

## MEDICIÓN DE VARIABLES ELÉCTRICAS UTILIZANDO SEÑALES DIGITALIZADAS

### RESUMEN

Este artículo precisa algunos conceptos del procesamiento digital aplicado al estudio de señales eléctricas y el cálculo de las variables voltaje, corriente y potencia. Se determinan las diferencias que se presentan en las lecturas de las señales de una onda no sinusoidal cuando se utiliza un medidor convencional y dispositivos electrónicos.

**PALABRAS CLAVES:** Procesamiento digital de señales, voltaje, corriente, potencia, r.m.s., r.m.s. true, r.m.s. mean.

### ABSTRACT

*This paper shows the digital processing applied at the performance of electrical signals. In addition it determines the conceptual differences in the readings of nonsinusoidal waves when it is used with conventional meters and devices that read values r.m.s, true r.m.s. and mean r.m.s.*

**KEYWORDS:** Digital signal processing, electrical signal, rms values, true r.m.s., mean r.m.s and electrical power

### JORGE EDUARDO CALLE

Ingeniero Electricista  
Profesor titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ject@utp.edu.co

### JORGE JUAN GUTIÉRREZ

Ingeniero Electricista  
Profesor titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jjgg@utp.edu.co

### ÁLVARO ÁNGEL OROZCO

Ingeniero Electricista  
Profesor titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
aorozco@utp.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

Dentro del procesamiento digital de señales es importante conocer las diferentes formas de procesar señales eléctricas de potencia, su análisis e interpretación es fundamental para los estudios de la instrumentación y la ingeniería eléctrica. Es así que, conceptos tales como valores r.m.s, r.m.s. true, r.m.s. mean son estudiados y aclarados a la luz de los nuevos medidores digitales y de sus antecesores los análogos.

A partir de las señales digitalizadas de voltaje y corriente, los sistemas de procesamiento digital pueden calcular otras variables eléctricas como potencia activa, reactiva, aparente, factor de potencia, energía, análisis de armónicos. Dado lo anterior los algoritmos necesarios para el cálculo de las citadas variables son discutidos teniendo en cuenta incluso el grado de armónicos presentes en ellos.

Las señales de voltaje y corriente muestreadas en este ejercicio fueron adquiridas a tasas muy superiores a la frecuencia de Nyquist, 2000 muestras/segundo y un número de muestras igual a 2000, dicha frecuencia de muestreo fue suficiente para obtener de señales contaminadas un mínimo de diez armónicos.

En resumen:

$$f_s = 2000 \text{ muestras/segundo}$$

$$T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{2000} \text{ s.}$$

$$N : \text{Número de muestras} = 2000$$

## 2. CONTENIDO

### 2.1. Un análisis acerca de los valores r.m.s.

Los antiguos medidores análogos utilizados para las lecturas de los voltajes, corrientes y potencias tenían como inconveniente principal el no ser capaces de medir el valor máximo, medían algo que la ciencia llamó el valor r.m.s. (siglas en inglés de “valor medio cuadrático”) y que por las limitaciones del tiempo se impuso.

El concepto de valor r.m.s. fue explicado estableciendo cuál sería la fuente de voltaje de valor constante que reemplazaría, desde el punto de vista de sus efectos exteriores, a la fuente de voltaje cuya ley es la señal periódica conectada como se muestra en la figura 1.

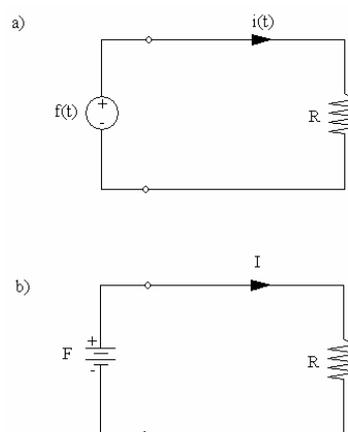


Figura 1. Circuitos para determinar el valor r.m.s.

Si el efecto térmico sobre la resistencia ha de ser el mismo en a) que en b), se deben igualar los valores de la potencia disipada, de donde se obtiene que F es igual a:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t).dt} \tag{1}$$

donde: F es el valor r.m.s de la función  $f(t)$  y T es el período de la señal o el tiempo de muestreo de la señal digitalizada.

La costumbre hizo que el valor r.m.s. se incluyera dentro de los tratados sobre circuitos eléctricos y electrónicos y que los medidores digitales, que aparecieron posteriormente, tuvieran que calcularlo.

Los instrumentos análogos tradicionales calculaban el valor de F sobre ondas sinusoidales puras y ya que no contaban con el problema, en ese entonces, de cargas no lineales, su calibración se daba a través del valor máximo dividido entre raíz de dos.

$$F = \frac{f_{\max}}{\sqrt{2}} \tag{2}$$

Para los medidores digitales el valor r.m.s. no es natural, por lo que se determinó a través del valor medio de la señal rectificadora multiplicada por  $\pi/(2\sqrt{2})$ . Este valor tomó el nombre de señal r.m.s. en los medidores digitales que medían señales sinusoidales puras. Posteriormente con el problema de las señales no sinusoidales y la llegada al mercado de los medidores r.m.s. *true*, éstos tomaron el nombre de r.m.s. *mean*. Ecuación 3.

$$F_{\text{mean}} = \frac{\sum |X_i|}{N} \times \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \tag{3}$$

Donde  $F_{\text{mean}}$  es el valor r.m.s. medido a partir de la señal rectificadora y equivalente a:

$$F_{\text{mean}} = \frac{\pi}{T\sqrt{2}} \int_0^{T/2} f(t).dt \tag{4}$$

T es el período de la señal.

Para los computadores y microcontroladores actuales el cálculo del valor r.m.s se traduce en la necesidad de calcular la expresión (1), dicho valor toma el nombre de *true* r.m.s.. El cálculo digital se establece a través de la siguiente ecuación.

$$F_{\text{true\_rms}} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N}} \tag{5}$$

Donde  $F_{\text{true\_rms}}$  es el valor r.m.s. *true* de la señal y N es el número de muestras.

Para los analizadores de líneas, el valor r.m.s. está calculado a partir del valor máximo de la señal fundamental, dividido entre raíz de dos. El procesamiento de la señal digital se establece a partir de la transformada rápida de Fourier FFT, que es una versión rápida de la transformada discreta de Fourier. La DFT transforma una señal digital en el dominio del tiempo en una señal digital en el dominio de la frecuencia.

Cada componente frecuencial es el resultado del producto punto de la señal en el dominio del tiempo con la exponencial compleja a la frecuencia dada.

La componente DC es el producto punto de  $x(n)$  con 1.0

$$X(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n).e^{-j\left(\frac{2\pi nK}{N}\right)} \tag{6}$$

$$X(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n). \left[ \cos\left(\frac{2\pi nK}{N}\right) - j\text{sen}\left(\frac{2\pi nK}{N}\right) \right] \tag{7}$$

Al aplicar éstos algoritmos a diferentes tipos de señales los conceptos r.m.s., r.m.s. *true* y r.m.s. *mean* se obtienen los valores siguientes:

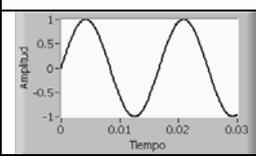
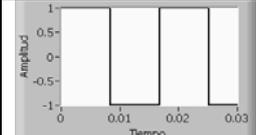
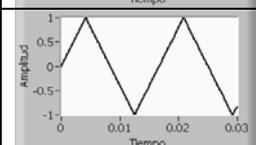
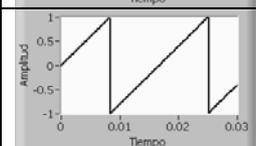
Señal	rms	rms mean	rms true
	$\frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$	$\frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$	$\frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$
	$\frac{1.2731}{\sqrt{2}} V_{\max}$	$\frac{V_{\max} \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{2}}$	$V_{\max}$
	$\frac{0.8105}{\sqrt{2}} V_{\max}$	$\frac{V_{\max} \cdot \pi}{4 \cdot \sqrt{2}}$	$\frac{V_{\max}}{\sqrt{3}}$
	$\frac{0.6365}{\sqrt{2}} V_{\max}$	$\frac{V_{\max} \cdot \pi}{4 \cdot \sqrt{2}}$	$\frac{V_{\max}}{\sqrt{3}}$

Tabla 1. Análisis de tres señales a 60 Hz, para el cálculo de los valores rms, rms *mean* y rms *true*

Observe los resultados en cada una de las señales, en especial cuando la señal es sinusoidal pura para la cual todos los valores r.m.s. coinciden.

## 2.2 Cálculo de la potencia

Dados los vectores  $[v]$  e  $[i]$  que representan las señales  $v(t)$  e  $i(t)$ , la potencia instantánea está dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (8)$$

o digitalmente

$$[p] = [v][i] \quad (9)$$

Para señales de voltaje y corriente no sinusoidales no existe discusión de que la potencia instantánea es igual a:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt \quad (10)$$

En sistemas digitales el cálculo de la potencia siempre se deducirá a partir de la siguiente ecuación, sin importar el número de armónicos contenidos en las señales de voltaje y corriente.

$$P_{activa} = \frac{\sum [V][i]}{N} \quad (11)$$

donde N es el número de muestras.

## 2.3 Cálculo de la potencia reactiva

Para la medición de potencia reactiva y potencia aparente a partir de señales no sinusoidales no existe una única definición; eso sí, se sabe con seguridad que para señales sinusoidales puras la potencia reactiva puede ser expresada como:

$$Q = V \cdot I \cdot \text{sen} \theta \quad (12)$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (13)$$

Y la potencia aparente como:

$$S = V \cdot I \quad (14)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (15)$$

Para condiciones no sinusoidales la potencia aparente puede ser definida también como:

$$S = \sqrt{\sum_n V_n^2 \sum_n I_n^2} \quad (16)$$

Donde n representa los armónicos contenidos en las señales.

La definición de potencia reactiva para señales no sinusoidales que más ampliamente se utiliza y recomienda por el estándar ANSI/IEEE, dada por Budeanu, es:

$$Q = \sum_n V_n I_n \text{sen} \theta_n \quad (17)$$

Además es usual la denotación de potencia reactiva por  $Q_B$ . Además el triángulo de potencia generalmente no se satisface y por lo tanto se requiere redefinir la relación entre potencia activa, reactiva y aparente como:

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D_B^2 \quad (18)$$

El factor  $D_B$  es llamado distorsión de potencia cuyo valor es cero si no existen armónicos presentes en las señales.

Sin embargo, la definición de acuerdo con Budeanu no se consideraba frecuentemente en algunas aplicaciones, ya que no se ajusta totalmente a las interpretaciones físicas dadas a la potencia reactiva.

Las más importantes interpretaciones físicas dadas a la potencia reactiva para condiciones sinusoidales son:

1. La potencia reactiva es igual a la magnitud –valor pico- de las pulsaciones bi-direccionales de la potencia instantánea a través de un punto en un sistema de potencia.
2. La potencia reactiva es proporcional al promedio de la diferencia entre la energía almacenada en los inductores y la energía guardada en los capacitores.
3. Si el factor de potencia es igual a uno, la potencia reactiva es igual a cero.
4. La potencia reactiva completa el triángulo de potencia.  $S^2 = P^2 + Q^2$ .
5. La suma de todas las potencias reactivas en un nodo de un sistema de potencia es cero.
6. La potencia reactiva puede ser evaluada en términos de V, I y el  $\text{Sen} \theta$ .

7. La potencia reactiva puede ser positiva o negativa (el signo determina si es una carga inductiva o capacitiva).

8. La potencia reactiva puede ser llevada a cero insertando cargas inductivas o capacitivas.

9. La caída de voltaje en las líneas de un sistema de potencia es aproximadamente proporcional a la potencia reactiva.

Estas características son aplicables al caso de señales sinusoidales puras y depende del ángulo entre el voltaje y la corriente y válidas para la expresión  $Q = VI \sin \theta$ , Para el caso de señales con armónicos la definición de potencia de Budeanu no siempre concuerda con las características tres, cuatro y ocho [6].

Se puede demostrar que la potencia aparente es el producto cruz de los armónicos de voltaje y corriente, mientras que la potencia activa no. La característica cuatro requiere entonces que la potencia reactiva no contenga el producto cruz, que contradice la característica seis. Por lo tanto una definición de potencia reactiva para casos no sinusoidales que contengan las características seis y cuatro es imposible encontrarla [4].

#### 2.4 Definición de potencia reactiva propuesta por C Budeanu

La potencia activa bajo condiciones no sinusoidales pero bajo condiciones periódicas de las señales está definida por:

$$P = \sum_n P_n \quad (19)$$

$$P = \sum_n V_n I_n \cos \theta_n \quad (20)$$

Donde los valores de  $V_n$  e  $I_n$  son los valores armónicos de voltaje y corriente r.m.s. de orden  $n$  y donde  $\theta_n$  es el ángulo de desfase entre los diferentes armónicos.

Pero como ya se comentó, la ecuación propuesta por Budeanu, no cumple con la definición del triángulo de potencia [6],  $S^2 = P^2 + Q^2$ , de acuerdo a:

$$S^2 = \sum_n V_n^2 \cdot \sum_n I_n^2 \geq \left( \sum_n V_n I_n \cos \theta_n \right)^2 + \left( \sum_n V_n I_n \sin \theta_n \right)^2 \quad (21)$$

La cantidad adicionada por Budeanu la llamó distorsión de potencia  $D$  de acuerdo a:

$$D^2 = S^2 - P^2 - Q^2 \quad (22)$$

La principal característica de esta definición es que cumple con la característica cinco. Es decir, la suma de todas las potencias reactivas en un punto de un sistema es cero. La principal desventaja es que la definición no cumple con las características tres y ocho. Es decir, El factor de potencia no es siempre uno si la potencia reactiva es reducida a cero y que la potencia reactiva pueda ser totalmente compensada por adicionarle a la red componentes inductivos o capacitivos.

Otro algoritmo incorporado al medidor fue el sugerido por el grupo de trabajo de la IEEE en armónicos el cual consiste en la separación de las cantidades fundamentales  $P_1$  y  $Q_1$  del resto de las componentes de potencia aparente. El punto de arranque consiste en la separación de las componentes fundamentales de corriente y voltaje de sus correspondientes armónicos. [9]

$$V^2 = V_1^2 + V_H^2 = V_1^2 + \sum_{h \neq 1} V_h^2 \quad (23)$$

$$I^2 = I_1^2 + I_H^2 = I_1^2 + \sum_{h \neq 1} I_h^2 \quad (24)$$

Por definición la potencia aparente es igual al producto de  $V$  e  $I$ , de donde:

$$S^2 = (VI)^2 + (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + \dots \dots + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (25)$$

$$(V_1 I_1)^2 = S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 = (V_1 I_1 \cos \theta_1)^2 + (V_1 I_1 \sin \theta_1)^2 \quad (26)$$

La potencia descrita como  $S_1$ , es llamada potencia aparente fundamental, diferenciándola de la potencia aparente no-fundamental, que es el resto de la ecuación (25), y que esta definida como:

$$S_N^2 = (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 = S^2 - S_1^2 \quad (27)$$

Se define como potencia no activa la expresión:

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (28)$$

Otro término importante a relacionar es la potencia aparente armónica que es igual a:

$$S_H^2 = (V_H I_H)^2 = P_H^2 + N_H^2 \quad (30)$$

Donde  $P_H$  es la potencia armónica total y  $N_H$  es la potencia total armónica no activa.

A partir de estos conceptos la relación entre  $S_H$  y  $S_1$  es definida como la distorsión total armónica  $THD_U$  y la relación entre  $S_N$  y  $S_1$ , es definida como la distorsión total armónica  $THD_I$  así:

$$THD_U = \frac{S_H}{S_1} \quad (31)$$

$$THD_I = \frac{S_N}{S_1} \quad (32)$$

Otras definiciones de potencia y su correspondiente análisis fueron estudiados pero no implementados debido a que son temas que ameritan un estudio profundo y un seguimiento estricto que hacen de su análisis un compendio aparte.

### 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se estableció de manera sistemática las diferencias entre las distintas formas de calcular valores r.m.s. y los diferentes valores r.m.s arrojados por varias señales.

Para el cálculo de potencia activa se establece el algoritmo para su cuantificación, dejando claro su independencia frente a señales con contenidos armónicos.

En cuanto a la medición de potencia reactiva y potencia aparente a partir de señales no sinusoidales no existe una única definición y se estudian los conceptos de C Budeanu y las recomendaciones de estándar ANSI/IEEE.

### 4. BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACOSTA, Álvaro, CALLE, Jorge E. y GIRALDO, Didier. Introducción a la teoría de los circuitos eléctricos lineales. Apuntes de clase. Universidad tecnológica de Pereira, 1992.
- [2] CALLE, Jorge E., GONZÁLEZ, Juan A. y OROZCO Álvaro A. El verdadero valor r.m.s., Revista Electrónica & Computadores, Edición 52, Pg 48, Publicaciones CEKIT.
- [3] C.I. Budeanu, Puissances reactives et fictives, Instytut romain de l'Energie, Bucharest, Romania, 1927.
- [4] IEEE TUTORIAL COURSE, "Nonsinusoidal situations: Effects on The Performance of Meters And Definition of Power, Jhon & Sons. New Cork, 1996.
- [5] IEEE TUTORIAL COURSE, "Nonsinusoidal situations: Effects on The Performance of Meters And Definition of Power, IEEE.
- [6] LESZECK S. Czarnecki, Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal Situations, IEEE Trans on instr. and meas, Vol IM34, No. 3, Sept 1985.
- [7] Donal R. Zrudsky and james M. Pichler, Virtual Instrument for Instantaneous Power Measurements, trans on inst and mean, Pgs 528 and 534, Vol 41, No. 4, Aug 1992
- [8] ROMANOWITZ H. Alex. Electrical Fundamentals and circuit análisis. Jhon & Sons. New Cork, 1996.
- [9] Power System Instrumentation And Measurements Committee and Transmission And Distribution Committee Of the IEEE Power Engineering Society. "Nonosinusoidal Situations Effects on the Performance Of Meters and Definitions Of Power", IEEE, Tutorial Course, 1990.