Un modelo para la representación de ausencia de información en trayectorias

A model for representing missings of information in trajectories.

Francisco Moreno, Sebastián Munera, Luis Eduardo Muñoz¹¹Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad ingenierías, Pereira, Colombia ²Universidad Nacional de Colombia, Facultad Minas, Medellín, Colombia contactenos@utp.edu.co

webmaster_med@unal.edu.co
lemunozg@utp.edu.co

Resumen— Una trayectoria representa la evolución de la posición de un objeto móvil en un espacio durante un período. Cuando se están registrando los datos de una trayectoria pueden ocurrir fallas en la transmisión generando ausencias de información. En este artículo, se extiende el modelo de travectorias de Spaccapietra al incorporar la ausencia de información como un componente de una trayectoria. La ausencia de información se considera con respecto a la posición del objeto y a otros atributos de la trayectoria (atributos complementarios). Se propone una clasificación para estos atributos, dependiendo de si son constantes o variables durante los stops y los moves (los stops y los moves son partes de una trayectoria según el modelo de Spaccapietra). Además se proponen dos algoritmos: i) para convertir una secuencia de observaciones de una trayectoria en stops, moves y ausencias y ii) para verificar que la información almacenada de los atributos cuyos valores deben ser constantes sea consistente. Para validar la propuesta, se experimentó con datos reales correspondientes a la trayectoria de un avión.

Palabras clave— Bases de datos, espacialidad, temporalidad, trayectorias, datos faltantes.

Abstract— A trajectory records the evolution of the position of a moving object in a space during a period of time. When the data of a trajectory is being recorded some failures can occur in the transmission causing missings of information

In this paper, we extend Spaccapietra's model by incorporating the missing information as a component of a trajectory. The missing information is considered not only with regard to the object position but also with regard to other attributes of the trajectory (complementary attributes). We propose a classification for these attributes, depending on whether they are constant or variable during the stops and the moves (the stops and moves are parts of a trajectory according to Spaccapietra's model). We also propose two algorithms: i) to convert a sequence of observations of a trajectory into stops, moves and missings. ii) to check that the data recorded for the attributes whose value must be constant is consistent. To validate our proposal, we carried out experiments with real data corresponding to the trajectory of an airplane

Fecha de Recepción: 06 de Mayo de 2012 Fecha de Aceptación: 28 de Agosto de 2012 Key Word — Databases, spatiality, temporality, trajectories, missing data

I. INTRODUCCIÓN

Hoy, gracias a los GPS (Sistemas de Posicionamiento Global) [4], [12] y otras tecnologías relacionadas, es posible registrar la información de una trayectoria seguida por objetos móviles como personas, animales, aviones, barcos, fenómenos naturales. De hecho, recientes avances en estas tecnologías, junto con su bajo costo, han generado una explosión de datos espaciotemporales que requieren herramientas apropiadas para su análisis. Estos análisis pueden ayudar a entender el comportamiento individual y grupal de objetos móviles en áreas tales como migraciones humanas y animales, control de tráfico aéreo y marítimo, movimiento de fenómenos naturales (huracanes, tsunamis), entre otros.

Informalmente, una trayectoria es el registro de la evolución de la posición de un objeto móvil en un espacio durante un intervalo de tiempo según [12]. Una trayectoria se puede representar como un conjunto de observaciones consecutivas en el tiempo, es decir, un conjunto de 3-tuplas (x, y, t), donde x e y representan la posición del objeto y t el tiempo de la observación: $\{(x_1, y_1, t_1), (x_2, y_2, t_2), ..., (x_n, y_n, t_n)\}$ donde $t_j > t_i$ \Box $\forall j > i$.

Nótese que en una trayectoria pueden haber períodos durante los cuales el objeto está inmóvil (su posición no cambia). [12] propuso un modelo para representar trayectorias, donde las observaciones consecutivas durante las cuales el objeto estuvo inmóvil conforman un *stop*, y las observaciones consecutivas durante las cuales el objeto estuvo en movimiento conforman un *move*.

Sin embargo, durante algunos períodos pueden ocurrir fallas en la transmisión de datos de una trayectoria. Como consecuencia, se puede hablar de *ausencias* de información en una trayectoria.

Algunos trabajos consideran este problema. [15] proponen un método para actualizar la posición de un objeto móvil comparando su posición real con una posición precalculada. También proponen un método para generar trayectorias artificiales con el fin de simular trayectorias reales. Otros trabajos presentan algunos modelos para calcular la posición de un objeto móvil considerando la incertidumbre en la medición y el muestreo según [1], [2], [11],[13],[14],[15]. También se proveen mecanismos, por ejemplo, interpolaciones para calcular la posición del objeto entre observaciones consecutivas. Adicionalmente, algunos de estos trabajos presentan operadores de consulta que consideran la incertidumbre en la posición de un objeto [11],[13],[14][16].

Por otro lado, es posible enriquecer una trayectoria con datos complementarios específicos de la aplicación. Por ejemplo, considérese la trayectoria de un avión. Para cada una de sus observaciones, es posible registrar datos como velocidad (del avión y del viento), y temperatura del aire, entre otros. Sin embargo, los trabajos identificados solamente se han enfocado en la ausencia de información relacionada con la posición del objeto y no consideran este análisis para otros atributos. De hecho, ninguno de los trabajos considera a los atributos complementarios como elementos inherentes de una trayectoria. En este artículo, se discute la ausencia de información con respecto a tales atributos. Para este propósito, se propone una clasificación para los atributos complementarios dependiendo de si son constantes o variables durante los stops y moves de una trayectoria, y de este modo analizar su comportamiento durante las ausencias.

Adicionalmente, se proponen dos algoritmos. El primero convierte una secuencia de observaciones de una trayectoria en *stops*, *moves* y ausencias. El segundo verifica que la información registrada para los atributos cuyo valor debe ser constante (durante la trayectoria o durante un *stop* o durante un *move*) sea consistente. Nótese que en nuestro modelo, a diferencia de [12], tanto las ausencias como los atributos complementarios se incorporan como componentes de una trayectoria.

Este artículo está organizado así. Primero, se presenta un ejemplo motivador y el modelo de trayectorias junto con los algoritmos para la conversión y verificación de consistencia. Luego, se presentan algunos experimentos con datos reales para validar nuestra propuesta. Finalmente, se concluye el artículo y se plantea el trabajo futuro.

II. EJEMPLO MOTIVADOR Y MODELO PROPUESTO

Considere la trayectoria de un avión durante un día como se muestra en la Fig. 1. La información complementaria de la trayectoria tal como la identificación del avión, el número de pasajeros, la velocidad del avión y del viento, se muestran en la Tabla 1.

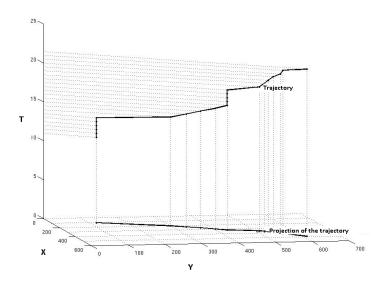


Figura. 1. Trayectoria de un avión

Tiempo	Posición	#	Velocidad	Velocidad	Id
(hh:mi)	(x, y) (km)	Pasajeros	del avión (m/s)	del viento (m/s)	del avión
11:00	(110,120)	10	0	5.7	123
11:30	(110,120)	49	0	7.2	123
12:00	(110,120) $(110,120)$	68	0	8.2	123
12:30	(110,120) $(110,120)$	72	0	8.7	123
13:00	(110,120) $(110,120)$	89	0		123
13:30	(110,120) $(110,120)$	110	50.2	8.7 6.7	123
14:00	(210,300)	110	59.2 74.4	10.8	123
14:30	(235,337)	110			123
15:00	(262,370)	110	88.1	13.4	123
15:30	(294,403)	110	69.4	16.5	123
16:00	(320,430)	98	55.6 0	13.9	123
16:30	(320,430)	86	0	12.3	123
17:00	(320,430)	74	0	11.3	123
17:00	(320,430)	92	0	10.3	123
18:00	(320,430)	105		9.8	123
	())		52.5	8.7	123
18:30	(350,510)	105	86.7	8.2	
19:00	(361,522)	105	97.2	7.2	123
19:30	(380,528)	105	105.0	5.7	123
20:00	(390,540)	105	116.9	4.6	123
20:30	(416,553)	105	120.3	5.7	123
21:00	(420,560)	105	125.6	6.2	123
21:30	(490,610)	105	61.1	5.1	123

Tabla 1. Datos de una trayectoria

Supóngase ahora que ocurrieron algunas fallas en la transmisión en los intervalos: (11:30, 13:00), (14:00, 16:00), (16:30, 18:00), y (18:30, 21:00). En la Fig. 2 se muestra la trayectoria con las correspondientes ausencias. La Tabla 2 presenta la misma información que la Tabla 1 pero con las ausencias para las supuestas fallas de transmisión.

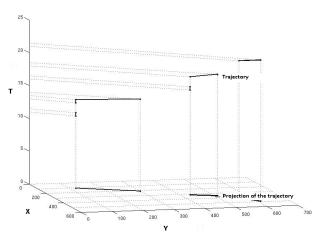


Figura. 2. Trayectoria de un avión con ausencias

Tiempo (hh:mi)	Posición (x, y) (km)	# Pasajeros	Velocidad del avión (m/s)	Velocidad del viento (m/s)	Id del avión
11:00	(110, 120)	10	0	5.7	123
11:30	(110, 120)	49	0	7.2	123
Valores f	altantes				
13:00	(110, 120)	89	0	8.7	123
13:30	(110, 120)	110	59.2	6.7	123
14:00	(210, 300)	110	74.4	10.8	123
Valores f	altantes				
16:00	(320, 430)	98	0	12.3	123
16:30	(320, 430)	86	0	11.3	123
Valores f	altantes				
18:00	(320, 430)	105	52.5	8.7	123
18:30	(350, 510)	105	86.7	8.2	123
Valores f	altantes				
21:00	(420, 560)	105	125.6	6.2	123
21:30	(490, 610)	105	61.1	5.1	123

Tabla 2. Datos de una trayectoria con ausencias

Para representar esta ausencia de información, primero se presentan los elementos esenciales del modelo de Spaccapietra. Luego, se extiende este modelo para soportar la ausencia de información y los atributos complementarios de una trayectoria.

En el modelo de Spaccapietra, una trayectoria se representa por *stops* y *moves*. Un *stop* se define por un intervalo I [tiempo inicial, tiempo final] y una posición (x, y). Por otro lado, un *move* se define por un intervalo I [tiempo inicial, tiempo final] y por una función: Posición(t) \rightarrow (x, y), $\Box \forall t \in I$. Los tiempos inicial y final de un *move* se delimitan por dos *stops*, de modo que el tiempo final del primer *stop* (el que posee el menor tiempo entre los dos *stops*) coincida

con el tiempo inicial del *move*, y el tiempo inicial del segundo *stop* coincida con el tiempo final del *move*. Además de los *stops* y los *moves*, una trayectoria tiene un punto inicial y un punto final, cada uno representado por las coordenadas (x, y) y un instante t.

A continuación, se propone una clasificación para los atributos de una trayectoria dependiendo de si el objeto está en movimiento o no, ver Fig. 3. Un atributo se puede clasificar como:

- Constante en stop y constante en move (CS-CM): Es un atributo cuyo valor no cambia durante la trayectoria, por ejemplo, la identificación del avión.
- Variable en stop y variable en move (VS-VM): Es un atributo cuyo valor puede cambiar sin importar si el objeto está en movimiento o no, por ejemplo, la velocidad del viento.
- Constante en stop y variable en move (CS-VM): Es un atributo cuyo valor es constante mientras el objeto está inmóvil, pero puede cambiar cuando el objeto está en movimiento, por ejemplo, la velocidad del avión es cero mientras está inmóvil, pero puede cambiar cuando está en movimiento.
- Variable en stop y constante en move (VS-CM): Es un atributo cuyo valor es constante mientras el objeto está en movimiento, pero puede cambiar cuando el objeto está inmóvil, por ejemplo, el número de pasajeros puede cambiar mientras el avión está inmóvil, pero es muy poco probable que este valor cambie cuando está en movimiento.

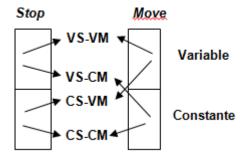


Figura. 3. Clasificación para los atributos de una trayectoria

Así, para cada atributo complementario cuyo valor pueda cambiar durante un *stop* o un *move*, su información se almacena en cada observación incluida en el *stop* o *move* respectivamente, es decir, hay una función dependiente del tiempo: $a(t) \rightarrow Dom(a)$, $\Box \forall t \in I$, donde I es el intervalo correspondiente al *stop* o el *move*, y Dom(a) es el dominio del atributo a.

Para tratar con la ausencia de información, se propone incorporar un componente de ausencia al modelo de trayectoria de Spaccapietra, es decir, una parte de una trayectoria durante la cual no se recibieron datos del objeto. Así, una trayectoria se representa como un punto inicial, *stops*, *moves*, ausencias y un punto final, ver Figura. 4.

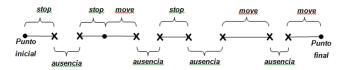


Figura. 4. Trayectoria con ausencias

Formalmente, una trayectoria es una 3-tupla (Obj, Comp, Atr) donde Obj el objeto móvil, Comp es un conjunto de componentes $\{c_1, c_2, ..., c_n\}$ y Atr es un conjunto de atributos $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$.

Cada componente c_i pertenece a un tipo, es decir, existe una función Tipocomp: Comp \rightarrow TC, donde TC = {inicio, stop, move, ausencia, fin}. Si Tipocomp(c_i) = inicio o fin, entonces la extensión temporal de c_i es un instante y es un intervalo en cualquier otro caso.

En el conjunto Comp, debe existir un solo componente de tipo inicio y uno de tipo fin (porque una trayectoria sólo tiene un inicio y un fin). El instante del componente inicio y del componente fin representan el tiempo inicial y final de la trayectoria, respectivamente.

Los componentes en Comp conforman una secuencia temporal, es decir, el instante final de cada componente (excepto para el componente del tipo fin) es igual al instante inicial de otro componente. Así, si el instante final de un componente c_i corresponde al instante inicial de un componente c_i, se dice que c_i es el componente predecesor de c_i, y c_i es el componente sucesor de c_i. Cada componente tiene sólo un componente sucesor (excepto el componente de tipo fin que no tiene componente sucesor) y un componente predecesor (excepto el componente de tipo inicio que no tiene componente predecesor). Las funciones Predecesor y Sucesor, ambas con signatura Comp → Comp, devuelven el componente predecesor y sucesor de un componente, respectivamente. Dados dos componentes $c_i y c_i$, donde Predecesor $(c_i) = c_i$, entonces Tipocomp $(c_i) \neq c_i$ $Tipocomp(c_i)$.

Adicionalmente, cada atributo a_i está asociado con un conjunto de valores, es decir, un dominio $Dom(a_i)$. Cada atributo a_i también tiene un tipo, es decir, existe una función Tipoatr: Atr \rightarrow TA, donde TA = {CS-CM, VS-VM, CS-VM, VS-CM}. El conjunto Atr tiene un atributo de tipo CS-VM que representa la posición del objeto. El resto de los atributos (si los hay) se llaman *complementarios*. Las siguientes reglas aplican a los valores de los atributos:

• Si $Tipoatr(a_i) = CS-CM$ entonces el valor de a_i durante toda la trayectoria es constante.

- Si Tipoatr(a_i) = CS-VM entonces el valor de a_i durante la extensión temporal de un componente c_i , donde Tipocomp(c_i) = stop, es constante.
- Si Tipoatr (a_i) = VS-CM entonces el valor de a_i durante la extensión temporal de un componente c_i , donde Tipocomp (c_i) = move, es constante.
- Si Tipoatr(a_i) \neq CS-CM, entonces los valores de a_i durante la extensión temporal de un componente c_i , donde Tipocomp(c_i) = ausencia, son desconocidos.

El Algoritmo 1 recibe una secuencia de observaciones de una trayectoria incluyendo sus atributos complementarios, si el intervalo entre dos observaciones consecutivas es mayor que el tiempo establecido (fase) para la recepción entre las observaciones; el intervalo se marca como ausencia. En otro caso, los conjuntos de observaciones consecutivas en el tiempo cuya posición no cambia se marcan como *stops* y aquellos cuya posición cambia se marcan como *moves*. El algoritmo devuelve la trayectoria representada por el punto inicial, *stops*, *moves*, ausencias y el punto final.

Ejemplo 1. Considere los datos de la trayectoria de la Tabla 2, los cuales fueron registrados entre las 11:00 y las 21:30. Aquí, la fase entre observaciones es 30 minutos; por lo tanto, si el intervalo entre dos observaciones consecutivas es mayor que 30 minutos, se marca como ausencia. En la Fig. 5 se muestra la trayectoria generada por el Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Genera una trayectoria compuesta por punto inicial, *stops*, *moves*, ausencias y punto final.

1: Entrada: T₀: Secuencia de n observaciones de una trayectoria.

2: fase: Tiempo entre observaciones.

```
3: Salida: T: Trayectoria.
4: punto_inicial ← primera observación de T<sub>0</sub>
5: componente_actual ← punto_inicial
6: for k \leftarrow 2 to n
    if tiempo de observación<sub>k</sub> – tiempo de observación<sub>k-1</sub> > fase then
7:
8:
        Agregar componente_actual a T
9:
       Sea aus una nueva ausencia
10:
       Agregar observación, a aus
11:
       Agregar observación<sub>k-1</sub> a aus
12:
       componente_actual ← aus
13:
14: if posición de observación<sub>k</sub> = posición de observación<sub>k-1</sub> then
15:
          if Tipocomp(componente_actual) ≠ "stop" then
16:
               Agregar componente_actual a T
17:
               Sea s un nuevo stop
18:
               Agregar observación<sub>k-1</sub> a s
19:
               componente\_actual \leftarrow s
20:
           end if
21:
            Agregar observación<sub>k</sub> a s
22:
23:
        if Tipocomp(componente_actual) ≠ "move" then
24:
               Agregar componente_actual a T
25:
               Sea mv un nuevo move
26:
               Agregar observación<sub>k-1</sub> a mv
27:
               componente_actual ← mv
28:
            end if
```

```
29: Agregar observación<sub>k</sub> a mv
30: end if
31: end if
32: end for
33: Agregar componente_actual a T
34: punto_final ← última observación T<sub>0</sub>
35: Agregar punto_final a T
```

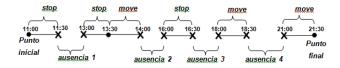


Fig. 5. Trayectoria generada por el Algoritmo 1

A continuación, se presenta un segundo algoritmo que verifica que la información registrada para los atributos cuyo valor es constante (durante la trayectoria o un *stop* o un *move*) sea consistente. Por ejemplo, el Algoritmo 2 verifica que el valor de un atributo de tipo CS-VM sea el mismo durante todas las observaciones de un *stop*. Si de hecho este valor permanece constante, se almacena sólo una vez en el *stop*.

Algoritmo 2: Verifica la consistencia de los atributos constantes durante los *moves* y evita valores redundantes.

```
1:Entrada: T: una trayectoria compuesta por punto inicial, moves,
stops, ausencias y punto final.
2:Salida: T: trayectoria T con valores redundantes eliminados.
3: // Verificar consistencia de atributos de tipo CS-CM:
4: \Box ∀atr a_i \in T | Tipoatr(a_i) = "CS-CM"
     if valor de ai en cada observación de T es el mismo then
6:
         Almacenar valor de ai sólo una vez en T
7:
         Print "Atributo: " a<sub>i</sub> " se espera que sea constante durante
8:
la trayectoria"
9:
     end if
10: end □
11: // Verificar consistencia de atributos de tipo CS-VM:
12: \Box ∀atr a_i \in T | Tipoatr(a_i) = "CS-VM"
13: \Box \forall \text{stop } s \in T
14:
         if valor de ai en cada observación de s es el mismo then
15:
            Almacenar valor de ai sólo una vez en s
16.
17:
           Print "Atributo: " a<sub>i</sub> " se espera que sea constante
          durante stop: " s
18:
         end if
19:
       end \square \forall
20: end □∀
21: // Verificar consistencia de atributos de tipo VS-CM:
22: \square \forall atr \ a_i \in T \mid Tipoatr(a_i) = "VS-CM"
      \square \forall move m \in T
23:
24:
         if valor de ai en cada observación de m es el mismo then
```

Almacenar valor de ai sólo una vez en m

25:

```
26: else
27: Print "Atributo: " a<sub>i</sub> " se espera que sea constante durante move: " m
28: end if
29: end □∀
30: end □∀
```

Nótese que para propósitos de optimización, los algoritmos 1 y 2 se podrían fusionar en un solo algoritmo; sin embargo, por claridad y legibilidad se separaron.

III EXPERIMENTOS

El Algoritmo 1 se aplicó a un conjunto de datos reales de la trayectoria de un avión. Los datos se tomaron de los registros de accidentes de la NTSB (Consejo Nacional para la Seguridad del Transporte, por su sigla en inglés) (NTSB, 2010). La trayectoria corresponde al accidente ocurrido en las montañas cerca a San José, California el 18 de Abril de 2009, de un avión tipo Champion 7ECA y cuyo Id era N5174X. Los datos incluyen dos moves: El primer move del avión comienza a las 7:07:22 am y termina a las 8:20:48 am, el segundo move comienza a las 9:41:48 am y termina a las 10:06:49 am. Entre las 8:20:48 am y las 9:41:48 am el avión estuvo inmóvil (un stop). Una muestra de los datos se presenta en la Tabla 3 del Apéndice 1. Los atributos registrados fueron Id del avión, tiempo (horas), temperatura del aire (°C), velocidad (m/s) y posición (latitud y longitud). El atributo Id es de tipo CS-CM; la temperatura del aire es de tipo VS-VM; y la velocidad y la posición son de tipo CS-VM.

Algunos datos fueron borrados intencionalmente para los experimentos con el fin de registrar ausencias de información. Nótese que en esta serie de observaciones, el tiempo entre las observaciones (fase) no es constante ya que una observación se genera cada vez que el avión recorre 25 m. Se consideró una fase de 45s para los experimentos pues es el tiempo más alto registrado entre observaciones.

Se consideraron cinco ausencias, la primera en el intervalo [8:00:02 am, 8:09:54 am], la segunda en [8:19:03 am, 8:24:48 am], la tercera en [8:31:18 am, 8:35:48 am], la cuarta en [8:52:18 am, 9:20:48 am], y la quinta en [9:36:18 am, 9:45:53 am].

El Algoritmo 1 toma como entrada el conjunto de observaciones y la fase de 45s. El punto inicial de la trayectoria corresponde al tiempo de la primera observación, a las 7:07:22 am (UTC-7). El conjunto de observaciones durante el intervalo [7:07:22 am, 7:59:48 am] se marcó como *move* porque el avión cambia continuamente de posición entre observaciones durante ese intervalo.

El instante 8:10:07 am, muestra un espacio que excede a la fase de 45s; por lo que el intervalo [7:59:48 am, 8:10:07 am] se

marca como una ausencia. Luego, la posición del avión cambia continuamente hasta las 8:18:47 am, entonces este conjunto de observaciones se marca como un *move*. Los resultados se muestran en la Fig. 6. El punto final corresponde a la última observación, a las 10:06:49 am. Finalmente, el Algoritmo 2 es el responsable de detectar posibles problemas de consistencia en los datos. De acuerdo con la muestra dada, el algoritmo no detectó datos inconsistentes.

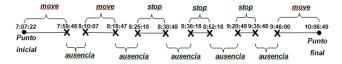


Figura. 6. Trayectoria y sus componentes

IV. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este artículo se extendió el modelo de trayectoria de Spaccapietra [12] con el objetivo de representar la ausencia de información en una trayectoria de un objeto móvil. En el modelo de Spaccapietra, las observaciones consecutivas durante las cuales el objeto permanece inmóvil conforman un *stop*, y las observaciones consecutivas durante las cuales el objeto se mueve conforman un *move*. En este trabajo se incluye la ausencia de información como un componente del modelo.

El modelo propuesto considera la ausencia de información no solo respecto a la posición del objeto, sino también con respecto a otros atributos de la trayectoria (atributos complementarios). También se propuso una clasificación de estos atributos, dependiendo de si son constantes o variables durante los *stops* y *moves*. Partiendo de su clasificación, se analizó su comportamiento durante las ausencias de información.

Se propusieron dos algoritmos. El primero convierte una secuencia de observaciones de una trayectoria en *stops*, *moves* y ausencias. El segundo verifica que los datos registrados para los atributos cuyos valores deben ser constantes (durante la trayectoria o durante un *stop* o durante un *move*) sean consistentes.

Los aportes se pueden resumir así: i) la propuesta de una clasificación para los atributos complementarios de una trayectoria de acuerdo con el comportamiento durante los stops y los moves, ii) la representación de la ausencia de información como un componente en una trayectoria, iii) el algoritmo que genera una trayectoria representada según el modelo propuesto a partir de una secuencia de observaciones, y iv) el algoritmo que verifica que los datos registrados para los atributos cuyos valores deben ser constantes sean consistentes.

Finalmente, para mostrar la conveniencia de la propuesta, se llevaron a cabo algunos experimentos con datos reales correspondientes a la trayectoria de un avión, los cuales incluían atributos complementarios como velocidad y temperatura. Como trabajo futuro, se planea desarrollar un método apropiado para "reconstruir" los valores de los atributos durante las ausencias, posiblemente utilizando técnicas de imputación de datos de [3][5],[6],[10].

REFERENCIAS

- [1] O. Abul, F. Bonchi, & M. Nanni, (2008); Never Walk Alone: Uncertainty for Anonymity Inmoving Objects Databases, Proceedings of the 24th IEEE International Conference on Data Engineering, 376–385, Cancun, Mexico.
- [2] V. Almeida, & R. Hartmut. (2005); Supporting Uncertainty in Moving Objects in Network Databases, Proceedings of the 13th annual ACM international workshop on Geographic information systems, 31-40, Bremen, Germany.
- [3] A. Farhangfar, L.A. Kurgan, & W. Pedrycks. (2007); A novel framework for imputation of missing values in databases. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 37(5), 692–709.
- [4] Hofmann-Wellenhof, B.H Lichtenegger, & J. Collins, (1997) Global positioning system: theory and practice, 4th ed., 11–23, Springer-Verlag, Wien, Austria.
- [5] S. Laaksonen, (1999); How To Find The Best Imputation Technique. Tests with Three Methods, Proceedings of the International Conference on Survey Nonresponse, No pages, Portland, Oregon, USA.
- [6] A. Leick, (2004); GPS satellite surveying, 3rd ed, 72–85, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [7] R.J.Little, & D.B Rubin, (2002); Statistical analysis with missing data, 2nd ed, 59–89, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [8] NTSB (2010); National Transportation Safety Board, accident Dockets.
- [9] http://www.ntsb.gov/dockets/foia_fri-dockets.htm.
- [10] C.M Musil, C.B. Warner, P.K.Yobas, & S.L Jones. (2002); A comparison of imputation techniques for handling missing data. Western Journal of Nursing Research, 24(7), 815–829.
- [11] D. Pfoser, D, & C.S Jensen. (1999); Capturing the Uncertainty of Moving-Object Representations, Proceedings of the 6th International Symposium on Advances on Spatial Databases, 111–132, Hong Kong, China.
- [12] S. Spaccapietra, , C., Parent, M. L. Damiani, J.A. Fernandes de Macêdo, F Porto. & C Vangenot. (2008); A conceptual view on trajectories. Data & Knowledge Engineering, 65(1), 126-146.
- [13] G. Trajcevski, O. Wolfson . F Zhang, & S. Chamberlain. (2002a); The Geometry of Uncertainty in Moving Object Databases, Proceedings of the 8th International Conference on Extending Database Technology, 233– 250, Prague, Czech Republic.
- [14] G. Trajcevski, O. Wolfson, H. Cao, H. Lin, F. Zhang, & N. Rishe. (2002b) Managing Uncertain Trajectories of Moving Objects with DOMINO, Proceedings of the 4th International Conference on Enterprise Information Systems, 218–225, Ciudad Real, Spain.
- [15] O. Wolfson, & H.Yin. (2003); Accuracy and Resource Consumption in Tracking and Location Prediction, Proceedings of the 8th International Symposium on Spatial and Temporal Databases, 325–343, Santorini, Greece
- [16] O. Wolfson, (2002); Moving Objects Information Management: The Database Challenge, Proceedings of the 5th Workshop on Next Generation Information Technologies and Systems, 15–26, Caesarea, Israel.

APÉNDICE 1: DATOS EXPERIMENTALES

Airplane Id	Date / Time (UTC-7)	Altitude (m)	Airplane Speed (m/s)	Latitude Longitude	Temp TAT (Deg)
N5174X	7:07:22 am	18.0	0.09	N38 22.842 W121 13.248	3.6
N5174X	7:08:05 am	33.2	2.24	N38 22.839 W121 13.253	3.6
N5174X	7:08:26 am	34.7	1.79	N38 22.838 W121 13.287	3.5
N5174X	7:08:38 am	34.1	3.13	N38 22.839 W121 13.302	3.4
N5174X	7:08:47 am	35.7	5.81	N38 22.854 W121 13.308	3.3
N5174X	7:09:04 am	37.2	6.26	N38 22.907 W121 13.306	3.3
N5174X	7:09:24 am	38.7	2.68	N38 22.972 W121 13.304	3.2
N5174X	7:09:29 am	38,7	0.40	N38 22.979 W121 13.305	3.1
•••					
N5174X	8:19:18 am	43.3	5.81	N36 56.194 W121 47.142	1.2
N5174X	8:19:24 am	43.0	5.36	N36 56.176 W121 47.136	1.2
N5174X	8:19:42 am	42.1	4.02	N36 56.125 W121 47.142	
N5174X	8:19:58 am	40.8	2.24	N36 56.090 W121 47.148	1.3
N5174X	8:20:11 am	40.5	0.27	N36 56.073 W121 47.147	1.3
N5174X	8:20:36 am	39.6	0.04	N36 56.070 W121 47.144	1.2
N5174X	8:20:48 am	39.0	0.0	N36 56.071 W121 47.144	1.4
N5174X	8:21:18 am	0.0	0.0	N36 56.071 W121 47.148	1.4
N5174X	8:21:48 am	0.0	0.0	N36 56.071 W121 47.148	1.5
N5174X	8:22:18 am	0.0	0.0	N36 56.071 W121 47.148	1.5

Tabla 3. Muestra de datos de la trayectoria de un avión Champion 7ECA (N5174X)