línea.

Debido a que la operación normal de un sistema de distribución se hace con una topología radial, se añade una restricción que de forma sencilla permite que las soluciones obtenidas sean radiales. Esta restricción depende del número de líneas activas en la configuración (existentes y propuestas), del número de nodos del sistema, del número de nodos aislados y de las subestaciones activas en el sistema, tal como se presenta en la desigualdad:

$$\sum_{\text{Lineas}} (Y_{ij}) < n - n_{\text{aislados}} - \sum_{\text{Subestaciones}} (Y_h) \quad (5)$$

4. MODELO MATEMÁTICO PARA EL PLANEAMIENTO DE LA DISTRIBUCIÓN

La función objetivo que se definió es no lineal, debido a la inclusión de las pérdidas de potencia como una función cuadrática. En la función objetivo se consideran los siguientes costos:

- Costo de aumentar la capacidad de las subestaciones existentes.
- Costo de inversión en subestaciones nuevas.
- Costo de repotenciación (aumento de calibre del conductor) en alimentadores existentes.
- Costo de construcción de nuevos alimentadores.
- Costo de operación de las subestaciones.
- Costo de operación de los alimentadores.

Las restricciones del modelo son:

- Ecuaciones de balance nodal para potencia activa y reactiva.
- Límites de capacidad de potencia de los alimentadores y subestaciones
- Límites de tensión en cada nodo.
- Conservación de la estructura radial del sistema.
- Restricciones que modelan la unicidad de selección de tipos para un determinado alimentador o subestación.

En este modelo las cargas se consideran del tipo potencia constante. A continuación se muestra el modelo matemático para la expansión del sistema de distribución para un planeamiento monoetapa:

$$\min z = \sum_{(i,j) \in N_F} \sum_{a \in N_a} \left\{ (CF_{ij})_a (Y_{ij})_a + (CV_{ij})_a \left[(S_{ij})_a^2 + (S_{ji})_a^2 \right] \right\} + \sum_{h \in N_S} \sum_{b \in N_b} \left[(CF_h)_b (Y_h)_b + (CV_h)_b (S_h)_b^2 \right]$$

s.a.

$$f + Z^{-1} \cdot A \cdot V = 0$$

$$A^T \cdot f = d$$

$$0 \leq (S_{ij})_a \leq (U_{ij})_a (Y_{ij})_a \quad 0 \leq (S_{ji})_a \leq (U_{ij})_a (Y_{ij})_a$$

$$0 \leq (S_h)_b \leq (U_h)_b (Y_h)_b$$

$$\sum_{a \in N_a} (Y_{ij})_a \leq 1 \quad \forall (i, j) \in N_F$$

$$\sum_{b \in N_b} (Y_h)_b \leq 1 \quad \forall h \in N_S$$

$$\sum_{(i,j) \in N_F} \sum_{a \in N_a} (Y_{ij})_a < n - n_{\text{aislados}} - \sum_{h \in N_S} \sum_{b \in N_b} (Y_h)_b$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad \forall i \in N$$

$$(Y_{ij})_a, (Y_h)_b \text{ binario}$$

$$(S_{ij})_a, (S_h)_b \text{ irrestricto}$$

donde :

N_{FE} : conjunto de rutas (entre nodos) asociadas con alimentadores existentes

N_{FN} : conjunto de rutas propuestas (entre nodos) para construir

$$N_F : N_{FE} \cup N_{FN}$$

N_a : conjunto de posibles tipos de alimentadores

N_{SE} : conjunto de nodos asociados a subestaciones existentes

N_{SN} : conjunto de nodos asociados a subestaciones propuestas

$$N_S : N_{SE} \cup N_{SN}$$

V_{\min} : mínimo valor de tensión permitido

V_{\max} : máximo valor de tensión permitido

$(S_{ij})_a$: flujo de potencia entre los nodos $i - j$ para el alimentador tipo a

$(S_h)_b$: flujo de potencia en la S/E del nodo h para S/E tipo b

$(CF_h)_b$: costo fijo subestación tipo b en el nodo h

$(CV_h)_b$: costo variable subestación tipo b en el nodo h

f : vector de flujo de corrientes por los alimentadores

V : vector de tensiones en los nodos

Z : matriz diagonal de impedancias de las ramas

A : matriz incidencia rama - nodo

$(U_{ij})_a$: capacidad de corriente alimentador tipo a entre los nodos $i - j$

$(U_h)_b$: capacidad de corriente subestación tipo b en el nodo h

n : número de nodos del sistema

n_{aislados} : número de nodos aislados presentes en la configuración del sistema

$(Y_{ij})_a$: variable de decisión construcción alimentador tipo a entre los nodos $i - j$

$(Y_h)_b$: variable de decisión construcción subestación tipo b en el nodo h

Si se toman los costos variables lineales en la función objetivo se tiene un modelo lineal, donde los flujos de potencia se encuentran elevados a la primera potencia.

$$\min z = \sum_{(i,j) \in N_f} \sum_{a \in N_a} \left\{ (CF_{ij})_a (Y_{ij})_a + (CV_{ij})_a \left[(S_{ij})_a + (S_{ji})_a \right] \right\} + \sum_{h \in N_s} \sum_{b \in N_b} \left[(CF_h)_b (Y_h)_b + (CV_h)_b (S_h)_b \right]$$

Al modelar el problema para un planeamiento multietapa dinámico se deben incluir los términos correspondientes a los costos para cada etapa, debidamente afectados por un factor de indexación.

$$\min z = \sum_{t=1}^T FI_t \left\{ \sum_{(i,j) \in N_f} \sum_{a \in N_a} \left\{ (CF_{ijt})_a (Y_{ijt})_a + (CV_{ijt})_a \left[(S_{ijt})_a^2 + (S_{jit})_a^2 \right] \right\} + \sum_{h \in N_s} \sum_{b \in N_b} \left[(CF_{ht})_b (Y_{ht})_b + (CV_{ht})_b (S_{ht})_b^2 \right] \right\}$$

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se discutieron diferentes modelos para el planeamiento de redes de distribución y las diferentes formas de plantear la función objetivo y las restricciones. Se planteó la linealización de los costos variables como una aproximación de la función objetivo que proporciona buenos resultados.

Para un modelo lineal entero mixto de planeamiento de la distribución se recomiendan usar técnicas de solución como Branch and Bound o numeración implícita de Balas.

Para la solución de modelos no lineales, debido al tamaño y complejidad matemática del problema, se recomienda el uso de técnicas de optimización combinatorial, como Algoritmos Genéticos, Búsqueda Tabú, Colonia de Hormigas, Partícula Swarm, Simulated Annealing, entre otras, que permitan obtener soluciones de excelente calidad en un tiempo razonable.

El planeamiento multietapa permite conseguir reducciones en los costos totales ya que propone las inversiones de forma coordinada entre todas las etapas del horizonte de planeamiento.

A pesar de que el modelo no lineal es el más cercano a la realidad, el modelo lineal también proporciona excelentes resultados, obtenidos con menor esfuerzo computacional, que podrían ser utilizados como condiciones iniciales del modelo no lineal, pudiendo entonces llegar más rápidamente a la solución y con gran probabilidad de obtener la solución óptima global.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] ADAMS, R. N. y LAUGHTON, M. A. "Optimal planning of power networks using mixed-integer

programming", Proceedings IEEE, Vol. 121, No.2, 1974, pp. 139- 147.
 [2] BERNAL AGUSTÍN. "Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica", Tesis Doctoral Universidad de Zaragoza, 1998.
 [3] BOARDMAN, J. T. y MECKIFF, C. C. "A branch and bound formulation to an electricity distribution planning problems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-104 (8), 1985, pp. 2112-2118.
 [4] BURANI, G. F., "Planejamento da expansao da distribucao primária com aplicacao de técnicas de transporte", X Seminario Nacional de Distribucao de Energía Eléctrica, Río de Janeiro, Oct. 1998.
 [5] DÍAZ-DORADO, E. y MÍGUEZ E. "Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of médium voltage". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17 No. 3, 2002.
 [6] GONEN, T. y FOOTE, B. L. "Distribution system planning using mixed integer programming", Proceedings IEEE, Vol. 128, Part. C, p.p. 70-79.
 [7] GONEN, T. y RAMÍREZ Rosado, I. J. "Review of distribution system planning models: a model for optimal multi-stage planning", IEEE Proceeding Part C, Vol. 133, 1986, No.7, p.p. 397-408.
 [8] GONEN, T. y RAMÍREZ Rosado, I. J. "Optimal multi-stage of power distribution systems", IEEE Transactions on Power Systems, PWRs-2 (2), 1987, p.p. 718- 723.
 [9] HAFFNER, S et al. "Optimization model for expansion planning of distribution systems". 2204 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition:Latin America.
 [10] HINCAPIÉ Isaza, R. A. "Planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica usando un algoritmo de Branch and Bound", Tesis de Maestría Universidad Tecnológica de Pereira, 2004.
 [11] KEANE, A y O'MALLEY, M. "Optimal allocation of embedded generation on distribution networks". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20 No. 3, 2005.
 [12] KHATOR, S. "Power distribution planning: a review of models and issues". IEEE Transacions on Power Systems, Vol. 12 No. 3, 1997.
 [13] MIRANDA, V., RANITO, J. V., Proença, L. M. "Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9 No. 4, 1994.
 [14] PAIVA, P. C. y DOMÍNGEZ-NAVARRO, J.A. "Integral planning of primary-secondary distribution systems using mixed integer linear programming". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20 No. 2, 2005.
 [15] RAMIREZ Rosado, I. J. y BERNAL-AGUSTÍN J. L. "Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13 No. 2, 1998.