

FLUJO DE CARGA TRIFÁSICO PARA SISTEMAS RADIALES DE DISTRIBUCIÓN

RESUMEN

En este documento, se describe e implementa un flujo de potencia trifásico el cual aprovecha la configuración radial de los sistemas de distribución y se adopta un esquema de solución con una técnica de barrido iterativo adelante-atrás.

PALABRAS CLAVES: Distribución, sistemas radiales, flujo de carga, trifásico.

ABSTRACT

In this document, a three phase load flow is implemented. This, takes advantage of distribution systems radial configuration. A solution scheme with a iterative technique forward-backward sweep is presented.

KEYWORDS: Distribution, systems radial, load flow, three phase.

ALEJANDRO GARCÉS RUIZ

Estudiante IX semestre
Ingeniería Eléctrica U.T.P.
alejandrog@ohm.utp.edu.co

MAURICIO GRANADA

Docente
Facultad de Ingeniería Eléctrica U.T.P.
magra@utp.edu.co

RAMÓN ALFONSO GALLEGO R.

Profesor Titular
Facultad de Ingeniería Eléctrica U.T.P.
ralfonso@utp.edu.co

Grupo de Investigación en Planeamiento de Sistemas Eléctricos
Universidad Tecnológica de Pereira

1. INTRODUCCIÓN

El problema de flujo de potencia en sistemas eléctricos ha sido ampliamente estudiado durante varias décadas. Sin embargo, la mayor parte de las investigaciones han sido enfocadas a los sistemas de transmisión de energía eléctrica. Inicialmente, los resultados de estas investigaciones se usaron como metodología general de solución a todo tipo de redes (enmalladas y radiales), pasando por alto las posibles simplificaciones en el análisis de sistemas de distribución resultantes de un adecuado manejo de la topología radial. Las metodologías diseñadas para sistemas de transmisión tienen implícitas en su modelamiento características básicas como: desequilibrios despreciables, líneas transpuestas, alto valor de la razón X/R y susceptancias capacitivas apreciables en las líneas. Las redes de distribución, en cambio, presentan características muy particulares entre las cuales se distinguen: topologías radiales, múltiples conexiones (trifásicas, bifásicas y monofásicas), cargas de distinta naturaleza, líneas de resistencia comparable a la reactancia y líneas sin transposiciones. Estas particularidades de los sistemas de distribución hacen necesario que el estudio de flujo de potencia se realice para cada fase, a diferencia del equivalente monofásico usado para redes de transmisión de energía. Adicionalmente, para un adecuado estudio de problemas más complejos; como desbalance de cargas, estudios de caída de tensión y compensación capacitiva, entre otros, es necesario estudiar el problema de flujo de potencia radial trifásico.

En este artículo se hace una descripción de la metodología utilizada en la implementación y desarrollo de un aplicativo de software que permite obtener flujos

de potencia trifásicos en sistemas radiales de distribución. Esta herramienta es considerada de interés para el sector eléctrico y para la comunidad académica.

2. FLUJO DE POTENCIA RADIAL TRIFÁSICO

Para la solución del problema del flujo de potencia radial trifásico (FPRT), se implementa el método de barrido iterativo el cual se realiza en dos etapas consecutivas. La primera, consiste en aplicar la primera ley de Kirchhoff en cada nodo comenzando desde los nodos terminales hasta llegar a la subestación (barrido hacia adelante). Para esto, es necesario suponer un perfil de tensión inicial. La segunda, consiste en aplicar la segunda ley de Kirchhoff para obtener las caídas de tensión en cada línea, comenzando desde la subestación hasta los nodos terminales (barrido hacia atrás). Para ello se utilizan los datos de corrientes encontrados en la primera etapa. Este proceso permite obtener nuevos valores para las tensiones nodales. La realización de las dos etapas anteriores constituye una iteración del proceso global. El proceso se detiene cuando la diferencia de pérdidas activas entre dos iteraciones sucesivas es menor que un error establecido.

2.1 MODELOS A UTILIZAR

Los diferentes elementos eléctricos que componen un sistema de distribución, procesan de diferente manera la energía eléctrica. Por lo tanto, se deben utilizar modelos adecuados para cada elemento que representen

matemáticamente el impacto sobre las corrientes y los voltajes.

Los modelos de los elementos eléctricos contemplados en este trabajo son:

- Equivalente externo: El sistema externo a la red de distribución [1] se modela por un equivalente de Thevenin en secuencia ABC. Dicho equivalente, consta de una matriz $[Z_{th}]_{ABC}$ y un vector de voltaje balanceado (V_{th}) constante que servirá como nodo Slack. El modelo matemático requiere conocer la potencia trifásica de corto circuito y la corriente de corto circuito para el fallo línea-tierra.
- Líneas: Las líneas se modelan a través de su equivalente en componentes ABC [2]. El efecto capacitivo debe ser llevado en cuenta cuando se trata de alimentadores subterráneos, mientras que en las líneas aéreas es despreciado. Es necesario hacer corrección por Carson y por neutro tal y como se plantea en [1].
- Transformadores: generalmente, se utilizan tres tipos de modelos:

Modelo 1: en [3] se propone un modelo que usa las cargas en el secundario del transformador y el tipo de conexión para calcular una potencia equivalente vista en el primario, para ello se desprecian las pérdidas y las caídas de tensión. Este modelo por su simplicidad puede acelerar la convergencia pero se considera de poca exactitud.

Modelo 2: un tratamiento riguroso del transformador trifásico requiere un alto grado de detalle en la información y debe tener en cuenta el acoplamiento entre fases. Sin embargo, el nivel de exactitud no es severamente afectado si se modela de igual forma que un banco de transformadores. El modelo tal y como se propone en [4] tiene forma matricial y debe llevar en cuenta el tipo de conexión y las pruebas de corto circuito para su elaboración. Estos modelos añaden exactitud pero presentan problemas de singularidad.

Modelo 3: este modelo asume constantes las pérdidas en el núcleo y las adiciona a la carga. El modelo se desarrolla en forma de tablas con las cuales se pueden encontrar las tensiones en el secundario a partir de las tensiones en el primario. De igual forma, se pueden encontrar las corrientes en el primario a partir de las corrientes en el secundario. Esta metodología requiere conocimiento de las pruebas de corto circuito y del tipo de conexión para entrar a la tabla planteada en [1].

Por ejemplo: para calcular las corrientes en el primario dadas las del secundario y teniendo un tipo

de conexión $\Delta Y5$ se obtiene, de la tabla, lo siguiente:

hora	I_A	I_B	I_C
5	$\frac{I_c - I_a}{a}$	$\frac{I_a - I_b}{a}$	$\frac{I_b - I_c}{a}$

Tabla 1. Relación de corrientes para transformador tipo DY5 ΔY

donde a corresponde a la relación de devanados $n1/n2$

Por lo tanto, si las corrientes en el secundario son:

$$I_a = 1\angle 0^\circ, I_b = 1\angle -120^\circ \text{ e } I_c = 1\angle 120^\circ, \text{ y}$$

la relación de devanados es igual a 1, entonces, las corrientes del primario serán:

$$I_A = 1.7321\angle 150^\circ,$$

$$I_B = 1.7321\angle 30^\circ$$

$$I_C = 1.7321\angle -90^\circ$$

Para el caso de calcular voltajes en el secundario dados los del primario es necesario conocer la impedancia del transformador.

Este modelo presenta condiciones de simplicidad matemática y permite superar el inconveniente de singularidades. Por lo tanto, en este trabajo, se utiliza este último modelo.

- Cargas: las cargas son normalmente desequilibradas, por lo cual se presenta un modelo que tiene en cuenta conexiones Y , Δ o combinaciones de ambas. Las cargas pueden ser modeladas como potencia, impedancia o corriente constante [1]. En forma general, la potencia activa P y reactiva Q son:

$$P = P_N \cdot \left(\frac{V_i}{V_N} \right)^{\alpha_1} \quad \text{y} \quad Q = Q_N \cdot \left(\frac{V_i}{V_N} \right)^{\alpha_2} \quad (1)$$

donde los factores α_1 y α_2 son empíricos y permiten simular la composición de la carga; es decir, si la carga es de tipo residencial se asume $\alpha_1 = 2$ ya que se tiene impedancia constante, para $\alpha_2 = 1$ corriente constante y $\alpha_1 = 0$ potencia constante. P_N , Q_N y V_N corresponden a los valores nominales de la potencia activa, potencia reactiva y del voltaje, respectivamente.

- Banco de Condensadores

Los bancos de condensadores se modelan como impedancia constante o como potencia constante, para ello se requiere conocer los valores nominales de potencia y voltaje además del tipo de conexión. Para cada tipo de conexión se tiene:

$$Y_{EQ} = \frac{Q_N}{(V_{linea})^2} \quad \Delta_{EQ} = \frac{Q_N}{3 \cdot (V_{linea})^2} \quad (2)$$

donde Q_N es la potencia nominal del banco y V_{linea} es el voltaje nominal de operación.

2. ORDENAMIENTO

El método de flujo de carga seleccionado requiere de un algoritmo de ordenamiento que simplifique el proceso y minimice el número de operaciones. El algoritmo de flujo de carga se denomina de barrido iterativo. En éste, se aplica de manera explícita la primera y segunda ley de Kirchoff y la relación Voltaje/Corriente (v/i). La primera ley se aplica al hacer un barrido desde los nodos más extremos hasta el nodo Slack. La segunda ley y la relación v/i se aplican al hacer el barrido desde el nodo Slack (fuente) hacia los nodos extremos. Así el algoritmo se ejecuta en dos etapas de la siguiente manera; en la primera etapa se aplica la primera ley:

$$\sum_{\forall j \text{ que conecte a } i} I_{ij} = I_i \quad (3)$$

donde i corresponde al número asignado al nodo de la subestación (nodo Slack) y j toma el valor de los números asignados a los nodos que se conectan a i . En la segunda etapa se aplica la segunda ley:

$$V_i - V_j = Z_{ij} I_{ij} \quad (4)$$

El ordenamiento podrá ser llevado a cabo en forma ascendente o descendente. El nodo Slack podrá asumir el número 1 si la numeración se lleva a cabo en forma descendente, o asumir el número total de nodos n (Slack= n) si la numeración es ascendente. En las figuras 1.a y 1.b se puede observar una numeración descendente y ascendente, respectivamente:

Algoritmo de Ordenamiento: se desea ordenar el sistema mostrado en la figura 2

Siguiendo el algoritmo de la figura 3, el primer paso consiste en contar el número de veces que se encuentra

cada nodo en los datos de la red (datos de línea) para obtener la matriz $[NodosRepeticiones]$:

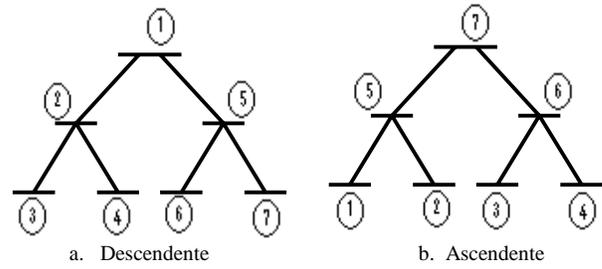


Figura 1. esquemas de ordenamiento

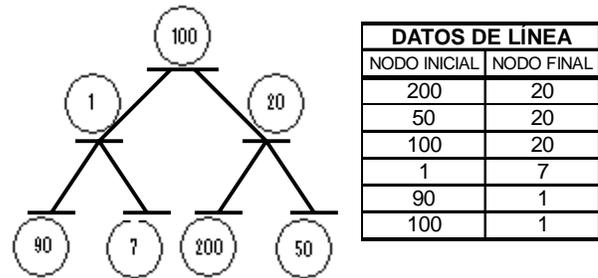


Figura 2. Sistema de prueba

nodo	repeticiones	renumeración
7	1	7
1	3	3
90	1	6
100	2	1
20	3	2
200	1	5
50	1	4

Tabla 2. Arreglo de repeticiones por nodo y renumeración

En la tabla 2, la columna 1 es el número de cada nodo y no tiene ningún orden preestablecido. La columna 2 contiene el número de veces que se encuentra cada uno de los nodos en los datos de línea (envío y recibo). En este arreglo los nodos con una repetición son nodos extremos o terminales. Renumerando desde los nodos extremos (ultima capa) hasta el nodo Slack (capa inicial) a través del algoritmo propuesto en la figura 1, se obtiene la columna 3.

Renumerando los datos de línea mostrados en la figura 2 con los obtenidos en la tabla 2, se reescriben los datos de línea así:

DATOS DE LINEA	
NODO INICIAL	NODO FINAL
5	2
4	2
1	2
3	7
6	3
1	3

Tabla 3. Renumeración datos de línea

La numeración de los nodos mostrada en la tabla 3 se debe reordenar de forma que el nodo final o de recibo (columna 2) sea siempre mayor que el nodo inicial o de envío (columna 1), de esta manera se establece una relación ordenada entre capas, es decir:

DATOS DE LINEA	
NODO INICIAL	NODO FINAL
2	5
2	4
1	2
3	7
3	6
1	3

Tabla 4. Relación ordenada entre capas

La tabla anterior, debe ordenarse por nodo final o de recibo (columna 2) de forma ascendente, de la siguiente manera:

DATOS DE LINEA	
NODO INICIAL	NODO FINAL
1	2
1	3
2	4
2	5
3	6
3	7

Tabla 5. Ordenamiento ascendente

Finalmente, se reasignan los valores iniciales obteniéndose el sistema ordenado que permite aplicar el método de barrido iterativo:

DATOS DE LINEA	
NODO INICIAL	NODO FINAL
100	20
100	1
20	50
20	200
1	90
1	7

Tabla 6. Sistema ordenado

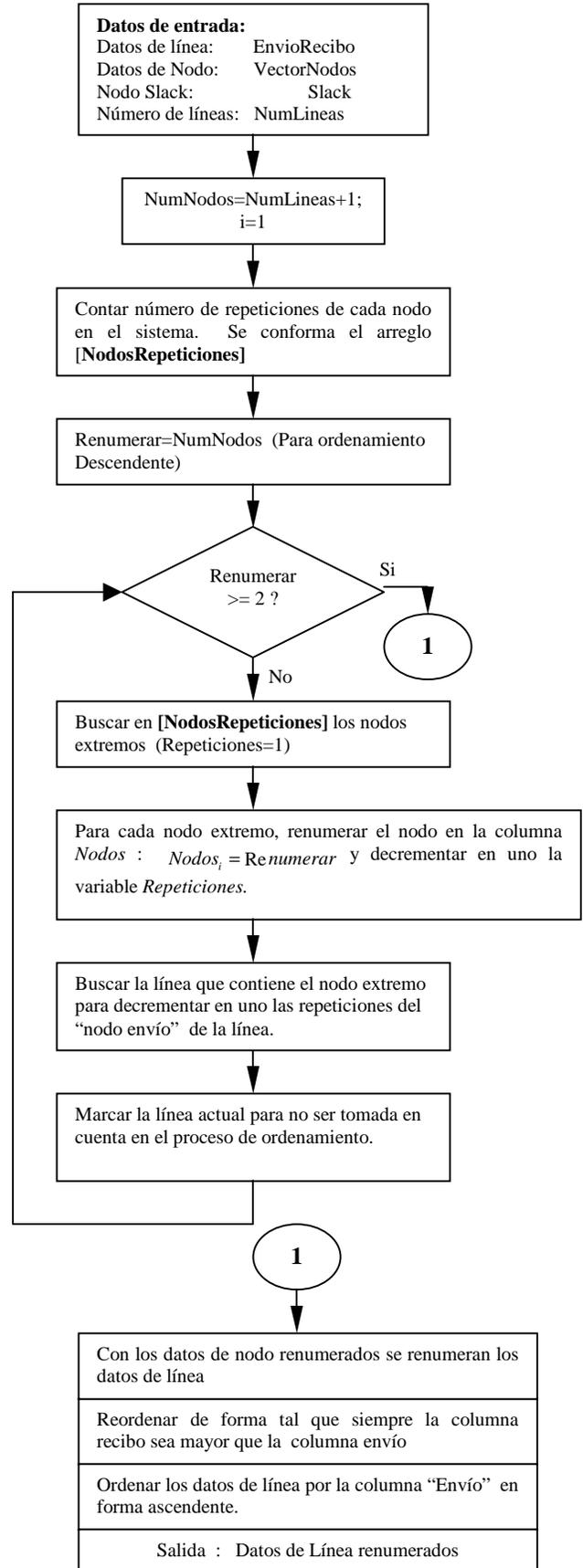


Figura 3. Algoritmo de Ordenamiento

3. MÉTODO DEL BARRIDO ITERATIVO

El método propuesto se basa en la aplicación de las leyes de Kirchhoff de la siguiente forma:

- a. Inicializar voltajes nodales (punto inicial de operación).
- b. Con base en las tensiones nodales y los modelos de cargas, transformadores y bancos de condensadores, calcular las corrientes inyectadas.
- c. Aplicar la primera ley de Kirchhoff en todos los nodos de la red, iniciando en los nodos mas alejados hasta llegar al nodo fuente (Slack). En cada uno de ellos se tendrá un flujo de corriente que será la incógnita en la ecuación :

$$(I_{jk})_{ABC} = (I_j)_{ABC} + \sum (I_{jL})_{ABC} \quad (5)$$

donde:

L : es todo nodo que conecte a j, siendo L todos los nodos con mayor numeración que j.

k: es todo nodo que conecta a j, siendo k el nodo con menor numeración que j.

I_j : Corriente inyectada en j (corriente nodal).

I_{jk} : Flujo de corriente por las líneas j-k (corriente de rama).

I_{jL} : Flujo de corriente por las líneas j-L.

- d. Actualizar la tensión en el nodo fuente.

$$V_{slack} = V_{th} - Z_{th} \cdot I_{th} \quad (6)$$

en donde:

V_{slack} : Tension en el nodo slack.

Z_{th} : Impedancia de Thevenin del equivalente externo.

I_{th} : Corriente total en el nodo fuente.

- e. Aplicar la segunda ley de Kirchhoff en los demás nodos:

$$V_j = Z_{ij} \cdot I_{ij} + V_i \quad (7)$$

donde:

V_j : Voltaje del nodo de recibo.

V_i : Voltaje del nodo de envío.

Z_{ij} : Impedancia entre i-j

I_{ij} : Flujo de corriente por i-j.

- f. Con base en las nuevas tensiones se actualizan las corrientes nodales iniciando una nueva iteración.

- g. Convergencia: La convergencia ocurre cuando la diferencia en las pérdidas de potencia activa en dos iteraciones consecutivas están bajo una tolerancia determinada.

5. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para mostrar la metodología planteada se presenta una red radial simple con 4 nodos con las siguientes características:

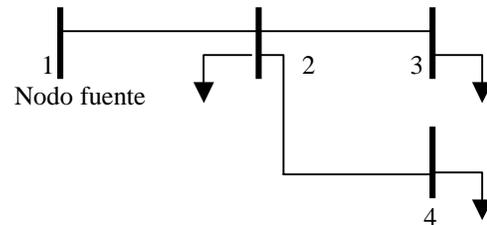


Figura 4. Ejemplo de una red radial.

Los datos del sistema trifásico se muestran en las tablas 7. La matriz (8) corresponde a la matriz de impedancias trifásicas de la línea.

Envío	Recibo	Pot. Nodo recibo					
		Pot. Activa por fase			Pot. Reactiva por fase		
		P _A	P _B	P _C	Q _A	Q _B	Q _C
1	2	3	2.5	2.8	0.8	0.4	0.2
2	3	1.2	1.3	1	0.1	0.1	0.1
2	4	2.5	2.5	2.5	0.3	0.3	0.3

Tabla 7. Datos del sistema

$$Z = \begin{pmatrix} 0.037 + j0.0141 & 0.001 + j0.0068 & 0.001 + j0.0071 \\ 0.01 + j0.0068 & 0.0037 + j0.0141 & 0.001 + j0.0067 \\ 0.001 + j0.0071 & 0.001 + j0.0067 & 0.0037 + j0.0141 \end{pmatrix} \quad (8)$$

En el nodo Slack se tiene: $V_{th}=1$ pu y $Z_{th} = j0.002$ pu, se asume como punto inicial un voltaje de 1 pu en todos los nodos y se procede a calcular las corrientes por cada línea haciendo un barrido hacia adelante. Para ello, se deben tener en cuenta los modelos de cada elemento:

	Fase A		Fase B		Fase C	
	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)
I_4	2.5179	-6.84	2.5179	-126.84	2.5179	113.16
I_3	1.2042	-4.76	1.3038	-124.4	1.005	114.29
I_2	3.1048	-14.93	2.5318	-129.09	2.8071	115.91

Tabla 8. Corrientes trifásicas inyectadas en cada nodo

De (5) las corrientes por las ramas son:

	Fase A		Fase B		Fase C	
	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)
I_{r4}	2.5179	-6.84	2.5179	-126.84	2.5179	113.16
I_{r3}	1.2042	-4.76	1.3038	-124.4	1.005	114.29
I_{r2}	6.8066	-10.15	6.3506	-127.24	6.3285	114.56

Tabla 9. Corrientes trifásicas de rama

Una vez calculadas las corrientes, se realiza el barrido hacia atrás para obtener la nueva configuración de voltajes, aplicando (7):

	Fase A		Fase B		Fase C	
	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)
V_1	0.998	-0.77	0.999	-120.72	0.999	119.28
V_2	0.970	-3.52	0.981	-123.49	0.977	116.91
V_3	0.965	-4.04	0.978	-124.13	0.974	116.59
V_4	0.963	-4.57	0.973	-124.56	0.968	115.86

Tabla 10. Voltajes nodales trifásicos en la primera iteración

Con estos valores se recalculan las corrientes inyectadas y se repite el proceso hasta que se cumpla la tolerancia.

En este caso el método llegó a la solución en 5 iteraciones con una tolerancia de 0.01. Los datos definitivos se muestran en la tabla 11.

	Fase A		Fase B		Fase C	
	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)	Mag	Ang(°)
V_1	0.997	-0.79	0.997	-120.74	0.998	119.26
V_2	0.964	-3.55	0.976	-123.51	0.973	116.91
V_3	0.958	-4.08	0.973	-124.16	0.970	116.58
V_4	0.955	-4.62	0.967	-124.58	0.963	115.86

Tabla 11. Voltajes nodales trifásicos en la última iteración

4. CONCLUSIONES

Se estudia e implementa una metodología que permite resolver el problema de flujo de potencia trifásico en sistemas de distribución. Aprovechando diferentes características como lo es la topología radial.

Con la implementación de esta herramienta se facilita el estudio de desbalance de carga, caída de tensión, cálculos de pérdida de potencia en cualquier línea, compensación capacitiva, análisis de sobrecargas en circuitos, balanceo de fases, distribución de carga en transformadores de distribución, entre otros.

El modelo del transformador implementado se basa en la utilización de tablas existentes que permiten encontrar la tensión en el secundario a partir del primario y corrientes en el primario a partir de las corrientes en el secundario. Esto, facilita el modelamiento de este elemento y presenta condiciones de simplicidad matemática, con exactitud adecuada y sin inconvenientes de singularidades.

El algoritmo propuesto es económico en el consumo de recursos computacionales dada la orientación topológica del método. Adicionalmente, es de convergencia rápida y de implementación sencilla.

5. AGRADECIMIENTOS

El grupo de planeamiento eléctrico agradece a la Universidad Tecnológica de Pereira por el apoyo prestado.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] GALLEGO R.A., DARIO ELIECER RODAS, metodología Para el análisis de sistemas de Distribución, 1991, congreso nacional de ingeniería eléctrica, mecánica, electrónica y afines, ACIEM, Barranquilla
- [2] YONG-JIN JANG AND JONG-KEUN PARK, Three-phase Power-flow Method based on Fast-Decoupled Method for Unbalanced Radial Distribution System.
- [3] TSAI H. CHEN, YUNG LIANG CHANG, Integrated Models of Distribution Transformers and Their Loads for Three-phase Power Flow Analyses, IEEE Transaction on Power Delivery, January 1996.
- [4] DARIO ELIECER RODAS RENDON, *Modelamiento de banco de transformadores*, Revista Scientia et Technica No 21, Universidad Tecnológica de Pereira.