

DISEÑO DE UN ESQUEMA DE CONTROL ÓPTIMO NEURONAL

RESUMEN

Este artículo presenta el desarrollo de un esquema de control óptimo neuronal que parte del estudio de conceptos del cálculo variacional y su interacción con las Redes Neuronales Artificiales (RNA), generando un algoritmo de entrenamiento y una ley de control. Tal esquema efectúa una realimentación óptima de las variables de estado a través de la RNA. El controlador logra que la salida del sistema físico siga una trayectoria deseada de manera óptima y ajustada a un modelo de referencia. El neuro-control rechaza los efectos de perturbaciones y responde bien frente a variaciones paramétricas.

PALABRAS CLAVES: Redes neuronales, control óptimo.

ABSTRACT

In this paper is presented basic elements of the optimal control theory and a real-time optimal control for a physical system. This methodology makes a feedback of the state variables through a neural-control law. The control system keeps the physical system in a fixed trajectory. The paper also shows any concepts in variational calculus and their interaction with neural nets. The practical experience and simulations show the capability of the control system to reject perturbations and parametric variations on the physical system.

KEYWORDS: Neural networks, optimal control theory.

1. INTRODUCCIÓN

En la necesidad de optimizar los procesos en todas las áreas del conocimiento las matemáticas aplicadas han desarrollado diferentes metodologías que permiten dar solución a problemas de muchas disciplinas y que involucran todo tipo de modelos matemáticos y variables. Algunos de tales problemas de optimización son tan complejos que no se ha podido dar respuesta desde las matemáticas exactas y por esto se han desarrollado técnicas alternativas fundamentadas en procesos biológicos y físicos como: los sistemas difusos, RNA, técnicas evolutivas y técnicas combinatoriales, que a pesar de no encontrar las soluciones globales, algunas veces superan lo logrado matemáticamente.

Uno de los problemas a enfrentar es el control de un sistema dinámico. Controlar un sistema requiere manipular sus entradas de manera que se comporte de acuerdo a las necesidades que el ambiente le imponga y a los cambios internos que el sistema experimente, en cada instante un controlador busca minimizar la diferencia entre el comportamiento deseado para el sistema y el comportamiento presentado por el mismo [1]. En este sentido, el problema del control puede ser analizado como un problema de optimizar un criterio de desempeño o función objetivo que describe el comportamiento global de un sistema.

El problema antes expuesto ha sido resuelto para muchas aplicaciones usando esencialmente criterios de estabilidad. A partir de este concepto se derivan propuestas como la realimentación de variables de estado y controladores PID aplicados en sistemas físicos lineales

dado que en ellos es posible realizar un análisis en el dominio de la frecuencia. Estos controladores generalmente requieren que los modelos matemáticos sean linealizados y funcionan solamente en puntos de operación particulares [1], [2], [3]. A pesar de es posible controlar en varios puntos de operación, la anterior dificultad obliga la necesidad de controles no-lineales

La teoría de control óptimo ofrece solución a las dificultades descritas anteriormente. Está apoyada en los principios del Cálculo Variacional, una herramienta muy útil para optimizar índices de desempeño cuando las restricciones del modelo involucran ecuaciones diferenciales lineales y/o no lineales o ecuaciones de diferencia para sistemas discretos [4], [5].

En el presente artículo se desarrolla una metodología de control óptimo, aplicable a sistemas MIMO, donde se plantea minimizar un criterio de desempeño ayudado de una RNA. Esta es entrenada con un algoritmo basado en el gradiente descendente y en criterios variacionales. La RNA genera una señal de control óptimo durante el horizonte de análisis. Se diseña un observador para estimar el estado del sistema y finalmente se controla un sistema dinámico en tiempo real usando el computador.

2. CONTROL ÓPTIMO

Luego de la aparición del cálculo variacional en los años 50, la disciplina de control óptimo inició su desarrollo planteándose un problema fundamental: determinar la señal de control que minimice un índice de desempeño de un sistema físico satisfaciendo una serie de restricciones. Su formulación completa requiere, entre otras, el modelo

DIEGO ADOLFO MEJÍA G.

Ingeniero Electricista, M.Sc
Profesor Auxiliar
Universidad de Antioquia
diegomej@udea.edu.co

ALEXANDER MOLINA C.

Ingeniero Electricista, M.Sc
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
almo@utp.edu.co

JULIO CESAR MONTERO O.

Ingeniero Mecánico, M.Sc
Docente Transitorio
Universidad Tecnológica de Pereira
montero@utp.edu.co

matemático del mismo, las restricciones y el índice de desempeño a optimizar [6].

2.1. Descripción matemática del sistema físico

Los sistemas dinámicos pueden representarse por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden llamadas ecuaciones de estado

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (1)$$

Donde; $\mathbf{x}(t)$ es un vector de estado de $n \times 1$, $\mathbf{u}(t)$ es un vector de control $m \times 1$ y $\mathbf{f}(\cdot)$ un vector de funciones no lineales variantes en el tiempo. La salida $\mathbf{y}(t)$ es un vector de tamaño p y $\mathbf{g}(\cdot)$ un vector de funciones de salida.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2)$$

2.1. Restricciones físicas

Las limitaciones o restricciones físicas del sistema pueden existir en las variables de estado y/o en las variables de control. Generalmente, las restricciones de las diferentes variables del modelo son de la forma

$$\mathbf{x}(t)_{\min} \leq \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x}(t)_{\max} \quad \text{y} \quad \mathbf{u}(t)_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}(t)_{\max} \quad (3)$$

Las restricciones para $\mathbf{u}(t)$ son más frecuentes dado que están restringidas en un rango de operación determinado por los límites operativos de las tarjetas de adquisición en control por computador. Las restricciones en el modelo pueden ser como (4); donde $\mathbf{h}(\cdot)$ es un vector de funciones dependientes de todas las variables del proceso.

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \leq 0 \quad (4)$$

2.3. Índice de desempeño o función objetivo

Esta función mide el comportamiento global del sistema y su planteamiento depende de los requerimientos o especificaciones del sistema de control. Se puede afirmar que un vector de control $\mathbf{u}(t)$ es óptimo si mejora el índice de desempeño a la vez que cumple con todas las restricciones impuestas al modelo [4]. De acuerdo al criterio de desempeño los problemas pueden dividirse en problemas de tiempo mínimo, consistentes en transferir un sistema desde un estado inicial arbitrario $\mathbf{x}(t_0)$ hasta un punto final especificado $\mathbf{x}(t_f)$ en el menor tiempo, ver (5). Problemas de control terminal, que minimizan la desviación del estado final de un sistema con respecto a un valor especificado, ver (6). Problemas de mínimo esfuerzo de control o mínimo consumo de energía del controlador, consistentes en transferir el estado del sistema $\mathbf{x}(t)$ desde un estado inicial a otro final minimizando (7) u (8), que son indicadores de esfuerzo de la señal de control en cada instante de tiempo. Por otro lado, la idea de mantener el estado del sistema $\mathbf{x}(t)$ tan cerca como sea posible al estado deseado $\mathbf{r}(t)$ durante todo el horizonte de control es llamado tracking y el índice de desempeño que penaliza el error entre $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{r}(t)$ sería (9) donde \mathbf{Q} es una matriz de penalización. Si es indispensable que $\mathbf{x}(t_f)$ esté lo más cerca posible de $\mathbf{r}(t_f)$, y que el controlador minimice su energía consumida, entonces se plantea (10).

$$J = t_f - t_0 = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (5)$$

$$J = \sum_{i=1}^n [x_i(t_f) - r_i(t_f)]^2 \quad (6)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_{i=1}^m \beta_i |u_i(t)| \right) dt \quad (7)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2(t) dt \quad (8)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{e}(t) dt \quad (9)$$

$$J = \mathbf{e}(t_f)^T \mathbf{S} \mathbf{e}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{e}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{u}(t) \right\} dt \quad (10)$$

3. CALCULO VARIACIONAL

Es una disciplina relacionada con la optimización de sistemas dinámicos cuyo objetivo es encontrar trayectorias óptimas de funcionales, funciones cuyos argumentos son también funciones. Una de las aplicaciones ha sido el control óptimo [7]. Los índices de desempeño mostrados en la sección anterior para problemas de control óptimo son funcionales donde las funciones $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{u}(t)$ son los argumentos de J .

3.1. Calculo variacional en tiempo continuo

El problema del cálculo variacional consiste en encontrar una trayectoria $\mathbf{x}(t)$ que minimice la funcional

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \phi[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), t] dt \quad (11)$$

con respecto a un conjunto de funciones reales y continuamente diferenciales en el intervalo $[t_0, t_f]$. Después de obtener la primera variación de (11) y aplicando el teorema fundamental del cálculo variacional se encuentra que una condición necesaria para que una trayectoria sea óptima debe satisfacer la Ecuación de Euler para $t \in [t_0, t_f]$ [4].

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] - \frac{d}{dt} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\mathbf{x}}} [\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] = 0 \quad (12)$$

La ecuación diferencial (12) es de segundo orden, no lineal y con coeficientes variantes en el tiempo. Para determinar si la trayectoria óptima encontrada corresponde a un mínimo (máximo) la segunda variación debe ser positiva (negativa). En los problemas de cálculo variacional t_0 , t_f , $\mathbf{x}(t_0)$, $\mathbf{x}(t_f)$ pueden ser o no especificados. Cuando alguna de estas variables no está restringida en las fronteras se está permitiendo que el modelo variacional encuentre una trayectoria de mejor índice de desempeño ya que se estarían eliminando restricciones al modelo. En estos problemas, además de resolver la ecuación de Euler, es necesario aplicar criterios denominados condiciones de transversalidad que encuentran los mejores valores de frontera.

Para problemas de sistemas de control, se introducen los multiplicadores de Lagrange que permiten adicionar las restricciones del espacio de estado a la función objetivo. Con estos multiplicadores se trata el problema como uno de cálculo variacional puro concretando el uso de esta

herramienta matemática en el control óptimo. Con esta base se obtiene el Principio del Máximo de Pontryagin (PMP) fundamentado en la formación del Hamiltoniano [4,5]. El PMP ha sido la base fundamental del control óptimo aunque no ofrece una fácil solución analítica de los problemas. Con el PMP se encuentran controladores óptimos en lazo abierto donde las señales de control son funciones dependientes del tiempo [8,9]. El Regulador Linear Cuadrático (LQR) es uno de los resultados más simples del PMP pero éste esquema usa realimentación de las variables de estado [1,3,4].

3.2. Cálculo variacional en tiempo discreto

La teoría de sistemas en tiempo discreto ofrece mayor aplicabilidad debido a su posible implementación en las computadoras digitales. En ello se parte de plantear una funcional así:

$$J = \theta[\mathbf{x}(k_f), k_f] + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \phi[\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k+1), k] \tag{13}$$

Donde k es la k-ésima muestra de tiempo discreto del vector **x**. El proceso para obtener las condiciones que debe cumplir una trayectoria óptima es similar al caso análogo. Se plantea el incremento de la funcional (13) y se extrae la primera variación para igualarla a cero. Este procedimiento entrega la Ecuación de Euler Discreta mostrada en (14).

$$\frac{\partial \phi(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} + \frac{\partial \phi(k-1)}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0 \tag{14}$$

Además, es necesario cumplir con ciertas condiciones de transversalidad en el caso de no especificarse **x**(k_f). Usando los multiplicadores de Lagrange se puede aumentar (13) para incluir las restricciones del sistema. Desde el punto de vista de teoría de control en tiempo discreto, se puede realizar una formulación matemática para encontrar el PMP en versión discreta. Igual que en el caso continuo, un controlador óptimo obtenido a partir de este principio es una estructura en lazo abierto.

En [8,9] se han propuesto metodologías iterativas como el Feedforward Optimal Control (FOC) que usa el gradiente descendente para encontrar la trayectoria de control óptimo aplicando el PMP. El FOC es un algoritmo rápido que encuentra una secuencia de control óptimo y posteriormente todas las trayectorias de estado óptimas. En [5] se muestra una aplicación de control sencilla resuelta por FOC en la que se imponen restricciones a la variable de control.

4. METODOLOGIA PROPUESTA

Uno de los resultados mas prácticos entregados por la teoría clásica de control optimo es el LQR, una ley de control que realimenta las variables de estado. El LQR es un caso particular del control óptimo, inclusive el criterio de desempeño, función objetivo, tiene una estructura particular. Algunos investigadores han mostrado la utilidad de la Programación Dinámica para encontrar controladores óptimos [8]. Esta técnica requiere que los sistemas sean simulados en diferentes puntos de

operación para obtener una tabulación de secuencias óptimas de control para diferentes estados. Esta estructura de control hace que el sistema global (sistema físico más controlador) se comporte aproximadamente como un sistema realimentado. Una estructura tabulada carece de aplicabilidad para sistemas en tiempo real que requieren de un algoritmo rápido y eficiente [8,9,10].

El alcance de este trabajo es un sistema de control óptimo en lazo cerrado donde se incluya una RNA, como elemento realimentados, dentro del conjunto de restricciones. Esto lo permite el hecho de que el modelo variacional permite incluir restricciones a través de los multiplicadores de Lagrange dinámicos [4, 5].

La estructura, de las RNA en el esquema propuesto, ayuda a encontrar una ley de control en forma analítica. Estas RNA tienen la capacidad de adaptarse a ambientes no conocidos usando su capacidad de generalización. Las utilidades de las RNA pueden ser observadas luego de un proceso de entrenamiento para el que se requiere de un modelo matemático que permita ajustar los pesos de la misma [11]. El modelo neuronal debe estar sujeto a los criterios planteados por el cálculo variacional, ya que una respuesta para un problema de control óptimo debe satisfacer la ecuación de Euler.

El esquema propuesto en este trabajo puede denominarse neuro-controlador, el cual combina la rigurosidad de las técnicas matemáticas clásicas con las características de una herramienta moderna como las RNA. En la Fig. 1 se muestra un diagrama de bloques donde las entradas de la red neuronal son las variables de estado de la planta, las señales de referencia y/o el tiempo instantáneo; la salida de la red es la variable de control.

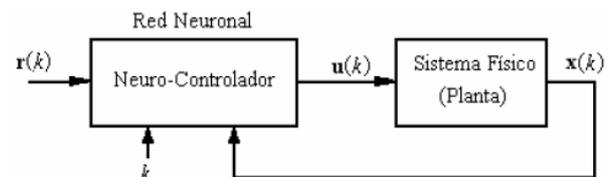


Figura 1. Esquema de control propuesto

4.1. Planteamiento matemático

Aquí se muestra la metodología para resolver el problema de control óptimo usando RNA. En (15), (16), (17) se plantea la función objetivo y las restricciones del sistema.

$$\min J = \theta[\mathbf{x}(k_f), k_f] + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \phi[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] \tag{15}$$

$$s.a. \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k], \text{ con } \mathbf{x}(k_0) = \mathbf{x}_0 \tag{16}$$

$$\mathbf{u}(k) = U[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k+1), k; W] \tag{17}$$

Donde

$\theta(\cdot)$ depende del tiempo final del problema, $\phi(\cdot)$ es una función de minimización a lo largo del horizonte, k es el tiempo discreto, **f**(·) función vectorial del sistema dinámico, **U**(·) es una función del neuro-controlador, **W**

son los parámetros del neuro-controlador, $\mathbf{x}(k)$ es el estado del sistema, \mathbf{x}_0 es el estado inicial del sistema, $\mathbf{u}(k)$ es la señal de control del sistema y $\mathbf{r}(k)$ la señal de referencia.

La restricción (16) describe la dinámica del sistema en tiempo discreto. Generalmente los modelos de los sistemas se describen en tiempo continuo, lo que hace necesaria una técnica de discretización que permita generar un espacio de estado como un conjunto de ecuaciones en diferencias. La técnica usada en este trabajo es el Retenedor de Orden Cero (ZOH) [2].

La restricción (17), que incluye $\mathbf{x}(k)$, implica que las secuencias óptimas formen una ley de control en forma cerrada, superando así el esquema de tabulación propuesto por la programación dinámica [8, 9]. La estructura de la RNA es multicapa con funciones de transferencia derivables de manera que se consiga alta no-linealidad con ella. Las neuronas por capa y el número de capas son escogidos basados en la experiencia del investigador y en pruebas de ensayo y error [5, 10].

4.2. Solución del modelo

La ecuación (15) debe reformularse para incluir las restricciones (16) y (17) usando los multiplicadores de Lagrange. La función objetivo aumentada sería

$$J' = \theta[\mathbf{x}(k_f), k_f] + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \{ \phi[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] + \lambda_x(k+1)f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] - \lambda_x^T(k+1)\mathbf{x}(k+1) + \lambda_u^T(k)U[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k), k; W] - \lambda_u(k)\mathbf{u}(k) \} \quad (18)$$

El término dentro de la suma se puede redefinir como

$$\Phi(k) = \phi[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] + \lambda_x(k+1)f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] - \lambda_x^T(k+1)\mathbf{x}(k+1) + \lambda_u^T(k)U[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k), k; W] - \lambda_u(k)\mathbf{u}(k) \quad (19)$$

Donde λ_x y λ_u son los vectores multiplicadores de Lagrange discretos. Aplicando (14) se tiene:

$$\lambda_x(k) = \frac{\partial \Phi(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} + \frac{\partial f^T(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \lambda_x(k+1) + \frac{\partial U^T(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \lambda_u(k) \quad (20)$$

$$\lambda_u(k) = \frac{\partial \Phi(k)}{\partial \mathbf{u}(k)} + \frac{\partial f^T(k)}{\partial \mathbf{u}(k)} \lambda_x(k+1) \quad (21)$$

(20) y (21) describen las trayectorias óptimas que deben seguir los multiplicadores de Lagrange.

En control óptimo en tiempo discreto se trabaja con condiciones de tiempo final $\mathbf{x}(k_f)$ no especificadas así lo estén. Dado que las ecuaciones de estado se pueden resolver recursivamente hacia adelante (desde $k=0$ hasta $k=k_f-1$) es difícil hacer cumplir que $\mathbf{x}(k_f)=\mathbf{x}_f$ especificado, sin embargo, en la función θ se puede penalizar la diferencia $\mathbf{x}(k_f)-\mathbf{x}_f$ para lograr lo anterior y formular el problema como si no tuviera restricción de tiempo final. En estos problemas se requiere la aplicación de las condiciones de transversalidad. Por tanto se debe cumplir

$$\frac{\partial \theta(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} + \frac{\partial \Phi(k-1)}{\partial \mathbf{x}(k)} = \mathbf{0}, \quad \text{en } k = k_f \quad (22)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{\partial \Phi(k-1)}{\partial \mathbf{x}(k)} = -\lambda_x(k) \quad (23)$$

Se encuentra la condición final para λ_x

$$\lambda_x(k_f) = \frac{\partial \theta[\mathbf{x}(k_f), k_f]}{\partial \mathbf{x}(k_f)} \quad (24)$$

(22), (23) y (24) muestra lo que deben satisfacer los multiplicadores de Lagrange y sus condiciones de frontera en términos de las variables de estado, las variables de control y los pesos de la RNA. Para la actualización de los parámetros del neuro-controlador, se puede plantear que dichos pesos también deben minimizar el índice de desempeño (18) buscando que

$$\frac{\partial J'}{\partial W} \approx 0 \quad (25)$$

En el entrenamiento del neuro-controlador se usa el tradicional gradiente descendente [11, 12]. Este método encuentra la dirección de máximo incremento de la función objetivo, de manera que para un problema de minimización el incremento de los pesos es según (26)

$$\Delta W = -\eta \frac{\partial J'}{\partial W} \quad (26)$$

Donde η es la tasa de aprendizaje. La variación de J' con respecto a los pesos de la red puede ser calculado como

$$\frac{\partial J'}{\partial W} = \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \frac{\partial \Phi(k)}{\partial W} = \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \frac{\partial U^T(k)}{\partial W} \lambda_u(k) \quad (27)$$

Por tanto, la actualización debe hacerse aplicando

$$\Delta W = -\eta \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \frac{\partial U^T(k)}{\partial W} \lambda_u(k) \quad (28)$$

Así se define un algoritmo de entrenamiento diferente a los algoritmos clásicos de entrenamiento de las RNA, ya que aquí se tiene en cuenta el modelo de la planta y la estructura del sistema de control.

5. ALGORITMO IMPLEMENTADO

El conjunto de entrenamiento para la red neuronal esta conformado por una serie de vectores de condiciones iniciales y vectores con señales de referencia definidos por el diseñador antes de comenzar el proceso de entrenamiento. Luego, para cada instante de tiempo durante el control, las entradas de la red son las variables de estado, variables de referencia y tiempo. El algoritmo de entrenamiento se presenta a continuación:

1. Inicializar $N=0$, N es el contador de iteraciones
2. Entrar parámetros como k_f y η
3. Inicializar los pesos de la red $W=W^0$
4. Obtener $\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0$ del conjunto de condiciones iniciales
5. Obtener $\mathbf{r}(k)=\mathbf{r}(k)$ de un conjunto de secuencias de referencia
6. Para $k=0$ hasta k_f-1 , calcular

$$\mathbf{u}(k) = U[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k), k; W]$$

$$\mathbf{x}(k+1) = f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)]$$

Almacenar $\mathbf{x}(k)$ y $\mathbf{u}(k)$

7. Calcular

$$\lambda_x(k_f) = \frac{\partial \theta[\mathbf{x}(k_f), k_f]}{\partial \mathbf{x}(k_f)}$$

Para $k=k_f-1$ hasta $k=0$, calcular

$$\lambda_u(k) = \frac{\partial \phi(k)}{\partial u(k)} + \frac{\partial f^T(k)}{\partial u(k)} \lambda_x(k+1)$$

$$\lambda_x(k) = \frac{\partial \phi(k)}{\partial x(k)} + \frac{\partial f^T(k)}{\partial x(k)} \lambda_x(k+1) + \frac{\partial U^T(k)}{\partial x(k)} \lambda_u(k)$$

8. Actualizar los pesos

$$W^{N+1} = W^N - \eta \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \frac{\partial U^T(k)}{\partial W} \lambda_u(k)$$

9. Hacer N=N+1

10. Verificar criterio de parada. Si cumple, ir a 11, de lo contrario retornar a 4

11. Terminar entrenamiento

El uso de RNA es una alternativa adecuada para el control no lineal, gracias a su característica altamente no lineal. Además, si las funciones de transferencia de las neuronas de salida se acotan, se evita de una forma natural, que los valores de las variables de control sobrepasen los límites de operación.

El horizonte de tiempo k_f debe ser tal que garantice que el sistema alcance el estado estable y permita que la red neuronal aprenda del comportamiento transitorio del sistema. Así, se puede garantizar un buen comportamiento cuando en operación.

En muchas aplicaciones de RNA, es importante definir un buen conjunto de entrenamiento para conseguir un adecuado aprendizaje y una buena generalización de la red. El manejo de este conjunto en la metodología propuesta es algo diferente al tratamiento dado en los trabajos usuales de RNA. Aproximadamente el 75% del conjunto de entrenamiento es determinado por el propio sistema de control, el diseñador solo suministra las condiciones iniciales de las variables de estado y las señales de referencia. Es necesario que el 25% del conjunto de entrenamiento escogido por el diseñador sea representativo para no redundar, lo que implicaría un esfuerzo computacional innecesario en el entrenamiento.

Para evitar la divergencia se necesita una buena inicialización de W de manera que el gradiente encuentre direcciones de descenso atractivas. Otro factor importante es η . En el proceso investigativo se encontró que valores cercanos a 1 generan divergencia, por tanto es necesario usar valores mucho más pequeños.

6. APLICACIONES

6.1. Control en tiempo real de un sistema dinámico

Se realizó una aplicación de control en tiempo real simulando (29) y (30) en un computador análogo. En él, Las variables de estado son niveles de tensión.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9000 & -0.8283 & -0.9906 \\ 0.3333 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1154 & 0.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (29)$$

$$y = 0.7500x_2 + 0.3250x_3 \quad (30)$$

El objetivo planteado es lograr que la salida del sistema siga una trayectoria, de tal forma que el controlador

consuma la mínima energía posible para realizar esta tarea. El índice de desempeño es:

$$J = \frac{1}{2} S [y(t_f) - y_m(t_f)]^2 + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [Ru^2 + S[y(t) - y_m(t)]^2] dt \quad (31)$$

Donde $t_f=7s$ asegura alcanzar el estado estable. $y_m(t)$ es la señal de referencia [2, 3]. El neurocontrolador es implementado en un computador digital. Aquí se procesa la señal de control a través de una rutina computacional que representa la RNA. El computador realiza un muestreo periódico de la señal de salida del sistema físico e inmediatamente genera la señal de control que envía a la planta. La tarjeta de adquisición tiene límites de operación mínimo y máximo para cada uno de sus canales; -5V y 5V, modeladas como:

$$|u(t)| \leq 5V \quad (32)$$

La técnica de discretización del ZOH¹ es la aplicada para las ecuaciones de estado con intervalo de muestreo de 70ms. La versión discreta del índice de desempeño sería

$$J = \frac{1}{2} S [y(k_f) - y_m(k_f)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{k_f-1} \{Ru^2 + S[y(k) - y_m(k)]^2\} \quad (33)$$

Los valores $S=1e4$ y $R=1$ indican que lo más relevante es el seguimiento de la trayectoria. En algunos sistemas no se tiene acceso a todas las variables de estado, en estos casos se necesita un observador que las estime a partir del conocimiento de la salida. En este trabajo se diseñó un observador asintótico tipo Dead Beat [2] para estimar las variables de estado que requiere la RNA. El sistema de control implementado se muestra en la Fig. 2.

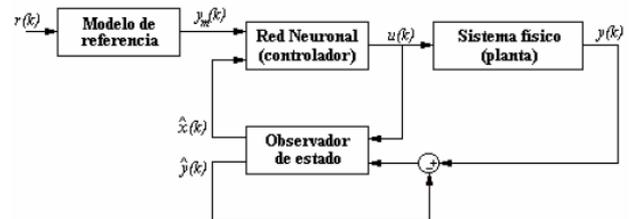


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema de control

La topología de la RNA es 4-15-1. Su entrenamiento tomó aproximadamente 1.5×10^6 iteraciones, requiriendo alto esfuerzo y tiempo computacional. La función de transferencia en todas las neuronas usada es la $\tanh(\cdot)$. La neurona de salida mantiene la señal de salida dentro de los límites impuestos por (32).

La Fig. 3 muestra la aplicación diseñada en C++ Builder, donde se puede manipular la señal de referencia y los parámetros del observador, así como la respuesta del sistema ante una señal de referencia formada por escalones y dada por: 1V en $t=0$, 2V en $t=3s$, 3V en $t=6s$ y 1V en $t=9s$. La trayectoria mostrada corresponde a la salida del sistema físico respondiendo a la señal de referencia. Se debe tener en cuenta que el controlador consume la mínima energía posible y tiene un rango de operación limitado. Sin este tipo de restricciones el sistema podría conseguir un tiempo de respuesta menor.

Además, el neuro-controlador responde adecuadamente cambios paramétricos e incertidumbres en el modelo

¹ El ZOH modela el efecto de retención de la señal de control durante el intervalo de muestreo, de la misma forma en que opera la tarjeta de adquisición

matemático. Para esto se modificaron los parámetros que cambian en mayor grado la respuesta del sistema sin control (primera ecuación de (29)). La respuesta obtenida es similar a la obtenida en la Fig. 3.

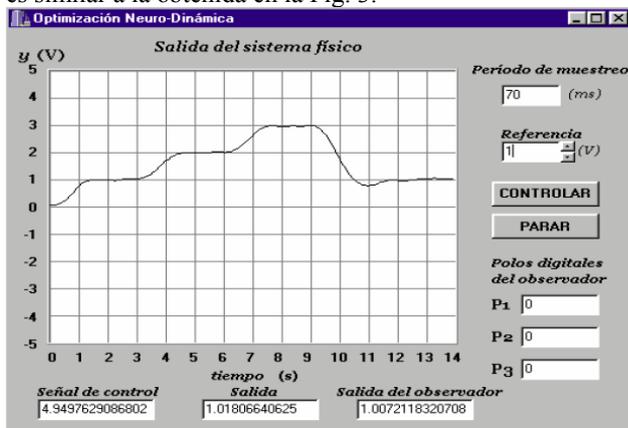


Figura 3. Panel de control y respuesta del sistema

En la Fig. 4 se muestra la respuesta cuando el sistema simulado por el computador análogo es perturbado por una señal constante de 2V aplicada en $t=2.5s$ durante 7.5s en uno de sus amplificadores. En este caso, la trayectoria de referencia impuesta es de 2V en $t=0$ y 1V en $t=6.8s$. Los efectos de la perturbación se observan como transitorios que se presentan en el instante que aparece la perturbación y al cuando ésta desaparece. Para el sistema de control, la aparición y desaparición de esta señal es interpretada como una perturbación. Se observa que el controlador emplea aproximadamente 1.5s para retornar la salida del sistema al valor de referencia especificado, a partir de este instante, la operación del sistema tiene un comportamiento normal.

7. CONCLUSIONES

En el presente artículo se describe el problema de control óptimo, mostrando que esta teoría por sí sola provee controladores que no son fácilmente aplicables en el sentido que son estructuras en lazo abierto.

El esquema de control mostrado es de utilidad cuando se requieren manipular restricciones en el sistema de control y se quiere mejorar un criterio de desempeño. Una dificultad es que el entrenamiento de la red neuronal puede tomar bastante tiempo debido a que en esta parte se debe simular el sistema físico usando su modelo en ecuaciones de estado por cada iteración.

Se muestra que a partir del cálculo variacional en tiempo discreto se puede obtener un modelo compacto entre planta y RNA que permite encontrar un algoritmo especial para esta estructura de control y por ende obtener una ley de control que use realimentación de variables de estado.

El esquema trabajado con redes neuronales permite controlar un sistema MIMO, no lineal y variante en el tiempo. Estas cualidades son alcanzables cuando se logra manipular los modelos matemáticos en el dominio del

tiempo. Las redes neuronales se aprenden el comportamiento óptimo para el sistema de control en cualquier instante de operación además de desempeñarse adecuadamente cuando se enfrentan a condiciones no presentadas en la etapa de aprendizaje. Este elemento denominado generalización es el factor fundamental que brinda un alto nivel de robustez como se observa en las aplicaciones.

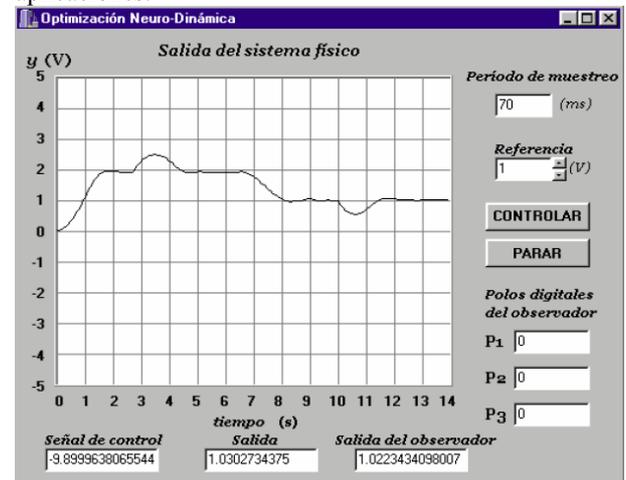


Figura 4. Respuesta del sistema ante una perturbación

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Giraldo, D. y Tabares, I. Teoría de Control. Universidad Tecnológica de Pereira 1997..
- [2] Astrom, K. J. and Wittenmark, B. Computer controlled systems. New Jersey. Prentice Hall 1997.
- [3] Kailath, T. Linear Systems. New Jersey. Prentice Hall 1980.
- [4] Sage, A. P. and White, C. C. Optimum systems control. New Jersey. Prentice Hall 1977.
- [5] Molina, A. y Mejía D. Control óptimo de sistemas empleando redes neuronales dinámicas. Tesis de pregrado en Ingeniería Eléctrica. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira. 2004.
- [6] Zinober, A. S. Optimal Control Theory. Applied Mathematics. University of Sheffield. Spring 2001.
- [7] Citron. S. J. Elements of Optimal Control. United States. Holt Renehart and Winston 1969.
- [8] Seong, C. Y. and Widrow, B. Neural Dynamic Optimization for Control Systems. Part I. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B. Vol 31, pp 482-489, Aug. 2001.
- [9] Seong, C. Y. and Widrow, B. Neural Dynamic Optimization for Control Systems. Part II. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B. Vol 31, pp 490-501, Aug. 2001.
- [10] Seong, C. Y. and Widrow, B. Neural Dynamic Optimization for Control Systems. Part III. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B. Vol 31, pp 502-513, Aug. 2001.
- [11] Hiler, J. R. y Martinez V.J. Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones. Madrid. Alfa Omega 1995.
- [12] Delgado, A. Inteligencia Artificial y Minirobots. Santa Fe de Bogotá. Ecoe Ediciones, 1998.