

SELECCIÓN DE UN SERVOMOTOR Y TRANSMISIÓN POR EL MÉTODO DE LAS POTENCIAS TRANSITORIAS

RESUMEN

En este trabajo se presenta la selección de un servomotor y de la transmisión adecuada para aplicaciones generales de actuador-transmisión-carga. La selección se realiza por medio de un método gráfico basado en el uso de los diagramas de Potencia transitoria contra energía cinética (diagrama $K-W$).

PALABRAS CLAVES: Servomotor, relación de transmisión, potencia transitoria, diagrama $K-W$.

ABSTRACT

In this work is presented the selection of a servomotor and its adequate transmission for general applications of actuator-transmission-load. The selection is realised by means of a graphical method based on the use of the diagrams of transient power versus kinetic energy (diagram $K-W$).

KEYWORDS: *Servomotors, transmission rate, transient power, $K-W$ diagram.*

HECTOR FABIO QUINTERO R

Ingeniero Mecánico, M. Sc.
Profesor Asociado
Universidad Tecnológica de Pereira
hquinte@utp.edu.co

GABRIEL CALLE T.

Ingeniero Mecánico, Ph.D.
Profesor Asociado
Universidad Tecnológica de Pereira
gcalle@utp.edu.co

ALEXANDER DIAZ A

Ingeniero Mecánico, Esp.
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
alexdiaza@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones modernas requieren de movimientos complejos, que resultan en cargas dinámicas altas para el motor. La selección de un motor apropiado se basa en las características de la carga, aunque también influyen otras características no técnicas como las económicas. Sin embargo, las características del motor afectan a la carga del motor con lo que se complica el análisis.

El problema consiste en determinar qué motores pueden o no realizar una tarea específica, y determinar el rango posible de relaciones de transmisión del reductor entre el motor y la carga.

Teóricamente, se requiere de una simulación para decidir la fiabilidad de cada combinación motor – transmisión – carga. Algunos estudios sugieren un criterio de selección para evitar la simulación pero estos no son frecuentemente aplicados. Pasch y Seering [1] asumen una carga inercial pura y calculan la relación de transmisión óptima y también optimizan la duración del movimiento entre dos puntos para un sistema conductor con límite de velocidad.

Obviamente la potencia máxima del motor debe ser mayor que la potencia pico demandada, pero esto no es una condición suficiente. La potencia física consiste de dos componentes, par y velocidad angular, y ambos están limitadas en un motor (actuador) real.

El acople de una transmisión entre el motor y la carga cambia la dinámica del motor. Una relación de transmisión grande, por ejemplo, reduce la influencia de las cargas externas sobre el comportamiento del motor. Al mismo tiempo, el motor tiene que girar a velocidades altas y genera aceleraciones mayores para el mismo

movimiento de salida y por lo tanto, se requieren mayores pares de inercia.

Vukobratovic et al. [2] investigan la selección de un motor de corriente directa. Los autores concluyen que los valores pico de potencia no son un adecuado criterio de selección. Ellos sugieren el cálculo de la relación de transmisión apropiada, sin embargo, su método es pesado. El método recursivo para la selección de actuadores en robótica en [3], esta restringido a una relación de transmisión fija.

Van Straete et al. [4,5] normalizan la expresión del par en el motor al dividir por la raíz cuadrada de la inercia del motor, de esta forma independizan los parámetros del motor de la transmisión y de la carga. Con esta metodología, los autores establecen un proceso de diseño del sistema conductor mediante un proceso gráfico en el que representan, por separado, las características de la carga y del motor.

En este trabajo se desarrolla un criterio de selección de motores que pueden conducir una carga determinada, y establece el rango de relación de transmisión del reductor. El criterio de selección en este trabajo separa las características del motor de las características de la carga y su representación gráfica facilita la revisión en relación con una carga determinada. Adicionalmente, especifica el rango de posibles relaciones de transmisión del reductor.

Las ventajas del criterio derivado en esta trabajo son: 1) su aplicabilidad a toda clase de cargas; 2) la separación de las características de la carga y del motor; y 3) la transformación de todos los ensayos dinámicos en una

representación gráfica, que puede ser utilizada en todos los motores.

2. LEY DE MOVIMIENTO

Se propone estudiar el caso en que se requiere desplazar la carga una distancia d_L , ó θ_L si es movimiento angular, en un tiempo T . El primer paso en la selección del sistema conductor y de la transmisión es la elección de la ley de movimiento adecuada. En la figura 1 se presenta la velocidad de la carga en función del tiempo según dos leyes de movimientos: 1) triangular, 2) trapezoidal. Ambas leyes deben cumplir con la condición del desplazamiento total, la cual se obtiene cuando el área bajo la curva de velocidad sea igual a d_L :

$$\int_0^T v_L(t) dt = d_L \quad \text{ó} \quad \int_0^T \omega_L(t) dt = \theta_L \quad (1)$$

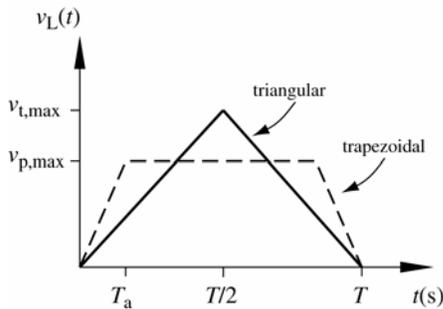


Figura 1. Ley de movimiento triangular y trapezoidal

En el caso triangular, se tiene que:

$$d_L = \frac{1}{2} v_{t,max} T \quad \text{ó} \quad v_{t,max} = \frac{2d_L}{T} \quad (2)$$

$$a_{t,max} = \frac{v_{t,max}}{T/2} = \frac{4d_L}{T^2} \quad (3)$$

donde $v_{t,max}$ y $a_{t,max}$ son, respectivamente, la velocidad máxima y aceleración máxima en la ley de movimiento triangular. En el caso de movimiento angular se reemplazan las variables lineales por sus equivalentes angulares.

En el caso trapezoidal se tiene:

$$d_L = \left(\frac{1}{2} v_{p,max} T_a \right) 2 + (T - 2T_a) v_{p,max} \quad (4)$$

$$= (T - T_a) v_{p,max}$$

ó

$$v_{p,max} = \frac{d_L}{T - T_a} \quad (5)$$

$$a_{p,max} = \frac{v_{p,max}}{T_a} = \frac{d_L}{(T - T_a) T_a}$$

siendo $v_{p,max}$ y $a_{p,max}$ son, respectivamente, la velocidad máxima y aceleración máxima en la ley de movimiento trapezoidal.

La velocidad y aceleración máxima se pueden formular en función del tiempo T , del desplazamiento d_L y de un coeficiente adimensional que depende de la forma de la ley de desplazamiento:

$$v_{max} = c_v d_L / T; \quad a_{max} = c_a d_L / T^2 \quad (6)$$

donde

$$c_v = \frac{T}{T - T_a} \quad \text{y} \quad c_a = \frac{T^2}{(T - T_a) T_a} \quad (7)$$

En la ley de desplazamiento triangular $T_a = T/2$, con lo que se obtiene $c_v = 2$ y $c_a = 4$.

3. SISTEMA MOTOR TRANSMISIÓN Y MOTOR

La figura 2 presenta la configuración del sistema motor-transmisión-carga.

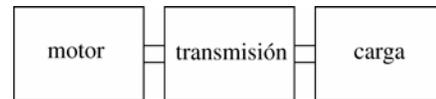


Figura 2. Sistema motor-transmisión-carga

Se pretende determinar la relación de transmisión óptima que minimice el par requerido por el motor para las condiciones establecidas. En la figura 3 se presentan los pares que actúan en cada uno de los componentes del sistema motor-transmisión-carga.

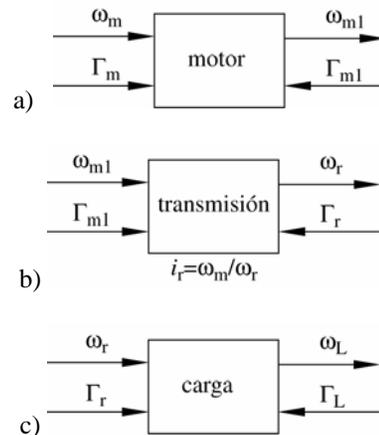


Figura 3. Momentos y velocidades angulares del sistema

Del análisis de potencias sobre motor, transmisión y carga se obtiene:

$$\Gamma_m \omega_m - \Gamma_{m1} \omega_{m1} = J_m \omega_m \alpha_m$$

$$\Gamma_{m1} \omega_{m1} - \Gamma_r \omega_r = J_{r,m} \omega_m \alpha_m \quad (8)$$

$$\Gamma_r \omega_r - \Gamma_L \omega_L = J_L \omega_L \alpha_L$$

siendo J_m y J_L las inercias del motor y de la carga, $J_{r,m}$ es la inercia de la transmisión reducida al eje del motor. Después de simplificar términos se obtiene el par requerido en el motor:

$$\Gamma_m = \frac{\Gamma_L}{i_r} + (J_L / i_r + (J_m + J_{r,m}) i_r) \alpha_L \quad (9)$$

La inercia de la transmisión no se conoce hasta después de seleccionar el motor, adicionalmente esta es relativamente pequeña comparada con la del motor y la de la carga por lo que se puede ignorar, es decir,

$$\Gamma_m = \frac{\Gamma_L}{i_r} + (J_L / i_r + J_m i_r) \alpha_L \quad (10)$$

4. OPTIMIZACIÓN DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN

Cuando el par debido a la dinámica de la carga es comparativamente mayor con respecto al par de las resistencias pasivas de la carga se puede simplificar la expresión del par motor:

$$\Gamma_m = (J_L / i_r + J_m i_r) \alpha_L \quad (11)$$

Para estas condiciones dinámicas, se puede obtener una relación de transmisión óptima que minimice el par motor:

$$\frac{d\Gamma_m}{di_r} = 0 = (-J_L / i_r^2 + J_m) \alpha_L \quad (12)$$

Con lo que se obtiene la relación óptima en vacío, $i_{O,opt}$:

$$i_{O,opt} = \sqrt{\frac{J_L}{J_m}} \quad (13)$$

Si el par debido a las resistencias pasivas es diferente de cero se tiene:

$$\frac{d\Gamma_m}{di_r} = 0 = -\frac{\Gamma_L}{i_r^2} + (-J_L / i_r^2 + J_m) \alpha_L \quad (14)$$

Con lo que se obtiene la relación óptima si el par de las resistencias pasivas es constante, $i_{L,opt}$:

$$i_{L,opt} = \sqrt{\frac{J_L \alpha_L + \Gamma_L}{J_m \alpha_L}} \quad (15)$$

5. SELECCIÓN DEL SERVOMOTOR

Cuando el par de las resistencias pasivas es pequeño o nulo, el máximo par del motor se obtiene cuando se alcanza la aceleración angular máxima. Al reemplazar en

la expresión del par motor en vacío (11) la relación de transmisión óptima, $i_{O,opt}$ (13) se obtiene:

$$\Gamma_{m,max} = (J_L / i_{O,opt} + J_m i_{O,opt}) \alpha_{L,max} \quad (16)$$

ó

$$\Gamma_{m,max} = (2\sqrt{J_L} \sqrt{J_m}) \alpha_{L,max} \quad (17)$$

De la expresión anterior (17) es posible separar los términos relacionados con las características del motor y de la carga:

$$\frac{\Gamma_{m,max}}{\sqrt{J_m}} = 2\sqrt{J_L} \alpha_{L,max} \quad (18)$$

Elevando al cuadrado la expresión anterior se obtiene:

$$\frac{\Gamma_{m,max}^2}{J_m} = 4J_L \alpha_{L,max}^2 \quad (19)$$

Con el propósito de dar una interpretación física a los términos de (19) se estudia ahora la potencia del motor.

$$W_m = \Gamma_m \omega_m = 2\sqrt{J_m J_L} \alpha_L \omega_L i_{O,opt} \quad (20)$$

Después de reemplazar en (20) la velocidad angular máxima, (6), la relación de transmisión óptima, (13), y después de simplificar se obtiene:

$$W_m = \frac{2c_v}{c_a} J_L \alpha_L^2 T \quad (21)$$

Al derivar respecto a T se obtiene:

$$\dot{W}_m = \frac{2c_v}{c_a} J_L \alpha_L^2 \quad (22)$$

El término $\dot{W}_{m,max} = \Gamma_{m,max}^2 / J_m$ es 4 veces la derivada respecto al tiempo de la potencia del motor en vacío para la ley de desplazamiento triangular. Por esta razón se le denomina *potencia transitoria del motor*. La potencia transitoria de la carga es:

$$\dot{W}_L = 4J_L \alpha_L^2 \quad (23)$$

Las máximas energías cinéticas del motor y de la carga se obtienen cuando alcanzan sus velocidades angulares máximas:

$$\begin{aligned} K_{m,max} &= \frac{1}{2} J_m \omega_{m,max}^2; \\ K_{L,max} &= \frac{1}{2} J_L \omega_{L,max}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

Algunas cantidades son conocidas, el momento de inercia de la carga y su ley de movimiento. Las siguientes relaciones deben cumplirse:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{L,max} &\leq \dot{W}_{m,max} \\ K_L &\leq K_m \end{aligned} \quad (25)$$

El significado físico de la última condición es evidente: debido a que $i_{o,opt}$ es la relación de transmisión que iguala la raíz cuadrada de la energía cinética alcanzada por la carga y el motor, la energía cinética de la carga, K_L , debe ser menor que la energía cinética que alcanza el motor, K_m .

La principal ventaja de este método es la independencia de la curva de carga de los parámetros específicos del motor. Con este método se puede coleccionar los datos de catálogos de motores, y en particular la energía cinética y la potencia transitoria de cada motor.

Se puede implementar una metodología en el que, con los datos de la carga, en particular su energía cinética y su potencia transitoria, se descarten los actuadores que no satisfagan ambas condiciones, y se elija entre las restantes con criterios como costo, precio, tamaño, etc.

En este punto, al seleccionar el motor se conoce la inercia del motor y por lo tanto la relación de transmisión en vacío óptima que permita la adecuada selección de la transmisión.

6. DIAGRAMAS K-W

Es posible obtener una representación gráfica que permita seleccionar el motor y definir la relación de la transmisión. En el diagrama se presenta en la abscisa la energía cinética y en la ordenada la potencia transitoria [6].

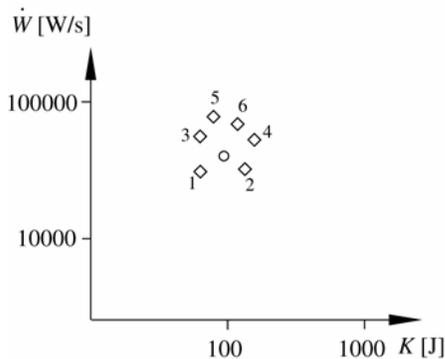


Figura 4. Diagrama K-W

En la figura 4 se representan diferentes motores (rombos) y la carga (circunferencia). Los motores que se descartan son los que se ubican por debajo de la representación de la carga. En este diagrama se representa la potencia transitoria máxima del motor, que se calcula con el par máximo, y su máxima energía cinética, que se calcula

con la velocidad angular máxima; ambos son datos tomados del catálogo. La carga se representa mediante su energía cinética máxima y su potencia transitoria máxima de acuerdo a la ley de movimiento establecida.

7. RANGO DE RELACIONES DE TRANSMISIÓN

La transmisión puede tener una relación de transmisión diferente a la relación de transmisión óptima en vacío, por lo que se requiere definir el rango de relación de transmisiones posibles para un motor. Como primer paso se define la relación entre la relación de transmisión y la relación de transmisión óptima:

$$k = \frac{i_r}{i_{o,opt}} \quad (26)$$

La velocidad angular del motor es:

$$\omega_m = \omega_L i_r = \omega_L i_{o,opt} k = \omega_{m,max} k \quad (27)$$

La energía cinética del motor es:

$$K_{m,max} = \left(\frac{1}{2} J_m \omega_{m,max}^2 \right) k^2 \quad (28)$$

El par debido a la dinámica del sistema es:

$$\Gamma_{m,max} = \left(J_L / (i_{o,opt} k) + J_m i_{o,opt} k \right) \alpha_{L,max} \quad (29)$$

Al reemplazar en la expresión anterior, la relación de transmisión óptima se obtiene:

$$\Gamma_{m,max} = \left(\sqrt{J_L} \sqrt{J_m} / k + \sqrt{J_L} \sqrt{J_m} k \right) \alpha_{L,max} \quad (30)$$

ó

$$\frac{\Gamma_{m,max}}{\sqrt{J_m}} = (k + 1/k) \sqrt{J_L} \alpha_{L,max} \quad (31)$$

La potencia transitoria del motor y carga son

$$\frac{\Gamma_{m,max}^2}{J_m} = \left(k + \frac{1}{k} \right)^2 J_L \alpha_{L,max}^2 \quad (32)$$

De esta forma se obtiene:

$$\dot{W}_{m,max} = \frac{\Gamma_{m,max}^2}{J_m} \quad (33)$$

$$\dot{W}_{L,max} = J_L \alpha_{L,max}^2 (k + 1/k)^2$$

La potencia transitoria de la carga tiene dos asíntotas:

$$\left(K_{L,max} k^2, J_L \alpha_{L,max}^2 k^2 \right)$$

$$\left(K_{L,max} k^2, J_L \alpha_{L,max}^2 (1/k)^2 \right)$$

con vértice en $(K_{L,max}, J_L \alpha_{L,max}^2)$

Ejemplo No 1

Un robot paletizador de sacos tiene una estructura de coordenadas cartesianas, en los tres movimientos.

- a) Desplazamiento vertical de la plataforma de carga de los sacos
- b) Movimiento lateral del carro del soporte de los ejes horizontales del desplazamiento del conjunto de la pinza
- c) Desplazamiento horizontal frontal del conjunto de la pinza

El conjunto de la pinza para la sujeción y transporte del saco tiene tres movimientos más

- d) Giro de la pinza según un eje vertical
- e) Elevación de la pinza en el saco de un valor ligeramente superior al tamaño del saco
- f) Apertura propia de la pinza

De los tres movimientos del conjunto de la pinza, el desplazamiento frontal es el mayor y el más rápido

Se demanda seleccionar el sistema de accionamiento del desplazamiento frontal del conjunto de la pinza basado en un servomotor. Los datos aproximados de partida de aquel estudio son:

Masa equivalente del carro porta cabezal $m_r = 250 \text{ kg}$
 Carrera del carro porta cabezal $d_r = 2,29 \text{ m}$
 Tiempo del movimiento $t_a = 1,5 \text{ s}$

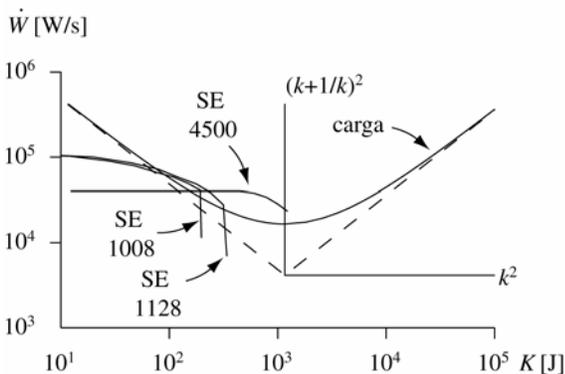


Figura 5. Diagrama K-W del ejemplo

En la figura 5 se presenta el diagrama K-W de la carga y de 3 servomotores (SE 1008, SE 1128, SE 45); las inercias de los servomotores son, respectivamente, 0,0022, 0,0036 y 0,009 kg m^2 . El servomotor SE 4500

permite un mayor rango para la selección de la transmisión, adicionalmente permite la selección de una transmisión con la relación de transmisión óptima.

Después de elegir el servomotor, se determina la relación de transmisión óptima lo que posteriormente permite seleccionar la transmisión del sistema. La relación de transmisión óptima se determina mediante (13).

$$i_{O,opt} = \sqrt{\frac{m_L}{J_m}} = \sqrt{\frac{250\text{kg}}{0,009\text{kgm}^2}} = 166,67\text{m}^{-1}$$

Como punto de operación del motor se elige aquel en que se presenta una relación de transmisión igual a 0,775 de la relación de transmisión óptima.

$$i_r = 0,775 i_{O,opt} = 129,17 \text{ m}^{-1}$$

En el punto de operación que se eligió el motor tiene una potencia transitoria adicional al requerido por la carga, figura 6. Esta potencia permite al motor a vencer las resistencias pasivas que se generan en la transmisión y en la carga, como también al requerido por la dinámica de la transmisión.

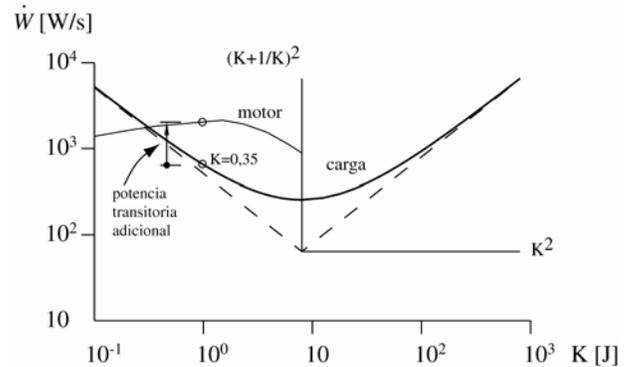


Figura 6. Punto de operación del servomotor

8. EFECTO DEL PAR DE LAS RESISTENCIAS PASIVAS EN LA CARGA

En esta sección se determina la influencia del par de las resistencias pasivas en la carga. Si se reemplaza la relación de transmisión óptima bajo carga, y después de simplificar términos, se obtiene el par motor cuando se tiene la relación de transmisión óptima:

$$\frac{\Gamma_m}{\sqrt{J_m}} = \left(\frac{J_L}{\sqrt{J_L + \Gamma_L / \alpha_L}} + \sqrt{J_L + \Gamma_L / \alpha_L} \right) \alpha_L + \frac{\Gamma_L}{\sqrt{J_L + \Gamma_L / \alpha_L}} \tag{34}$$

Si la relación de transmisión i_r es diferente a la óptima, $i_{L,opt}$, el par motor se calcula mediante:

$$\frac{\Gamma_m}{\sqrt{J_m}} = \left(\frac{J_L}{K\sqrt{J_L + \Gamma_L/\alpha_L}} + K\sqrt{J_L + \Gamma_L/\alpha_L} \right) \alpha_L + \frac{\Gamma_L}{K\sqrt{J_L + \Gamma_L/\alpha_L}} \quad (35)$$

Con esta expresión se independizan los parámetros del motor de los parámetros de la carga; de esta forma es posible utilizar el diagrama *K-W* de manera similar al caso en vacío. En este diagrama, la potencia transitoria del motor no se modifica; sin embargo, la potencia transitoria del motor es el cuadrado del termino del lado derecho con la ventaja que solo depende de los parámetros de la carga.

Ejemplo No 2

En la figura 7 se presenta la geometría de un brazo de masa $m=140$ kg, el momento de inercia alrededor del eje de giro *X* es de $3,8$ kg m². El brazo debe dar un giro de 1° en un tiempo de 1 s, esperar 1 s y repetir el ciclo hasta dar un giro completo.

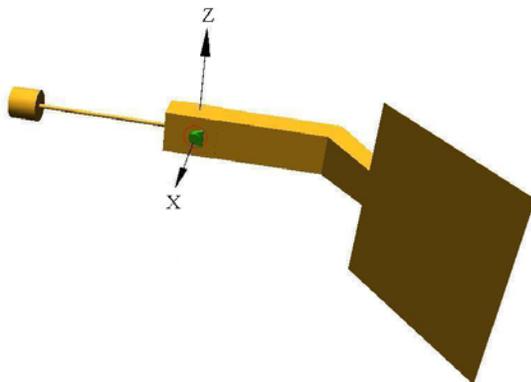


Figura 7. Brazo del ejemplo 2

El par debido a las resistencias pasivas, en esto caso por la fricción, se estima en $\Gamma_L = 35$ N m.

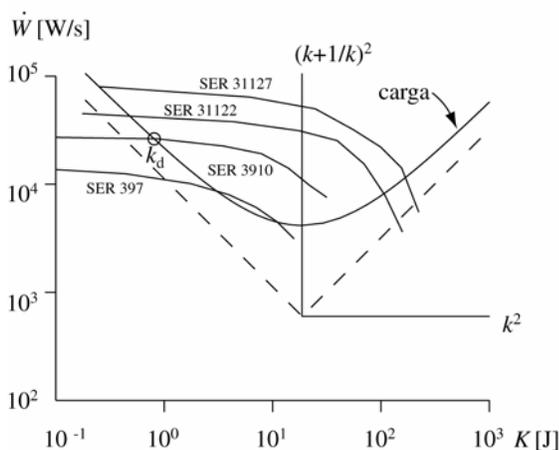


Figura 8. Brazo del ejemplo 2

En la figura 8 se representa el diagrama *K-W* del brazo y de cuatro servomotores. Entre las alternativas presentadas

se elige el servomotor SER 3910, el momento de inercia del motor es $J_m = 240$ kg mm². La aceleración angular máxima se obtiene mediante (3), $\alpha_{max} = 12,57$ rad/s²; la relación de transmisión optima se determina por (15), al reemplazar los valores se obtiene $i_{opt} = 202,87$. En la figura 8, se presenta el punto de operación con menor relación de transmisión, la constante $k_d = 0,2085$, permite establecer el rango de relaciones de transmisión que se puede seleccionar: $i = [k_d i_{opt} \ i_{opt}] = [42,29 \ 202,87]$

Es recomendable que el punto de operación seleccionado el motor disponga de una potencia transitoria adicional que permita vencer las resistencias pasivas que actúan en la transmisión.

9. CONCLUSIONES

El problema de selección de un sistema conductor para movimientos complejos involucra las características de la carga, la transmisión y del motor. En este artículo se desarrolla un método gráfico para la selección del motor y de la transmisión que independiza las características de la carga y del sistema motor – transmisión. Dada una carga determinada, el método permite determinar el rango de las posibles constantes de la transmisión.

Se presenta tanto el procedimiento gráfico cuando la influencia de las resistencias pasivas es pequeño como las expresiones que permiten representar gráficamente la potencia transitoria de la carga en el que se incluyen el efecto de las resistencias pasivas.

10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] PASCH, K; SEERING, W. On the drive System for High-performance machines. Trans. ASME, J. Mechanisms, Transmissions, Automat. Design. 106 (1984), pp 102-108.
- [2] VUKOBRATOVIC, M; POTKONJAK, V. Applied dynamics and CAD of manipulation robots, in Scientific Fundamentals of Robotics 6, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1985.
- [3] CHEDMAIL, P.; GAUTIER, M. Optimum choice of robot actuators, ASME J. Eng Ind, vol 112, no 4, pp. 361-367, Nov, 1990.
- [4] VAN DE STRAETE, HERMAN; DEGEZELLE, PASCAL; SCHUTTER, JORIS; BELMANS, RONNIE. Servo Motor Selection Criterion for Mechatronic Applications. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics 3 (1998) pp. 43-50.
- [5] VAN DE STRAETE, HERMAN; SCHUTTER, JORIS; BELMANS, RONNIE. An Efficient Procedure for Checking Performance Limits in Servo Drive Selection and Optimization. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics 4 (1999) pp. 378-386.
- [6] CUSIMANO GIANCARLO. A procedure for a suitable selection of Laws of Motion and Electric Drive Systems under Inertial Loads. Mechanisms and Machine Theory, 38 (2003) pp. 519-533.