

RESPUESTA TRANSITORIA DEL TREN DE POTENCIA DE UN VEHÍCULO

RESUMEN

La simulación es una tarea importante para predecir y diagnosticar la respuesta del automóvil a las perturbaciones. La principal contribución de este artículo es un modelo para el sistema de potencia de un automóvil de tracción trasera y el análisis de su respuesta transitoria. La simulación muestra la influencia de los parámetros de los componentes del tren de potencia en la respuesta del sistema a una entrada en escalón originada en la volante del motor.

PALABRAS CLAVES: tren de potencia, respuesta transitoria, modelo, simulación.

ABSTRACT

Simulation is a mandatory task to predict and diagnose automobile response to load disturbances. The main contribution of the paper is a model for a rear driven automobile power system and its time response analysis. Simulation shows the influence of driveline components parameters on drive train response to engine flywheel step impulse.

KEY WORDS: driveline, time response, model, simulation.

HÉCTOR FABIO QUINTERO R.

Ingeniero Mecánico. M. Sc.
Profesor Asociado
Universidad Tecnológica de Pereira
hquinte@utp.edu.co

SALVADOR CARDONA

Ingeniero Industrial, Dr.
Profesor catedrático
Universidad Politécnica de Cataluña

CARLOS ALBERTO ROMERO P.

Ingeniero Mecánico. M. Sc.
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de Pereira
cromero@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las partes principales del sistema de tracción de un vehículo son el motor, el embrague, la transmisión, los árboles cardán y semiejes, el diferencial y las ruedas. De los parámetros elásticos y viscosos de estos componentes depende la aparición de resonancias mecánicas y la respuesta del sistema a las perturbaciones ocurridas como resultado de la explotación u operación del vehículo. Es importante el conocimiento de la respuesta del sistema en términos de desempeño del automóvil en su integralidad, pero también es importante desde el punto de vista de las cargas y esfuerzos generados.

Durante la simulación de un tren de potencia las perturbaciones pueden ser las posibles entradas aplicadas al pedal del acelerador del motor, siendo conocidas las resistencias a superar. En este artículo se analiza la respuesta de la variable revoluciones en cada uno de los componentes del tren de potencia.

El modelo simulado se obtuvo a partir de la Ecuación de Lagrange de Segundo Orden. El resultado es una serie de modelos que articulan inercias rotativas con elementos elásticos y amortiguadores. El modelo se ha aplicado a un vehículo equipado con un motor y un tren de potencia de parámetros comerciales, de manera que se deduzcan los efectos físicos más importantes que influyen sobre el desempeño del sistema de potencia.

2. MODELADO DEL TREN DE POTENCIA.

En la figura 1, se presenta el esquema del tren de potencia de un vehículo de tracción trasera. La respuesta en el tiempo a las fluctuaciones del par motor de entrada, suministrado por el motor en la volante, puede estudiarse luego de plantear las ecuaciones de equilibrio.

En el estudio se considera la volante, el embrague, el reductor (caja de velocidades), el diferencial y la llanta como inercias puntuales, y el eje principal y el eje conductor como inercias distribuidas.

M_M es el par motor obtenido en el cigüeñal del motor. Se obtiene como el resultado de restarle la fuerza de inercia a la fuerza producida por la presión del ciclo termodinámico.

$$M_M = f(\theta) \quad (1)$$

M_E depende de las posiciones angulares de la volante y del reductor y de sus respectivas velocidades angulares. Para este estudio el momento del embrague se considera como:

$$M_E = K_E (\theta_v - \theta_E) + C_E (\omega_v - \omega_E) \quad (2)$$

M_R y M_D son los momentos producidos en el reductor o caja de velocidades, y en el diferencial debido a las holguras de los engranajes, desalineamientos y otros fenómenos, los cuales no se consideran en este estudio.

Un avance en este t3pico se encuentra en las referencias [3], [4].

M_L es el momento reducido de resistencia de rodadura y de la resistencia del aire

$$M_L = G_a \cdot f \cdot r + C \cdot v^2 \cdot r_2 \quad (3)$$

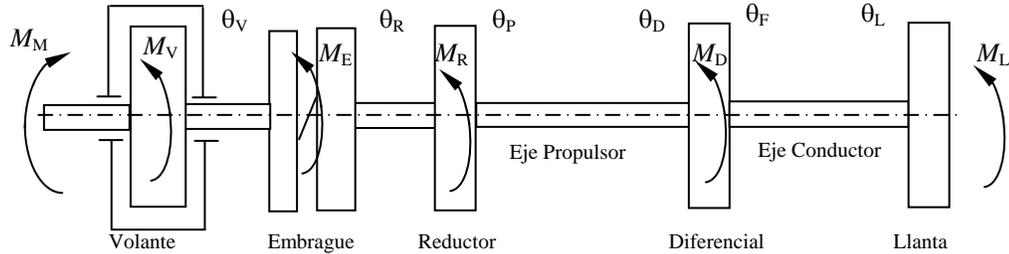


Figura 1. Representaci3n para el an3lisis de las vibraciones

Para el estudio se utilizaron cuatro coordenadas generalizadas:

θ_V , Coordenada de la volante

θ_R , Coordenada a la entrada del reductor

θ_D , Coordenada a la entrada del diferencial

θ_L , Coordenada de la llanta.

Para la simulaci3n se tomaron los par3metros de un veh3culo comercial:

Datos de inercia: $J_V = 0,14 \text{ kg m}^2$; $J_R = 0,0061 \text{ kg m}^2$; $J_P = 0,0089 \text{ kg m}^2$; $J_D = 0,091 \text{ kg m}^2$; $J_F = 0,0011 \text{ kg m}^2$; $J_L = 5,38 \text{ kg m}^2$.

Datos de amortiguamiento: $C_V = 0,15 \text{ N m s/rad}$
 $C_E = 5,2 \text{ N m s/rad}$

Datos de rigidez en el sistema: $K_E = 13,699 \text{ KNm/rad}$;
 $K_P = 338,98 \text{ Nm/rad}$; $K_F = 4,44 \text{ KNm/rad}$.

Relaci3n de transmisi3n de la caja de velocidades $i_R = 2,08$, y de la transmisi3n principal $i_D = 4,1$.

Se modelan los momentos asociados a las coordenadas generalizadas:

En la volante, (θ_V):

$$M_M = f(\varphi), \text{ obtenido del momento del motor}$$

$$M_E = -C_E (\omega_V - \omega_R), \text{ transmitido por el embrague.}$$

En el reductor, (θ_P):

$$M_E = -C_E (\omega_V - \omega_R), \text{ transmitido por el acople.}$$

$M_B = -f(\theta_P)$, producido por el reductor, tomado como 0.

En el diferencial (θ_F):

Donde G_a es el peso del veh3culo, f es el coeficiente de resistencia de rodadura, r es el radio de la llanta, C es un factor de resistencia aerodin3mica del veh3culo y r_2 es la distancia vertical entre el eje de la llanta y el centro de gravedad.

$M_{B,DIF} = f(\theta_F)$, producido por el diferencial, tomado como 0.

En la llanta (θ_L):

$M_L = -M_{red,aire} - F_F \cdot r$ es la carga din3mica del veh3culo.

2.1. Ecuaciones de Lagrange:

Por cada coordenada generalizada se formula una ecuaci3n, partiendo de la aplicaci3n de la Ecuaci3n de Lagrange de Segundo Orden a cada una de las coordenadas generalizadas:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial q_i} = M_{q_i} \quad (4)$$

Donde E_C y E_P son la energ3a cin3tica y potencial total, q_i es la coordenada generalizada i y M_{q_i} es el momento relacionado con la coordenada generalizada i .

Las energ3as cin3tica y potencial del sistema completo son:

$$E_C = \frac{1}{2} J_V \omega_V^2 + \frac{1}{2} J_R \omega_R^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{J_P}{3} \right) \left(\frac{\omega_R^2}{i_R^2} + \frac{\omega_R}{i_R} \cdot \omega_D + \omega_D^2 \right) + \frac{1}{2} J_D \omega_D^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{J_F}{3} \right) \left(\frac{\omega_D^2}{i_D^2} + \frac{\omega_D}{i_D} \cdot \omega_L + \omega_L^2 \right) + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (5)$$

$$E_P = \frac{1}{2} K_E (\theta_E - \theta_V)^2 + \frac{1}{2} K_P \left(\frac{\theta_R}{i_R} - \theta_D \right)^2 + \frac{1}{2} K_F \left(\frac{\theta_D}{i_D} - \theta_L \right)^2 \quad (6)$$

Aplicando la ecuación de Lagrange para θ_v :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_v} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_v} = M_{\theta_v} \quad (7)$$

$$(J_v \alpha_v) + K_E (\theta_v - \theta_R) = M_M - C_E \omega_v + C_E \omega_R \quad (8)$$

Aplicando la ecuación de Lagrange para θ_R :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_R} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_R} = M_{\theta_R} \quad (9)$$

$$\left(J_R \alpha_R + \frac{J_P}{3i_R^2} \alpha_R + \frac{J_P}{6i_R} \alpha_D \right) + \left(K_E (\theta_R - \theta_v) + \frac{K_P}{i_R} (\theta_R - \theta_D) \right) = C_E (\omega_v - \omega_R) \quad (10)$$

Aplicando la ecuación de Lagrange para θ_D :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_D} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_D} = M_{\theta_D} \quad (11)$$

$$\left(\frac{J_P}{6i_R} \alpha_R + \left(\frac{J_P}{3} + J_D + \frac{J_F}{3i_D^2} \right) \alpha_D + \frac{J_F}{6i_D} \alpha_L \right) + \left(\left(K_P + \frac{K_F}{i_D^2} \right) \theta_D - \frac{K_P}{i_R} \theta_R - \frac{K_F}{i_D} \theta_L \right) = 0 \quad (12)$$

Aplicando la ecuación de Lagrange para θ_L :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_L} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_L} = M_{\theta_L} \quad (13)$$

$$\left(\frac{J_F}{6i_D} \alpha_D + \left(\frac{J_F}{3} + J_L \right) \alpha_L \right) + \left(K_F \theta_L - \frac{K_F}{i_D} \theta_D \right) = M_L \quad (14)$$

3. RESPUESTA EN EL TIEMPO.

Para obtener la respuesta en el tiempo se aplicó la transformada de Laplace a las ecuaciones 8, 10, 12 y 14. Después de aplicar y organizar términos se obtienen las ecuaciones 15 a la 18.

$$\left[J_v s^2 + (C_E + C_v) s + K_E \right] \omega_v(s) = s M_M(s) + [(C_E + C_v) s] \omega_R(s) \quad (15)$$

$$\left[\left(J_R + \frac{J_P}{3i_R^2} \right) s^2 + C_E s + \left(K_E + \frac{K_P}{i_R^2} \right) \right] \omega_R(s) = [(C_E + C_v) s] \omega_v(s) + \left[-\frac{J_P}{6i_R} s^2 + \frac{K_P}{i_R} \right] \omega_D(s) \quad (16)$$

$$\left[\left(\frac{J_P}{3} + J_D + \frac{J_F}{3i_D^2} \right) s^2 + \left(K_P + \frac{K_F}{i_D^2} \right) \right] \omega_D(s) = \left[-\frac{J_P}{6i_R} s^2 + \frac{K_P}{i_R} \right] \omega_R(s) + \left[-\frac{J_F}{6i_D} s^2 + \frac{K_F}{i_D} \right] \omega_L(s) \quad (17)$$

$$\left[\left(\frac{J_F}{3} + J_L \right) s^2 + K_F \right] \omega_L(s) = s M_L(s) + \left[-\frac{J_F}{6i_D} s^2 + \frac{K_F}{i_D} \right] \omega_D(s) \quad (18)$$

Las funciones de transferencia que permiten obtener los momentos en los ejes se obtienen tras definir las coordenadas $[\theta_P, \theta_D]$ y $[\theta_F, \theta_L]$ y aplicando la ecuación de Lagrange:

Momentos en el árbol cardán:

Para θ_P

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_P} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_P} = \frac{d}{dt} (1/3 J_P (\omega_P + \omega_D / 2)) + K_T (\theta_P - \theta_D) = M_P \quad (19)$$

Finalmente, se tiene:

$$\frac{1}{3} J_P (\alpha_P + \alpha_D / 2) + K_T (\theta_P - \theta_D) = M_P \quad (20)$$

Aplicando la transformada de Laplace, se tiene:

$$\left[\frac{J_P}{3i_P} s + \frac{K_P}{i_P s} \right] \omega_R(s) + \left[\frac{J_P}{6} s - \frac{K_P}{s} \right] \omega_D(s) = M_P(s) \quad (21)$$

Para θ_D

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \omega_D} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta_D} = M_D = \frac{d}{dt} (1/3 J_D (\omega_P / 2 + \omega_D)) - K_D (\theta_D - \theta_P) \quad (22)$$

Finalmente, se tiene:

$$\frac{1}{3} J_P (\alpha_P / 2 + \alpha_D) + K_P (\theta_D - \theta_P) = M_D \quad (23)$$

Aplicando la transformada de Laplace, se tiene:

$$\left[\frac{J_P}{6i_R} s - \frac{K_P}{i_R s} \right] \omega_R(s) + \left[\frac{J_P}{3} s + \frac{K_P}{s} \right] \omega_D(s) = M_D(s) \quad (24)$$

Para M_L

$$\left[\frac{J_F}{6i_D} s - \frac{K_F}{i_D s} \right] \omega_D(s) + \left[\frac{J_F}{3} s + \frac{K_F}{s} \right] \omega_L(s) = M_L(s) \quad (26)$$

Momentos en los semiejes:

Para M_F

$$\left[\frac{J_F}{3i_D} s + \frac{K_F}{i_D s} \right] \omega_D(s) + \left[\frac{J_F}{6} s - \frac{K_F}{s} \right] \omega_L(s) = M_F(s) \quad (25)$$

En la figura 2 se presenta el diagrama de bloques utilizado en el programa Simulink [6] que representa las ecuaciones 15 – 18 (para las velocidades angulares) y 21, 24, 25 y 26 para los momentos en los ejes.

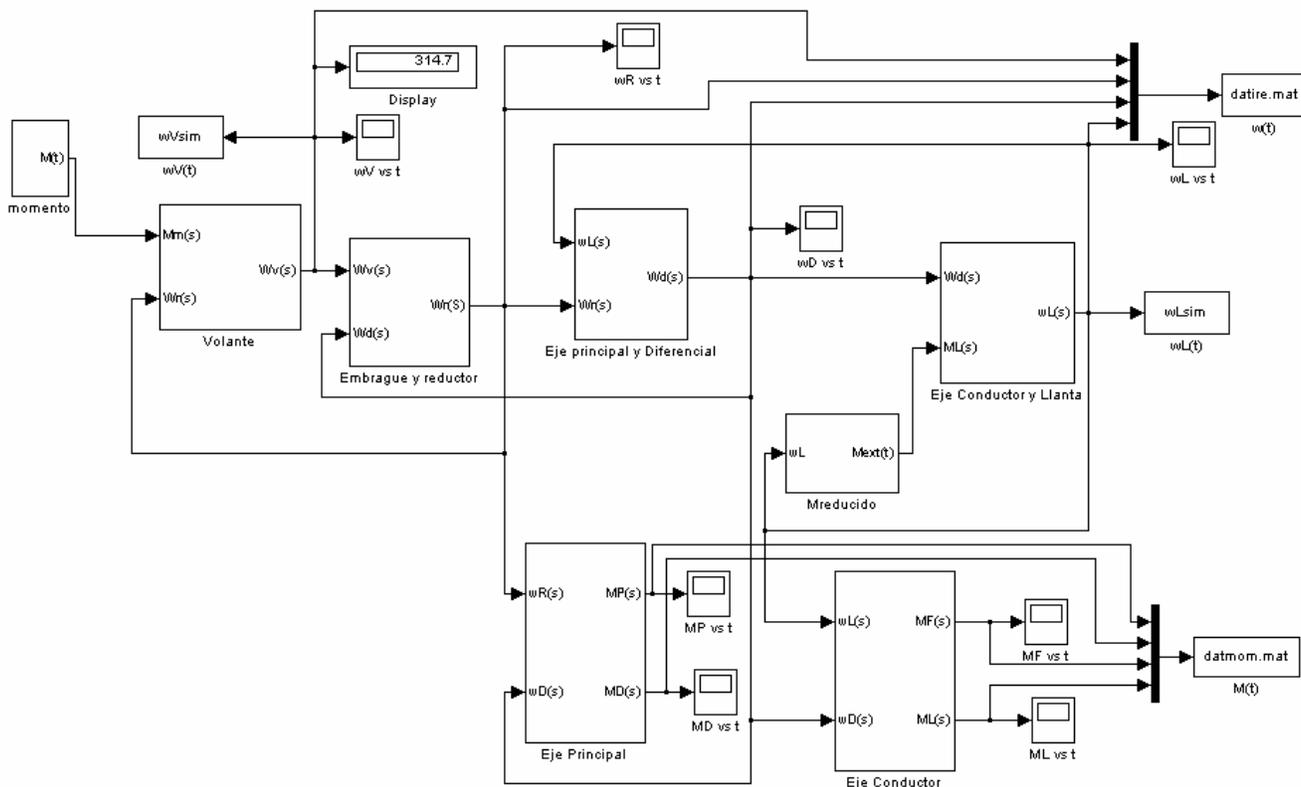


Figura 2. Representación en diagrama de bloques

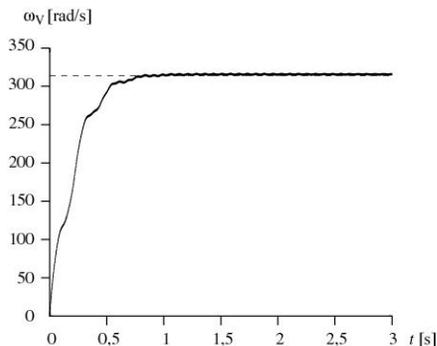


Figura 3. Velocidad angular del volante

potencia. El par motor corresponde al de un motor de 8 cilindros a 3000 rpm (314,16 rad/s).

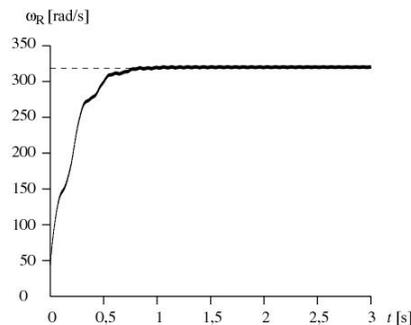


Figura 4. Velocidad angular del reductor

En las figuras 3 se ilustra la velocidad angular de la volante (ω_v), utilizada como entradas al tren de

Como se tienen 8 cilindros y cada ciclo por cilindro son 2 revoluciones, la frecuencia para el ciclo es $\omega_c = 4\omega_M = 1256,64 \text{ rad/s}$. Las señales de respuesta del reductor o caja de velocidades (ω_R) y la llanta (ω_L) se ilustran en las figuras 4 y 5.

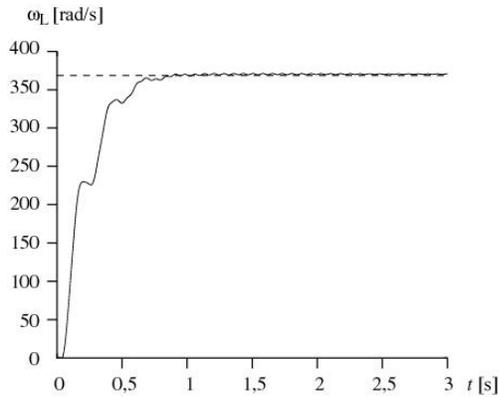


Figura 5. Velocidad angular de la llanta

En las figuras 6 y 7 se presentan la respuesta transitoria del momento torsor para el reductor y la llanta.

En la figura 6, se observan las oscilaciones para el reductor. La componente de mayor frecuencia es permanente (generadas por el par motor), mientras que la de menor frecuencia se atenúa en el tiempo (correspondiente a la respuesta transitoria). Para el diferencial y para la llanta la oscilación es menor y es transitoria, figuras 6.

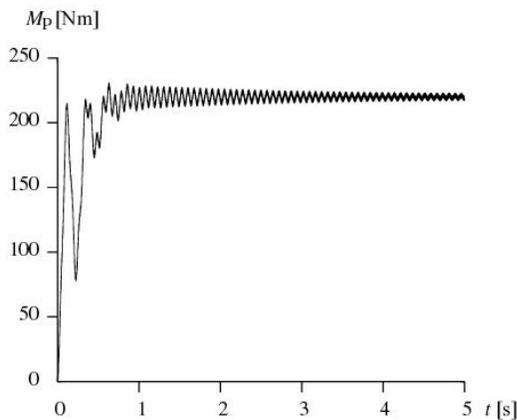


Figura 6. Momento sobre el eje principal en el reductor

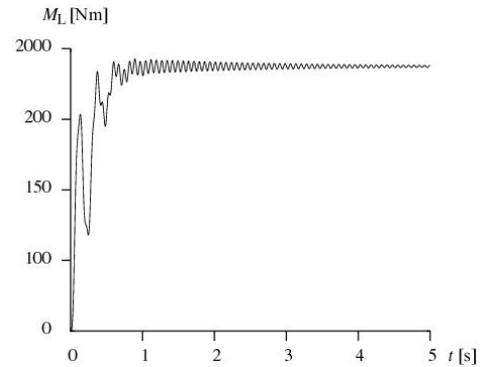


Figura 7. Momento sobre el eje conductor en la llanta

4. CONCLUSIONES

Se ha creado un modelo para predecir la respuesta transitoria y en frecuencia del tren de potencia, a una entrada en la volante del motor. En el futuro se implementarán trabajos de comprobación experimental.

El modelo desarrollado permite, conocidos los parámetros del sistema de potencia y la característica del motor accionador, predecir y diagnosticar el comportamiento dinámico y la estabilidad de la respuesta de un vehículo

El análisis modal, realizado, pero no presentado en este artículo por la limitación de espacio, permite inferir sobre la velocidad crítica.

Futuras aplicaciones podrán implementarse a partir de la medición de la variación de la velocidad angular en el chasis, previo conocimiento del par motor generado en el motor de combustión.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] ROMERO, P. C. A; QUINTERO, R. H. F. Prediction of in-cylinder pressure, temperature, and loads related to the crank slider mechanism of I.C engines: A computational model., SAE Congress, Detroit, 2002.
- [2] THOMPSON. Teoría de vibraciones mecánicas con aplicaciones. Prentice Hall. México, 1981.
- [3] WANG, M. Y.; MANOJ, R.; ZHAO, R Gear rattle modeling and analysis for automotive manual transmissions. Proc Inst Mech Engrs, 215, part D, 241 – 258. 2001.
- [4] LITVIN, F. L. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall, 1994.
- [5] CARDONA, S.; JORDI, L. Vibracions Mecániques. ETSEIB. Barcelona, 2003.
- [6] Simulink. Release Notes. MathWorks Corporation.