

UNA MIRADA AL ÁLGEBRA LINEAL

RESUMEN

En este artículo se presentan los resultados del diagnóstico realizado a los estudiantes de ingeniería eléctrica, mecánica, industrial y sistemas y computación de la Universidad Tecnológica de Pereira, sobre las dificultades que ellos tuvieron en el momento de cursar la asignatura Álgebra Lineal y las falencias que presentaron cuando trataron de usar las herramientas que ella les aportó para solucionar problemas de otras asignaturas de matemáticas y de ingeniería. Además se presentan conclusiones y recomendaciones acerca del estudio.

PALABRAS CLAVES: Diagnóstico, dificultades, Álgebra Lineal, falencias, solución de problemas.

ABSTRACT

This paper presents the results of a survey performed on students of computer, electrical, mechanical and industrial engineering on the problems that they faced when studied on Linear Algebra and on the difficulties that they observed when tried to solve on other courses of mathematics and engineering. Also, the conclusions and recommendations are presented.

KEYWORDS: *performed, difficulties, Linear Algebra.*

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza del Álgebra Lineal suele hacerse de manera muy similar en las diferentes universidades colombianas, ella apunta a ser muy académica, independiente del plan de estudios en el que esté enmarcada la asignatura y lejos de la realidad, intereses y expectativas que tienen los alumnos a la que va dirigida.

El Álgebra Lineal, como es sabido, es uno de los pilares fundamentales de ingeniería, por la gran variedad de situaciones problemáticas que se resuelven con la herramienta que ésta aporta, esto nos ha motivado a realizar un estudio para diagnosticar las diferentes dificultades que los alumnos han presentado al momento de cursar esta asignatura y las falencias que se presentan cuando estos tratan de usarlas para solucionar problemas de otras asignaturas de Matemáticas y de Ingeniería.

2. METODOLOGÍA DE DIAGNÓSTICO

Para realizar el estudio se diseñó una encuesta con el propósito de obtener la información requerida, la cual fue aplicada personalmente a los estudiantes de ingeniería eléctrica, mecánica, industrial y sistemas y computación de la Universidad Tecnológica de Pereira, que cursaron y aprobaron la asignatura Álgebra Lineal entre el 2º semestre de 1999 y el 1º semestre de 2004 y que estaban al menos en 6º semestre de su carrera.

El método utilizado para determinar el tamaño de la muestra fue el *muestreo aleatorio simple*. Se tomó una

VIVIAN LIBETH UZURIAGA L.

Licenciada en Educación.
Ms.C. en Matemáticas.
Profesora Asociada
Universidad Tecnológica de Pereira
vuzuriaga@utp.edu.co

JHON JAIRO ARIAS M.

Economista Industrial.
Ms.C. en Administración
Económica y Financiera.
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
Jhonja@utp.edu.co

muestra piloto de 40 estudiantes, que permitió determinar el tamaño de muestra final, la cual fue de 78, de una población de 887 estudiantes, de acuerdo a la información suministrada por la oficina de Registro y Control de la Universidad. Además se estableció un nivel de confianza del 95% y un error de estimación del 10%.

2.1 Tabulación de la encuesta

Pregunta No. 1. ¿Usted recordó los conocimientos vistos en el curso de Álgebra Lineal para usarlos en otras asignaturas de Matemáticas?

SI

No.	Argumentación
11	Usé solución de sistemas, Matrices, Espacios Vectoriales y/o Transformaciones Lineales
8	Manejo buenas bases del tema
7	El profesor se preocupó por enseñarme a relacionar
3	Los conocimientos estaban frescos
2	Se manejaron temas acordes con los siguientes cursos
1	Supe resolver el problema propuesto usando lo visto en Álgebra Lineal
1	Una materia va ligada con otra
1	Aunque con mucha dificultad
1	La usé en Matemáticas III
1	Después de verla 3 veces se le quedan los conocimientos
4	No argumentaron
40	TOTAL

Tabla 1. Resultados de la pregunta No. 1

NO

No.	Argumentación
6	Los conceptos no estaban claros, las bases no fueron buenas
4	Estudiaba lo que necesitaba de Álgebra Lineal en las otras materias, repasaba en clase
4	Los conocimientos adquiridos fueron muy demostrativos y no dejaron ver las aplicaciones
3	No fui capaz de relacionarlos, no hubo asociación
3	Al inicio de cada materia el profesor hizo repaso de los conceptos de Álgebra Lineal
2	Mala enseñanza del profesor
2	Sólo recordé algunos temas
2	Sólo se fundamentaron las bases para el manejo de matrices.
1	Falta de mayor ejercicio mental
1	No estudié algunos temas de Álgebra Lineal, no vi todo el programa
1	Hace mucho tiempo vi la materia
1	Poco trabajo extractase para reforzar lo visto
1	Los usé porque repetí la materia
1	El curso es demasiado intenso
1	Campos vectoriales, trayectoria y ecuaciones diferenciales
6	No argumentaron
39	TOTAL

Tabla 2. Resultados de la pregunta No. 1

Pregunta No. 2. ¿Al cursar la asignatura de Álgebra Lineal, usted se dio cuenta en qué parte de su carrera podía usar lo aprendido?

SI

No.	Argumentación
5	Sistemas y matrices son muy usados en ingeniería
2	El profesor nos dio solución de problemas prácticos cotidianos
2	El profesor lo mencionó
2	Fui informado por compañeros que se usaba en otras materias
2	la solución de ecuaciones de cualquier tipo son la base fundamental del cálculo
1	Estuve interactuando con la solución de problemas matemáticos
1	Tenía una visión de la importancia de los conceptos allí vistos
1	Revisé el pensum y me di cuenta que la matemática es requisito de otras
1	Lo poco que usó tenía aplicación

No.	Argumentación
1	Lo usé en investigación de operaciones
1	También sirve para el desempeño de la docencia
1	Es necesario usarlo con otras materias
1	Aunque es muy poco lo que se utiliza
1	Se usa en física I
1	No argumentó
23	TOTAL

Tabla 3. Resultados de la pregunta No. 2

NO

No.	Argumentación
33	El profesor nunca mencionó su uso en otras materias, no mostró su uso práctico
7	El profesor sólo se enfocaba en demostraciones y no en aplicaciones
1	No sabía como llevar ese conocimiento al futuro
1	No hubo una proyección de la materia
1	Pensó que no los iba a utilizar
1	El profesor fue mecánico y no dijo para que servía
1	El curso no se orientó con aplicaciones para materias de facultad
11	No argumentaron
56	TOTAL

Tabla 4. Resultados de la pregunta No. 2

Pregunta No. 3. ¿Recordó los conocimientos adquiridos en el curso de Álgebra Lineal para resolver problemas en asignaturas propias de su carrera?

Respuesta	Opción seleccionada	No.
SI	Los recordé y usé sin dificultad	11
NO	El profesor tuvo que volver a explicar los conceptos de Álgebra Lineal y los usé sin problemas.	28
	El profesor tuvo que volver a explicar los conceptos de Álgebra Lineal y además tuve que estudiarlos otra vez.	40
	Total	79

Tabla 5. Resultados de la pregunta No. 3

Pregunta No. 4. Seleccione cuál o cuales de los siguientes temas del curso de Álgebra Lineal usó para resolver problemas o entender nuevos conceptos de otras asignaturas.

No.	Temas seleccionados
77	Sistemas de ecuaciones lineales
76	Matrices
69	Determinantes
21	Base de un espacio vectorial
34	Transformaciones lineales
48	Valores y vectores propios

Tabla 6. Resultados de la pregunta No. 4

Pregunta No. 5. ¿Cuándo usted cursó la asignatura de Álgebra Lineal usó la calculadora o un programa de computador?

SI

No.	Argumentación
29	Hacer cálculos básicos
8	Agilizar los procedimientos
2	Usar los resultados para hacer conclusiones en un ejercicio
1	El profesor explicó Matemática y sirvió para reforzar los conceptos del curso
1	Hacer ejercicios y reforzar conocimientos
1	Facilita la aplicación de los conceptos
42	TOTAL

Tabla 7. Resultados de la pregunta No. 5

NO

No.	Argumentación
7	No fue necesario
5	No tenía calculadora
4	No sabía programar
4	No conocía un programa que sirviera
3	El curso se enfocaba a demostrar conceptos
3	El profesor no los dejó utilizar
2	No sabía manejar computador ni calculadora
2	El objetivo del curso era hacer todo manualmente
2	No estaba dentro de la metodología del profesor
2	No sabía que habían métodos computacionales para esto
1	No hicimos ejercicios numéricos
1	Se requiere adquirir habilidades en el manejo y la calculadora agiliza el proceso
1	El curso fue muy malo
37	TOTAL

Tabla 8. Resultados de la pregunta No. 5

Pregunta No. 6. ¿Cuántas veces cursó la asignatura de Álgebra Lineal para aprobarla (incluyendo las veces que la canceló)? Indique las causas que le dificultaron el aprendizaje

- Cursaron la asignatura de Álgebra Lineal 1 sola vez

No.	Opiniones y sugerencias
36	Los temas deben ser más prácticos, deben ser orientados para estudiantes de ingeniería y no como para estudiantes de matemáticas, se deben relacionar con aplicaciones futuras de la carrera y no ser tan demostrativos.
1	El texto usado no facilitaba el aprendizaje, era muy demostrativa y por tanto desmotivaba.
1	Las evaluaciones eran puras demostraciones y no hubo motivación, pues nunca se mostraron aplicaciones.
1	Las clases deben ser apoyadas por computador para usar programas, como Matlab, que ayuden a manejar otros conceptos.
39	No opinaron

Tabla 9. Resultados de la pregunta No. 6

- Cursaron la asignatura de Álgebra Lineal 2 veces

No.	Opiniones
12	La metodología del profesor no permitía que el alumno aprendiera.
3+3	Falta de bases para iniciar el curso
2+2	La materia es muy abstracta, faltó mostrar aplicaciones
2+2	Faltó motivación
2+1	Falta de atención, de estudio y concentración
1	Faltaron ejercicios extraclase que ayudaran a reforzar lo visto
2	No opinaron
24	TOTAL

Tabla 10. Resultados de la pregunta No. 6

- Cursaron la asignatura de Álgebra Lineal 3 veces

No.	Opiniones
6	La metodología del profesor
1	Falta de bases para iniciar el curso
1	Falta de estudio
7	TOTAL

Tabla 11. Resultados de la pregunta No. 6

2.2 Análisis de la información

- 1) El 50% de los estudiantes recuerdan los conceptos vistos en Álgebra Lineal en el momento de usarlos para solucionar problemas propuestos en Matemáticas III, o Ecuaciones Diferenciales, o en Métodos Numéricos o en otras asignaturas de Matemáticas. De los que recordaron, el 47.5% lo atribuyen a la metodología usada por el profesor, la cual les ayudaba a relacionar lo visto con las asignaturas siguientes de Matemáticas.

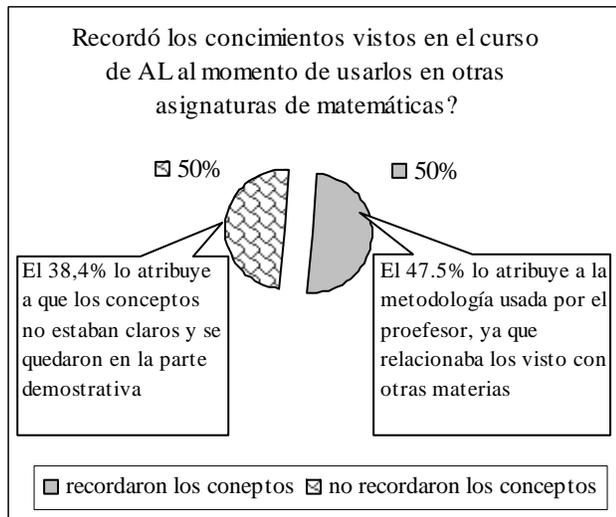


Figura 1. Recordación de los conocimientos de Álgebra.

- 2) De los que manifestaron no recordar los conceptos en el momento de usarlos, el 38.44%, lo atribuyen a que los conceptos no estaban claros porque no hubo asociación de la asignatura con otras áreas e igualmente que el docente se quedó en la parte demostrativa, no mostró aplicaciones. Respuesta que es ratificada en la segunda pregunta, cuando el 79.89% afirman que no se les indicó en donde podían usar o aplicar los temas vistos.
- 3) El 29.11% de los estudiantes afirman que se dieron cuenta de la importancia y el uso que tienen las herramientas del Álgebra Lineal para otras asignaturas, por medio de la metodología que usó el profesor y a la información suministrada por compañeros de semestres superiores.
- 4) En la pregunta No. 3, que hace referencia a: los estudiantes recuerdan los conocimientos adquiridos en el curso de Álgebra Lineal para resolver problemas en asignaturas propias de su carrera. El 86% afirmó no recordarlos, el profesor de la asignatura de ingeniería se vio obligado a volver a explicarlos; esto puede obedecer a que el 79.89% de los estudiante encuestados expresaron que el docente no mencionó las aplicaciones que tenía esta asignatura en su carrera, de modo que el estudiante la concibe como un universo de temas que se encuentran fragmentados y separadas, sin observar alguna relación entre sí y los aportes que ella presta al momento de modelar o solucionar problemas de ingeniería.
- 5) De la pregunta No. 4, seleccione cuál o cuales de los siguientes temas del curso de Álgebra Lineal usó para resolver problemas o entender nuevos conceptos de otras asignaturas, se concluye que todos los temas allí vistos, son usados por ellos en algún momento del desarrollo de su carrera, esto permite concluir que

el contenido del curso es el adecuado para las necesidades de ingeniería.

La pregunta No. 5, cuando usted cursó la asignatura de Álgebra Lineal usó calculadora o un programa de computador, el 6.3% manifestó haber usado calculadora y algún software para resolver ejercicios propios de la asignatura, que a la vez le permitieron reforzar los conceptos allí propuestos. Mientras que el 46.8% los usaron sólo para hacer cálculos básicos, porque el curso fue orientado a hacer demostraciones y a resolver ejercicios manualmente.

El 93.7% de los estudiantes no usaron programas que le permitieran hacer y solucionar ejercicios prácticos. Situación que está relacionada con las respuestas obtenidas en la pregunta No. 2

- 7) De los estudiantes encuestados, se encontró que el 60.7% aprobaron la asignatura cuando la cursaron por primera vez, el 30.4% la vieron dos veces antes de aprobarla y el 8.9% tuvo que cursarla tres veces.

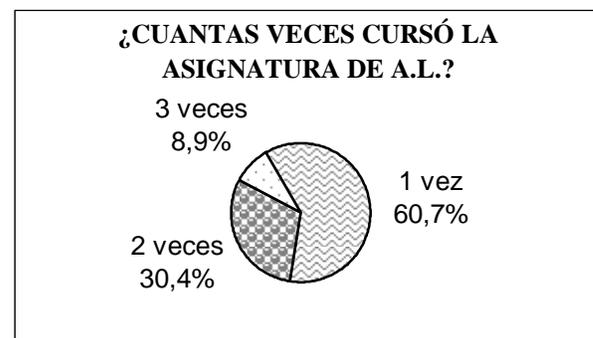


Figura 2. Número de veces que se cursó la materia.

- 8) De los estudiantes que perdieron la materia, el 71% afirman que se debe a la metodología usada por el profesor y el 22.8% lo atribuye a la falta de bases.

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El hecho que las clases del curso de Álgebra Lineal hayan sido demostrativas y sin aplicaciones a ingeniería, puede explicar porque los estudiantes no recuerdan los conceptos vistos en el momento de usarlos en otras asignaturas. El no establecer este tipo de relaciones, contribuye a no favorecer el aprendizaje y se compromete la situación motivacional del estudiante. Llegando a considerar el curso como un requisito que le impone su pensum, sin valor académico para las asignaturas de su carrera.

Además, no son concientes del valor que aporta la matemática para el desarrollo y madurez del pensamiento.

Las consideraciones anteriores se soportan en las componentes del Aprendizaje Desarrollador, Activación-Regulación, Significatividad y Motivación por aprender. En este caso particular, la Significatividad se entiende, en un sentido amplio: aprender con una expresa intención de dar sentido personal (Leontiev, 1976), o significado (Ausubel, 1979) a aquello que se aprende, (re) construyendo el conocimiento de manera personal, individual. Y atendiendo a los tipos de significatividad conceptual, relacionando los nuevos conocimientos con los que ya posee; la significatividad experiencial, estableciendo la relación de lo nuevo con la experiencia cotidiana, del conocimiento y la vida, de la teoría con la práctica; la significatividad afectiva, en la cual se hace relación entre los nuevos contenidos y el mundo afectivo-motivacional del alumno¹.

Las conclusiones obtenidas a partir de la pregunta No. 5, mostró la posibilidad de usar un medio que permitiera contextualizar los contenidos del curso. Lo que podría llevar a despertar y mantener la motivación del estudiante durante el desarrollo de la materia y a potenciar su aprendizaje.

Consideración que está enmarcada dentro de la componente Motivación por aprender del Aprendizaje Desarrollador. Pues cabe resaltar que cuando se está motivado, el deseo por aprender es intrínseco; ya que le despierta el interés por la búsqueda de los fundamentos del mismo.

Además, el hecho que el estudiante de ingeniería se de cuenta de la herramienta que le aporta la matemática para resolver problemas de su carrera, le permite dar el valor y la importancia que la matemática tiene. También, se dará cuenta de como le ayuda a madurar su forma de pensar, en la medida en que transcurre su ciclo básico en donde aprende a ser argumentativo, propositivo y en algunos casos demostrativo.

Es indispensable en gran medida para que los conceptos tratados en el curso de álgebra lineal sean de alguna manera duraderos, que el proceso de enseñanza se realice de una forma significativa. En sentido general y amplio, un aprendizaje significativo es aquel que, partiendo de los conocimientos, actitudes, motivaciones, **intereses**, y experiencia previa del estudiante hace que el nuevo contenido cobre para él un determinado sentido. El aprendizaje significativo potencia el establecimiento de relaciones: relaciones entre aprendizajes, relaciones entre los nuevos contenidos y el mundo afectivo y motivacional de los estudiantes, relaciones entre los conceptos ya adquiridos y los nuevos conceptos que se forman, relaciones entre el conocimiento y la vida, entre

la teoría y la práctica. **“A partir de esta relación significativa, el contenido de los nuevos aprendizajes cobra un verdadero valor para el estudiante, y aumentan las posibilidades de que dicho aprendizaje sea duradero, recuperable, generalizable y transferible a nuevas situaciones” (características esenciales de un aprendizaje eficiente)**².

Lo anterior se puede lograr mediante la ilustración del curso con ejercicios prácticos que despierten el interés del estudiante en la materia, más aun ahora que se habla de formación basada en competencias.

Es importante identificar los desempeños idóneos que se van a formar con un programa o asignatura, una vez realizado se debe proceder a describirlos con exactitud y en términos que realmente puedan ser formados por la asignatura, con los recursos disponibles, integrando teoría y práctica.

Es indiscutible que la aplicación de conocimientos en distintas situaciones es de gran importancia para el desarrollo de la capacidad intelectual de los alumnos y ayuda en el desarrollo de una actividad mental dinámica, la cual según J. A. Samarin, representa “el desarrollo de un estilo racional de trabajo mental”.

Cuando el estudiante afirma que no tiene las bases suficientes para afrontar el curso de Álgebra Lineal, se puede asociar a la falta de madurez en su pensamiento. La mayoría de los estudiantes que ingresan a la Universidad Tecnológica de Pereira aún tienen un pensamiento concreto y la asignatura requiere de abstracción; y el curso de Cálculo Diferencial, previo al Álgebra Lineal, no ofrece esta oportunidad. Por tanto, se recomienda que el curso previo al Álgebra Lineal, debe contener temas básicos de Lógica Proposicional y Teoría de Conjuntos.

Como **conclusión final**, los estudiantes de las carreras de ingeniería buscan conocimientos que les permitan acercarse al mundo tecnológico, por esta razón ellos centran más su atención e intereses en asignaturas que les proporcionan estas herramientas, más que en aquellas asociadas a las matemáticas. Por tal motivo, los docentes de matemáticas, sin perder el rigor que esta exige, deben idear y buscar metodologías que le permitan al alumno dentro de sus expectativas darse cuenta de la importancia que les aporta los conocimientos matemáticos y en particular el Álgebra Lineal para resolver y generalizar situaciones que se le presentarán en su desarrollo profesional.

¹ Castellanos Simons Doris y otros. Hacia una concepción del Aprendizaje Desarrollador. Centro de Estudios Educativos, Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Colección Proyectos, La Habana 2001. Págs. 62-64.

² Castellanos Simons Doris y otros. Hacia una concepción del Aprendizaje Desarrollador. Centro de Estudios Educativos, Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Colección Proyectos, La Habana 2001. Págs 45-46.

4. BIBLIOGRAFÍA

[1] ANDRADAS Carlos. Artículo “*Mesa redonda sobre la enseñanza de las Matemáticas _ algunas reflexiones_*”. 2000.

[2] CASTELLANO SIMONS, Doris, CASTELLANO., Beatriz., LLIVINA LAVIGNE, Miguel Jorge., SILVERIO GÓMEZ, Mercedes., REINOSO CAPIRO, Carmen., GARCÍA SÁNCHEZ, Celina. Aprender y enseñar en la escuela _ Una concepción desarrolladora_. Editorial pueblo y educación. La Habana Cuba, 2005.

[3] CASTELLANO SIMONS, Doris., CASTELLANO, Beatriz., LLIVINA LAVIGNE, Miguel Jorge., SILVERIO GÓMEZ., Mercedes., REINOSO CAPIRO, Carmen., GARCÍA SÁNCHEZ, Celina. Hacia una concepción del Aprendizaje Desarrollador. Colección proyectos. Centro de estudios educacionales Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana Cuba, 2001.

[4] GONZÁLEZ AGUDELO, Elvia María. La investigación formativa o acerca del desarrollo de competencias científicas en la educación superior. I Encuentro internacional de Educación Superior: Formación por competencias. Medellín, Junio de 2005.

[5] MONTERO MORALES, José Antonio., MARTÍNEZ MARROQUÍN, Elisa., MORÁN MORENO, José Antonio., ALÍAS PUJOL, Francesc., RODRÍGUEZ OLIVER, Jordi. Artículo “*ALGTEC: Un complemento a la enseñanza del Álgebra Lineal en carreras de ingeniería de telecomunicaciones*”. III conferencia internacional sobre educación, formación, nuevas tecnologías y e-learning empresarial Virtual Educa, Valencia, Junio 2002.

[6] MONTERO MORALES, José Antonio, ESCUDERO Nuria., PAJARES, Francisco Javier., GARCÍA, Oscar., MORÁN, José Antonio. Artículo “*Implantación de una metodología constructivista en la docencia del Álgebra en ingeniería*”, Junio 2002.

[7] TOBÓN TOBÓN, Sergio. Apuntes diplomado Diseño microcurricular basado en competencias orientado. Universidad Cooperativa de Colombia. 2005.

[8] STRESIKOSIN, Vladimir. Sobre la organización del proceso didáctico. Editorial pueblo y educación. Tercera edición. La Habana Cuba, 1976.

<http://ochoa.mat.ucm.es/~guzman/00edumatuniv/carlosandradas.htm>