

CAPACIDAD DE CARGA DE CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS: Norma ISO/TS 13725 “HYDRAULIC FLUID POWER –CYLINDERS- METHOD FOR DETERMINING THE BUCKLING LOAD”.

RESUMEN

Se presenta este artículo con el objetivo de permitir una fácil interpretación de las formulaciones planteadas en la *NORMA ISO/TS 13725* para el cálculo de la carga admisible de pandeo, con el fin de ser aplicada de una manera rápida y sencilla en el campo del diseño, fabricación, selección y verificación de cilindros oleohidráulicos. Se plantea un ejemplo de aplicación con un cilindro en particular, tratando de correlacionar los valores ofrecidos por la ecuación de Euler (actualmente aplicada) y los obtenidos con la Norma. Esto, con el fin de identificar los efectos que puedan tener algunos parámetros que la Norma tiene en cuenta, sobre las cargas admisibles del cilindro.

PALABRAS CLAVES: Pandeo, cilindros oleo hidráulicos, flexión.

ABSTRACT

The Objective of this article is permit an easy interpretation of the formulations raised in the norm for the calculation of the admissible load of buckling, to be applied in a fast and simple way in the field of the design, manufacture, selection and verification of hydraulic cylinders. An example of application with a cylinder considers, treating to correlate the values offered by Euler equation (at the moment applied) and the obtained ones with the Norm. The purpose is to identify the effects that can have some parameters that the Norm considers, on the permissible loads of the cylinder.

KEYWORDS: Buckling, hydraulic cylinders, bending moment.

1. INTRODUCCIÓN

Desde siempre los fabricantes y la industria de cilindros hidráulicos en general, con respecto a la carga de pandeo, han hecho uso de la fórmula de Euler de pandeo:

$$F_{Euler} = \frac{\pi^2 E_{vast} I_{vast}}{\eta \cdot L_{e}^2}$$

cuyos parámetros son tomados como:

- F_{Euler} : Carga de pandeo de Euler del cilindro oleohidráulico.
- E_{vast} : Módulo de elasticidad del material del vástago.
- I_{vast} : Momento de inercia de la sección transversal del vástago ($\pi d^4/64$).
- η : Factor de seguridad que depende de la aplicación del cilindro, y oscila entre 2 y 5.
- L_{e} : Longitud equivalente o longitud libre de pandeo que depende del montaje del cilindro (tipo de sujeción), y de la longitud total (tomada en la posición de carrera máxima), de acuerdo a la fig. 1. En este caso $L_e = S_k$.

Situaciones según Euler				
	Caso 1	Caso 2 (bóveda)	Caso 3	Caso 4
Definiciones según Euler	Un extremo libre, un extremo fijo.	Dos extremos articulados.	Un extremo articulado, un extremo fijo.	Dos extremos fijos.
Gráfico				
Longitud libre de pandeo	$S_k = 2L$	$S_k = L$	$S_k = 1.5L$	$S_k = 0.5L$
Situación de montaje del cilindro				
		Indicación: Guiado cuidadoso de la carga, posible bloqueo.		Indicación: Evitar, evitar, que posea libertad de bloqueo.

Figura 1. Longitud equivalente para cilindros oleohidráulicos con diversas condiciones de soporte.

Fecha de Recepción: 31 Mayo de 2005
 Fecha de Aceptación: 15 Noviembre de 2005

ESTEVE CODINA

Ingeniero Industrial, Ds.C
 Catedrático,
 Universidad Politécnica de Cataluña
 ecodina@mf.upc.es

EDGAR SALAZAR

Ingeniero Mecánico, MSc.
 Profesor UTP.
 Estudiante Doctorado,
 Universidad Politécnica de Cataluña.
 edgar.salazar@mf.upc.es

Es de tener en cuenta que tal ecuación fue propuesta por Euler en 1744, basada en el análisis de columnas ideales rígidas de sección constante, cuya carga es aplicada a través del centroide de la barra. Aún así, a partir de la fecha, diversos autores han hecho modificaciones con base a un análisis teórico-experimental de columnas reales, notándose una reducción, con respecto a Euler, de las cargas críticas de pandeo planteadas.

Este criterio (Euler) no considera otros factores que se presentan con normalidad en diversas aplicaciones de los cilindros, como son excentricidad de la carga aplicada, fricción de los apoyos o de elementos en contacto, peso propio del actuador, juegos e imperfecciones en la conexión vástago-cilindro, etc.; que aunque con una buena precisión en la fabricación y montaje, deben ser parámetros a considerar, puesto que cualquier valor de estos puede desarrollar momentos progresivos que, en combinación con la carga aplicada, pueden generar cargas críticas que tienden a facilitar la generación del pandeo en el cilindro. Es por esto que se hace necesario considerar los efectos que no se han tenido en cuenta en el diseño de cilindros hidráulicos, como factores importantes en la determinación de su capacidad de carga.

2. Norma ISO/TS 13725 (2001) (Hydraulic fluid power –Cylinders- Method for determining the buckling load)

Esta Norma ha sido desarrollada por el comité técnico ISO/TC 131, 'Fluid Power System', subcomité SC3, 'Cylinders' y plantea un método para la determinación de la carga de pandeo de los cilindros hidráulicos, la cual:

- Toma en cuenta la completa geometría del cilindro, es decir, no trata al cilindro como una barra equivalente.
- Puede ser extendida para ser usada en diversos tipos de montaje, estos son:
 - bi - apoyado (apoyo articulado en cilindro y vástago).
 - Fijo en cilindro y articulado en vástago.
 - Articulado en cilindro y fijo en vástago (movimiento lineal sin rotación).
 - Fijo en cilindro (empotrado) y fijo en vástago (mvto lineal sin rotación).
 - Fijo en cilindro (empotrado) y libre en vástago.
 - Fijo en cilindro y libre en vástago (sin rotación en extremo, adaptación fija a la carga).
- Toma en cuenta una posible excentricidad en la aplicación de la carga.
- Toma en cuenta el peso del actuador, es decir, no desprecia las cargas laterales aplicadas sobre el actuador e incluye un factor de seguridad, k .
- Considera desalineamientos, en el plano de acción del peso del cilindro.

2.1 Definiciones preliminares

Para el análisis mecánico del actuador, es necesario identificar los siguientes términos:

Carga crítica de pandeo: Carga tal que, en condiciones ideales (carga centrada), llevaría el cilindro a colapso total por pandeo.

Carga máxima admisible: Carga que genera la tensión máxima admisible.

Tensión máxima: Es la tensión mayor que se genera a lo largo del vástago con la aplicación de una carga axial. En un montaje real puede surgir una excentricidad (que debe considerarse) del punto de aplicación de la carga con respecto al centroide del cilindro.

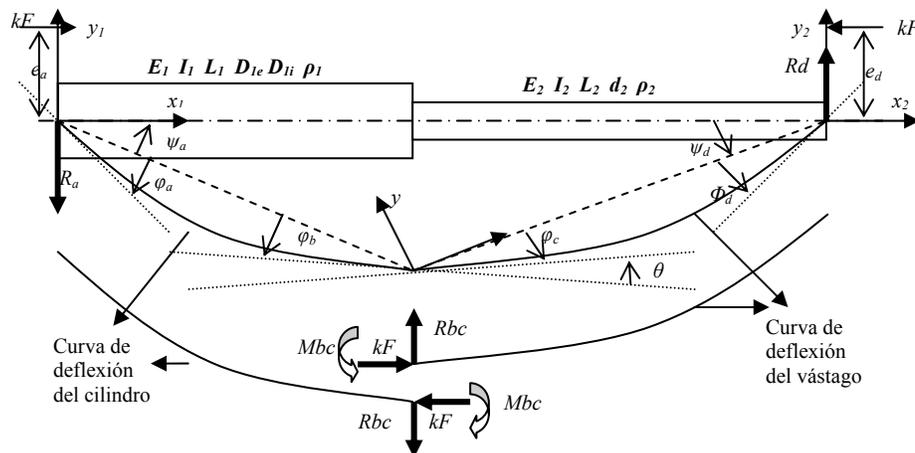


Figura 2. Esquema de un cilindro oleohidráulico no deformado y deformado, con la aplicación de una carga axial. Coordenadas, cargas externas, de reacción y parámetros geométricos.

Tensión límite: Tensión de falla del cilindro. El usuario decide el valor de esta tensión. Un valor apropiado es la tensión de fluencia del material, aunque podría considerarse la tensión en el límite de proporcional del material.

Tensión máxima admisible: Tensión máxima que puede soportar el vástago, antes (de acuerdo a un valor de seguridad) que la tensión límite se genere. El factor de seguridad k , será el parámetro que defina la relación entre la carga máxima admisible y la carga real aplicada.

Tensión máxima admisible a compresión simple: Carga máxima admisible/Área del vástago

2.2 Formulaciones

Las formulaciones se basan en el análisis de equilibrio tanto del vástago como del cilindro, considerando las deformaciones que puedan generarse debidas a la aplicación de grandes cargas. Aunque la Norma se extiende a la aplicación de actuadores con distintas formas de apoyo, se presenta el análisis para apoyos simples en los extremos (bi-apoyado, caso 2, Fig. 1); ya que, además de tener una amplia aplicación industrial, es un montaje crítico con respecto a los demás, en relación a la carga de pandeo. Esta metodología de análisis para el planteamiento de las ecuaciones es general para el análisis de cilindros con las demás condiciones de soporte.

El esquema de la Figura muestra un cilindro oleohidráulico, con deformación debida a la aplicación de una carga excéntrica F . Los parámetros, cargas externas y de reacción mostradas, son empleadas para el análisis de equilibrio tanto del vástago como del cilindro. Se considera además un factor de seguridad k y un valor de excentricidad $e_a = e_d$ del punto de aplicación de la carga. Se determina inicialmente la expresión que gobierna la carga crítica de pandeo y posteriormente la tensión máxima como criterio en la determinación de la carga máxima admisible.

2.2.1 Carga crítica de pandeo

Para este análisis se toman como referencia las coordenadas x_1-y_1 (cil) y x_2-y_2 (vást) de la Figura . La ecuación de equilibrio para cilindro y vástago, con una carga aplicada F es:

$$E_1 I_1 \frac{d^2}{dx_1^2} y_1(x_1) = -kF y_1(x_1), \quad E_2 I_2 \frac{d^2}{dx_2^2} y_2(x_2) = -kF y_2(x_2) \quad (1)$$

La solución tiene la forma:

$$\begin{aligned} y_1 &= C11 \text{sen}(q_1 x_1) + C12 \cos(q_1 x_1) \\ y_2 &= C21 \text{sen}(q_2 x_2) + C22 \cos(q_2 x_2) \end{aligned} \quad \text{donde}$$

$$q_1 = \sqrt{kF/E_1 I_1} \quad \text{y} \quad q_2 = \sqrt{kF/E_2 I_2} \quad (2)$$

Con condiciones de contorno:

$$y_1(0) = y_2(0) = y_1''(0) = y_2''(0) = 0, \quad \text{debido a desplazamiento y momento flector nulo en los apoyos, se obtiene: } C12 = C22 = 0; \text{ y a partir de } y_1(L_1) = y_2(-L_2) \text{ en el punto de conexión, se tiene que:}$$

$$C11 \text{sen}(q_1 L_1) + C21 \text{sen}(q_2 L_2) = 0 \quad (3)$$

Del vástago de la Figura se tiene además que: $M_{bc} = kF \cdot y_2(-L_2)$ [y_2 evaluado en $-L_2$].

El comportamiento en la sección de vástago dentro del cilindro se representa como un sistema simple apoyado, con presencia de un momento M_{bc} (Fig. 3 Figura), que es función del ángulo θ (ángulo entre pendientes en el punto de conexión, Fig. 2).

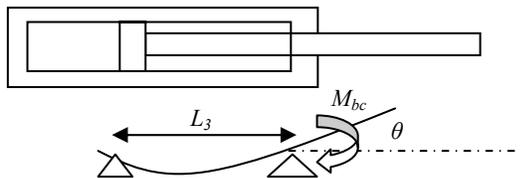


Figura 3. Relación entre momento en punto de conexión vástago-cilindro M_{bc} con ángulo θ .

De acuerdo a esta configuración: $\theta = -\frac{M_{bc} L_3}{3E_2 I_2}$ [2] en

donde θ es el ángulo entre las pendientes de las curvas de deflexión en el punto de conexión b,c (Fig. 2), esto es:

$$\frac{dy_1(L_1)}{dx_1} - \frac{dy_2(-L_2)}{dx_2} = \theta. \text{ De esta manera:}$$

$$C21 \left(-q_2 \cos(q_2 L_2) + \frac{kF \text{sen}(q_2 L_2) L_3}{3E_2 I_2} \right) + C11 q_1 \cos(q_1 L_1) = 0 \quad (4)$$

El sistema se vuelve crítico una vez las deflexiones tienden a infinito; esto se logra, cuando el determinante de coeficientes del sistema de ecuaciones (3) y (4) tiende a cero. Así, la carga crítica de pandeo es aquella que satisface la ecuación (5).

$$kFL_3 s_1 s_2 - 3E_2 I_2 q_1 c_1 s_2 - 3E_2 I_2 q_2 c_2 s_1 = 0 \quad (5)$$

Donde:

$$s_1 = \text{sen}(q_1 L_1) \quad s_2 = \text{sen}(q_2 L_2) \quad c_1 = \cos(q_1 L_1) \quad c_2 = \cos(q_2 L_2)$$

2.2.2 Carga máxima admisible

En las formulaciones se asume el vástago como el elemento crítico del actuador, es decir, es el elemento que llegará con más facilidad a la tensión máxima, o aquel donde se generan las mayores tensiones (debido a su menor rigidez con respecto al cilindro).

No necesariamente la carga crítica de pandeo, será una carga de diseño confiable, debido a que en muchos casos, aún cargas menores sobrepasan las tensiones permisibles del material. Por esto, es necesario determinar la carga máxima admisible, con base en la tensión máxima, definida como:

$$\sigma_{\max} = \frac{4kF}{\pi d_2^2} + \frac{32M_{\max}}{\pi d_2^3} \quad (6)$$

Tensión máxima que se alcanzará en las fibras del lado cóncavo del vástago una vez flexionado, soportando tensiones tanto de compresión como de flexión.

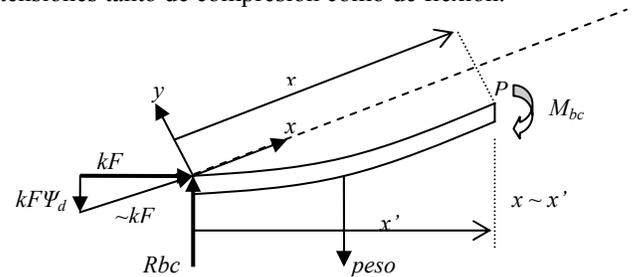


Figura 4. Diagrama de cuerpo libre sección vástago (ver Figura).

La ecuación de equilibrio para el vástago (tomando momentos en P , coordenadas $x-y$), de acuerdo al diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 4, y teniendo en cuenta su peso, es:

$$E_2 I_2 \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\rho_2 \pi d_2^2 g}{8} x^2 + (R_{bc} - kF \psi_d) x - M_{bc} - kF y \quad (7)$$

Cuya solución ($y = y_h + y_p$) tiene la forma:

$$y = C1 \text{sen}(q_2 x) + C2 \cos(q_2 x) + C3 x^2 + C4 x + C5 \quad (8)$$

Donde

$$C3 = -\frac{\rho_2 \pi d_2^2 g}{8}, \quad C4 = \frac{(R_{bc} - kF \psi_d)}{kF}, \quad C5 = \frac{1}{kF} \left(-M_{bc} + \frac{\rho_2 \pi d_2^2 g E_2 I_2}{4kF} \right)$$

Las condiciones de contorno, debido a deflexión nula $y(0) = y(L_2) = 0$ generan:

$$C2 = -C5$$

$$C1 = \frac{1}{kF \text{sen}(q_2 L_2)} \left\{ -R_{bc} L_2 + kF C5 [\cos(q_2 L_2) - 1] + kF L_2 \psi_d + \frac{\rho_2 \pi d_2^2 g L_2^2}{8} \right\} \quad (9)$$

El momento máximo en el vástago M_{\max} , necesario para determinar la tensión máxima (ec. (6)), corresponde al

A efectos comparativos en relación a la carga de Euler, se calcularán las cargas críticas y admisibles, con un factor de seguridad: $k_{(Norma)} = \eta_{(Euler)} = 1.0$. Para determinar las cargas admisibles se tomarán distintas excentricidades de la carga aplicada.

Especificación	Cilindro	Vástago
Diámetro (mm)	$D_{ie} = 60$ $D_{ii} = 50$	$d_2 = 30$
Longitud a carrera máxima (mm)	$L_1 = 700$	$L_2 = 600$ $L_{vástago} = 700$
L_A (mm)	50	
L_p (mm) = L_3	$L_{vástago} - L_2 = 100$	
L_d (mm)	50	
Carrera máxima	550	
Módulo de elasticidad del material (GPa)	200	
Tensión de fluencia (MPa)	340	

Tabla 1. Datos cilindro hidráulico (Fig. 5).

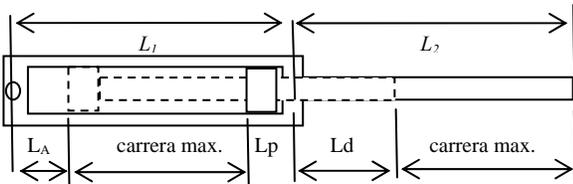


Figura 5. Esquema actuador (ejemplo de aplicación).

Para la determinación de las cargas admisibles, se ha tomado la tensión de fluencia como la tensión límite del material. La tabla 2 presenta diferentes valores obtenidos.

REFE-RENCIA	CRITERIOS	CARGAS (kN)	
Análisis convencional (Euler)	Carga crítica de pandeo de Euler $\frac{\pi^2 E_{vást} I_{vást}}{L_{e}^2}$	46.4	
Norma 13725 ISO/TC 131/SC 3	Carga crítica de pandeo [ecu. (5)] $kFL_3 s_1 s_2 - 3E_2 I_2 q_1 c_1 s_2 - 3E_2 I_2 q_2 c_2 s_1 = 0$	74.6	
	Tensión máxima admisible [ecu. (6)] $\sigma_{max} = \frac{4kF}{\pi d_2^2} + \frac{32M_{max}}{\pi d_2^3}$ $\sigma_{max} \leq \sigma_{fluencia}$	Excentricidad (mm)	0
			1
			5
			10
		20	

Tabla 2. Cargas críticas de pandeo y admisibles empleando Euler y Norma 13725 (Cilindro bi-apoyado, a carrera máxima Fig. 5, tabla 1).

La carga crítica de pandeo con base en la ecuación (5) es mayor que la carga de Euler; debido a que en esta primera se analiza el actuador como una viga rígida de secciones distintas de vástago y cilindro, presentando una mayor rigidez que el actuador, visto como viga de sección constante igual al vástago, tal como se aplica actualmente (Euler). Se observa además el efecto de la

excentricidad sobre la carga máxima admisible. Para valores de excentricidad bajos ($< 5\text{mm}$) la carga crítica aún es mayor que la de Euler, pero esta decrece paulatinamente con el incremento de la excentricidad. Se pueden realizar ahora curvas de tensión máxima en función de distintas relaciones de esbeltez de cilindros hidráulicos. Dicha esbeltez es la relación entre la longitud equivalente del actuador y el radio de giro r_g del vástago (como elemento crítico): $esbeltez = \frac{L_{actuador}}{r_g}$.

Se determinarán tensiones críticas y admisibles, con base en la norma, de cilindros oleohidráulicos de diversas longitudes, usando y manteniendo constantes, los valores de diámetros y material del cilindro analizado anteriormente. Para efectos de comparación, se tomarán de nuevo factor de seguridad 1.0 y varias excentricidades. Considerando de nuevo el vástago como elemento crítico, la tensión de Euler, en este caso toma la forma:

$$\sigma_{EULER} = \frac{F_{Euler}}{A_{vást}} = \frac{\pi^2 E_{vást} I_{vást}}{A_{vást} L_{actuador}^2} = \frac{\pi^2 E_{vást}}{\left(\frac{L_{act}}{r_g}\right)^2} = \frac{\pi^2 E_{vást}}{esbeltez^2}, \text{ donde}$$

$$r_g = \sqrt{\frac{I_{vást}}{A_{vást}}} = \frac{d_{vást}}{4}. \text{ Luego, } esbeltez = \frac{4 \cdot L_{actuador}}{d_{vástago}}. \text{ Así, las}$$

longitudes L_1 y L_2 (Fig. 5) de cada actuador serán función de la carrera máxima, así:

Cilindro: $L_1 = \text{carrera max.} + L_A + L_p = \text{carr. máx} + 150 \text{ mm}$.

Vástago: $L_2 = \text{carrera max.} + l_d = \text{carr. máx} + 50 \text{ mm}$.

La tabla 3 registra las tensiones de Euler, críticas de pandeo y máximas admisibles para cilindros con distinta longitud equivalente (en función de la carrera máxima).

Carrera máxima (mm)	$L_{actuador} = L_1 + L_2$	esbeltez	Tensión de Euler (MPa)	NORMA (MPa)	
				Tensión crítica	Tensión adm.
500	1200	160	77	124	122
600	1400	187	56	90.6	88.7
700	1600	213	43	69.7	68
800	1800	240	34	54.8	53
900	2000	267	28	44.2	42.6
1000	2200	293	23	36.7	35

Tabla 3. Tensiones de Euler, críticas y máximas admisibles

Estos valores son obtenidos para excentricidad = 0 (carga idealmente centrada). De esta manera, se obtienen las curvas de la Fig. 6.

Es razonable que el comportamiento de la tensión sea similar a la carga admisible de acuerdo a la expresión ($\sigma_{adm} = F_{adm}/A$). Con las curvas de la Fig. 6 se puede determinar así, la carga máxima que genera la tensión máxima admisible, para cilindros oleohidráulicos de diferentes relaciones de esbeltez, en su carrera máxima, con sección transversal y material similares.

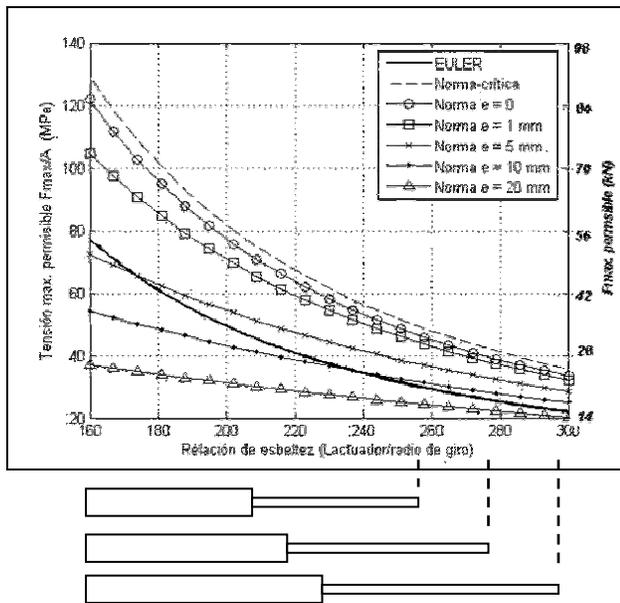


Figura 6. Tensiones máximas admisibles a distintas excentricidades, tensiones críticas de Euler y de pandeo (norma [ecu (5)]), vs relaciones de esbeltez.

4. CONCLUSIONES

Como lo muestran tabla 2 y Fig. 6 es notable el efecto de parámetros críticos como la excentricidad, sobre la carga máxima admisible del actuador. Esto, sin tener en cuenta aún, otros efectos posibles dentro de toda aplicación en la industria, de los actuadores oleohidráulicos; como momentos generados debido a imperfecciones en la conexión vástago-cilindro (debido a desgaste en juntas o elementos en continuo rozamiento).

Dependiendo del tipo de montaje y la aplicación de un cilindro oleohidráulico, además de la carga aplicada, pueden surgir momentos inesperados, debido a fricciones en elementos de sujeción, que con las componentes de carga no alineadas con respecto al cilindro, pueden ser de consideración. Tales momentos serán proporcionales a la magnitud de la carga, lo cual hace que puedan ser interpretados (para uso de las formulaciones planteadas), como presencia de excentricidades en su punto de aplicación.

De igual manera, como se hace actualmente en la selección de cilindros (empleando Euler), puede determinarse el diámetro necesario de vástago de un actuador que soporta una carga dada, mediante el tipo de curvas de la figura 6. Tal diámetro será ahora función de los datos del material, del factor de seguridad, la excentricidad de carga, y las longitudes de vástago y cilindro. Para el caso del ejemplo antes planteado, se podría determinar que para una carga de 30 kN con momentos en el punto de aplicación que promedian los 300 Nm (equivalente a 30 kN x 10mm de excentricidad), se requeriría un diámetro de vástago no menor a 30mm,

si la relación de esbeltez no sobrepasa de 200 (Fig. 6). En este caso la longitud equivalente del actuador no podrá ser mayor de 1.5m ($Le = \text{esbeltez} \cdot d_{\text{vástago}}/4$).

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] TC131/SC3/WG1, ISO/TS 13725 Technical Specification: "Hydraulic fluid power – Cylinders- Method for determining the buckling load". 1ª edición 2001-08-15.
- [2] PISARENKO, G. S., YÁKOVLEV. A.P., MATVIÉVV, V.V., *Manual de resistencia de materiales*, Tomo I, URSS. Moscú, 1975.
- [3] REXROTH, ROQUET, VICKERS. Catálogos técnicos, componentes oleohidráulicos.
- [4] [ART] HOBLIT, Fred "Critical Buckling For Hydraulic Actuating Cylinders". Stress Engineer, Lockheed Aircraft Corporation. Product Engineering, pp 108-112, July (1950).
- [5] [ART] BARAGETTI and A. Terranova. "Limit Load Evaluation Of Hydraulic Actuators". Int. J. of materials and product technology, vol. 14 No 1, pp 50-73 (1999).
- [6] [ART] BARAGETTI, S. and A. Terranova. "Bending Behaviour of Double-Acting Hydraulic Actuators". Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, Italy. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol 215 part C, 607-619 (2001).