

## SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE LA DESIGNACIÓN GENERALIZADA USANDO EL MÉTODO DE BÚSQUEDA TABÚ

### RESUMEN

En el problema de designación generalizada el número de tareas es mayor que el de agentes y estos tienen capacidad de recursos limitados. El problema consiste en conocer qué agentes deben hacer las tareas sin violar su capacidad y maximizando sus ingresos.

La solución del problema es planteado en tres etapas: en la primera se implementa una heurística constructiva, en la segunda una constructiva mejorada y en la tercera el método búsqueda tabú. La búsqueda tabú emplea estrategias de intensificación, usando para tal fin memoria de corto plazo, así como la estrategia de selección elite y criterios de aspiración.

La efectividad de la metodología es verificada analizando casos de la literatura especializada. En varios de estos casos se obtiene la solución global y en el peor de ellos se llega a una solución que es el 97.9% respecto al óptimo global.

**PALABRAS CLAVES:** Búsqueda Tabú, Metaheurísticas, Problema de la Designación Generalizada, Optimización.

### ABSTRACT

*In the generalized designation problem, the number of tasks is larger than the number of agents, who have limited resources. The problem consists in finding out which agents should execute the tasks without violating their capacities and maximizing their income.*

*The problem is solved in three stages: in the first one, a heuristic constructive method is implemented; in the second one, an improved constructive heuristic is developed and in the third, the tabú search method is used. The tabú search uses an intensification strategy, using a short term memory routine, as well as an elite selection strategy and aspiration criteria.*

The method effectiveness is verified analyzing cases taken from the specialized literature. In several of these cases the global solution is obtained and in the worst ones a solution that amounts to 97.5% of the optimal solution is obtained.

**KEYWORDS:** *Tabú Search, Metaheuristics, Generalized Appointment Problem, Optimization*

## 1. INTRODUCCIÓN

Las metaheurísticas tales como “simulated annealing”, algoritmos genéticos, búsqueda tabú, grasp, colonia de hormigas, partículas swarm, son metodologías que se utilizan para resolver problemas de programación no lineal entera mixta (PNLEM), o de programación lineal entera mixta (PLEM) los cuales presentan naturaleza combinatoria y son de difícil solución. En muchos casos el problema a optimizar es de gran tamaño y resulta inapropiado usar metodologías matemáticas convencionales, es en estos casos donde las metaheurísticas se presentan como una buena alternativa

de solución. Esta afirmación se fundamenta en los resultados obtenidos en las diferentes aplicaciones prácticas en áreas tales como: Eléctrica, electrónica, mecánica, química, y sistemas de producción, entre otros.

Respecto al método búsqueda tabú, consiste en una estrategia para resolver problemas de optimización combinatorial cuyas aplicaciones son muy variadas incluyendo problemas de programación entera pura y mixta. Es un procedimiento adaptativo con capacidad de emplear muchos otros métodos tales como los algoritmos PL, PNL y heurísticas especializadas. Así este método

**ELIANA M. TORO OCAMPO**

Ingeniera Industrial.  
Estudiante Maestría IE  
Universidad Tecnológica de Pereira  
mirledyt@yahoo.com

**MAURICIO GRANADA E., M.Sc**

Profesor Facultad Ingeniería Eléctrica.  
Universidad Tecnológica de Pereira  
magra@utp.edu.co

**Grupo de Planeamiento Eléctrico,  
área de Investigación Operativa.**

puede ser visto como una metaheurística superpuesta sobre otra heurística.

Para la solución de este problema se implementó una metodología combinada de heurísticas constructivas y búsqueda tabú, el cual usa las heurísticas constructivas para generar la estructura de vecindad, haciendo el papel de orientador de las mismas. La estructura de vecindad está basada en el intercambio de tareas entre los agentes y el intercambio de agentes para una tarea determinada.

En la metodología de búsqueda tabú se genera un conjunto de listas de trabajos con base en intercambios y cuyo criterio de selección es el valor de la función objetivo. Se implementa un criterio de sondaje con el fin de evitar un crecimiento excesivo del tiempo de proceso. El proceso termina cuando el conjunto de listas de trabajos almacenados anteriormente se han estudiado y no se obtiene mejora en la solución, o el número de iteraciones sobrepasa un límite establecido. La metodología de búsqueda tabú implementada sólo emplea una estrategia de intensificación, selección elite y criterios de aspiración con memoria de corto plazo.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

El problema de designación generalizada es del tipo NP-completo, de difícil solución y es descrito como sigue:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij} \\ \text{s.a.} & \\ & \sum_{i=1}^n X_{ij} = 1, \quad j \in J \\ & \sum_{j=1}^m A_{ij} X_{ij} \leq b_i, \quad i \in I \\ & X_{ij} = 0 \quad \text{ó} \quad 1, \quad i \in I, j \in J \end{aligned}$$

donde:

$C_{ij}$ : Costo de designar la tarea  $j$  al agente  $i$ .

$A_{ij}$ : Recurso requerido por el agente  $i$ , para ejecutar la tarea  $j$ .

$b_i$ : Capacidad del agente  $i$ .

## 3. MÉTODO DE BÚSQUEDA TABÚ

La metodología de búsqueda tabú o "tabú search" (TS) está adecuadamente presentada en [5]. En este trabajo se presenta un resumen de las principales características de esta metodología. TS fue proyectado para encontrar configuraciones óptimas o cuasi-óptimas de problemas complejos (problemas no convexos, no diferenciables,

con variables mixtas, etc.) y con características combinatoriales (problemas cuyo espacio de soluciones crece de manera exponencial con el tamaño del mismo). En general, TS resuelve problemas de la forma:

$$\min f(x) \quad \text{s.a.} \quad x \in X$$

Esta metodología realiza una transición de manera similar a una heurística de búsqueda local. Así, dada una configuración  $x$ , se define una vecindad de  $x$  como aquellas configuraciones  $x' \in N(x)$  que pueden ser encontradas a partir de  $x$  a través de un mecanismo de transición. TS es diferente de una heurística de búsqueda local en dos aspectos fundamentales: (1) a partir de la configuración actual se pasa al mejor vecino o al que produce la menor degradación de la función objetivo, y (2) el conjunto de vecinos de  $x$  no es identificada de manera estática y, por lo tanto, después de cada transición, se debe definir una nueva vecindad que varía dinámicamente en estructura y tamaño durante todo el proceso de optimización. Esta estrategia permite a TS realizar una búsqueda eficiente e inteligente. En este trabajo se utilizan algunas de las funciones del TS así: (1) algoritmo TS con memoria de corto plazo con criterio de aspiración, y (2) funciones avanzadas tales como la intensificación y elitismo en la población

### 3.1 TS con memoria de corto plazo:

El algoritmo más elemental es el llamado "búsqueda tabú con memoria de corto plazo". En este caso, el proceso parte de una configuración inicial y se realiza un número determinado de transiciones hasta satisfacer un criterio de parada. En cada paso, el algoritmo analiza un conjunto de vecinos (todos los vecinos o un conjunto reducido) y se escoge la configuración que mejore de manera más significativa la función objetivo, siempre y cuando no se encuentre prohibida, esta configuración se transforma en la configuración actual. El carácter agresivo de la metodología al escoger la mejor configuración vecina (o la que menos degradación produce) permite al método salir de configuraciones óptimas locales pero también exige mantener una lista restringida (por un número finito de iteraciones) o lista tabú que evita retornar a configuraciones ya visitadas. La *lista tabú* generalmente almacena atributos de las configuraciones visitadas.

Una lista tabú que almacena atributos prohibidos reduce bastante las necesidades de memoria pero incorpora un problema adicional. El atributo prohibido, que corresponde a una configuración ya visitada, es compartido por otras configuraciones de la región de búsqueda, algunas de las cuales pueden ser muy atractivas pero no pueden ser visitadas porque se encuentran restringidas. Este problema es resuelto usando una metodología conocida como *criterio de aspiración*. De esta manera, se puede eliminar la prohibición de una configuración candidata si su función objetivo satisface un criterio de aspiración especificado.

por ejemplo; si la función objetivo de la configuración prohibida es la mejor de las últimas  $n$  transiciones visitadas o si es la mejor de todas las configuraciones visitadas (incumbente).

Existe una estrategia que realiza un conjunto de transiciones usando una lista tabú de atributos prohibidos para no visitar configuraciones ya evaluadas y usa un criterio de aspiración para eliminar la prohibición de configuraciones vecinas atractivas. Esta estrategia, es conocida como “*algoritmo TS con memoria de corto plazo*” y constituye el algoritmo más elemental de la metodología de búsqueda tabú. Algunas mejoras de la metodología incluyen estrategias adicionales como son las funciones avanzadas de TS.

### 3.2 Funciones avanzadas de TS

Algunas funciones avanzadas contenidas en el algoritmo son la diversificación y el path relinking. En este trabajo se usaron las funciones de *intensificación con memoria de corto plazo* y *configuraciones élite en la población*.

**Intensificación (I):** Existen varias formas de implementar intensificación. Por ejemplo, se puede realizar intensificación a partir de configuraciones de élite almacenadas durante el proceso TS básico permitiendo la posibilidad de encontrar mejores configuraciones. También se puede implementar intensificación modificando el proceso TS básico, la estructura de vecindad y los parámetros de control del proceso restringiendo la búsqueda alrededor de una configuración de alta calidad.

**Diversificación (D):** Esta función avanzada, intenta llevar el proceso de búsqueda a regiones distantes a las ya analizadas por el algoritmo TS básico. También puede ser implementada de varias formas:

1) usando memoria de largo plazo basada en frecuencia; donde los atributos poco usados son incentivados durante un intervalo del proceso, encontrando configuraciones con la presencia de esos atributos, y 2) usando path relinking donde nuevas configuraciones pueden ser encontradas a partir de dos o más configuraciones de muy alta calidad, intercambiando una parte de los atributos de configuraciones de élite.

**Path Relinking (PR):** es una función de TS inventada recientemente y es usada para encontrar configuraciones potencialmente atractivas para iniciar un proceso de intensificación o de diversificación. Durante el proceso son almacenadas las mejores configuraciones, llamadas *configuraciones de élite*. Dos o más de estas configuraciones pueden ser usadas para encontrar configuraciones atractivas, procurando llegar de una configuración a la otra y modificando sólo los atributos que son diferentes, en ambas. A Esta nueva configuración se le puede aplicar intensificación o diversificación.

**Configuraciones de Elite (CE):** Es un conjunto reducido de configuraciones de excelente calidad que son encontradas durante el proceso TS y ellas pueden ser usadas de dos formas: la primera, consiste en reiniciar el proceso de intensificación y la segunda en implementar *path relinking* para generar nuevas configuraciones de calidad para, posteriormente, aplicar intensificación o diversificación. Adicionalmente, al final del proceso, esta estrategia permite tener disponible un conjunto de soluciones de alta calidad cercanas a la mejor solución encontrada. Una configuración es considerada de élite y almacenada durante el proceso TS si cumple las siguientes condiciones: 1) si su función objetivo es mejor que alguna de las configuraciones de élite ya almacenadas y, 2) si tiene por lo menos un número mínimo de atributos diferentes de cada una de las configuraciones de élite ya almacenadas.

El uso de las funciones TS, en forma integrada y trabajando cooperativamente, constituye un algoritmo para un problema específico. Existen otras funciones o modificaciones del método que no serán analizadas en este trabajo y que permiten mejorar el desempeño, como son: Tabú reactivo, Tabú Cycle, Tabú Granular y Scattering Search entre otros.

### 3.3 Estrategia de Reducción de Vecinos:

La configuración actual tiene un conjunto de vecinos definido por la estructura de vecindad y el algoritmo de búsqueda tabú debe pasar al mejor vecino no prohibido. Este punto es uno de los más críticos de la metodología porque puede comprometer la eficiencia computacional. Con la definición tradicional de vecindad ese número de vecinos generalmente es muy alto y TS debe analizarlos todos. En la literatura especializada se mencionan varios métodos para reducir el número de vecinos, sin embargo, su eficiencia depende del tipo de problema a resolver. Una estrategia interesante consiste en utilizar factores de sensibilidad, con el fin de que el número de vecinos sea pequeño y de gran calidad.

## 4. ALGORITMOS IMPLEMENTADOS

El algoritmo se dividió en tres etapas:

- Heurística constructiva
- Heurística constructiva mejorada
- Búsqueda Tabú

La primera está basada en factores de sensibilidad y emplea un algoritmo guloso para la asignación de las tareas, la segunda emplea una estructura de vecindad simple y una heurística constructiva para asignar y retirar tareas y la tercera usa conceptos básicos del método búsqueda tabú.

Los diagramas de flujo de los algoritmos de cada una de las etapas mencionadas anteriormente se muestran en las figuras 1, 2 y 3.

**Heurística Constructiva**

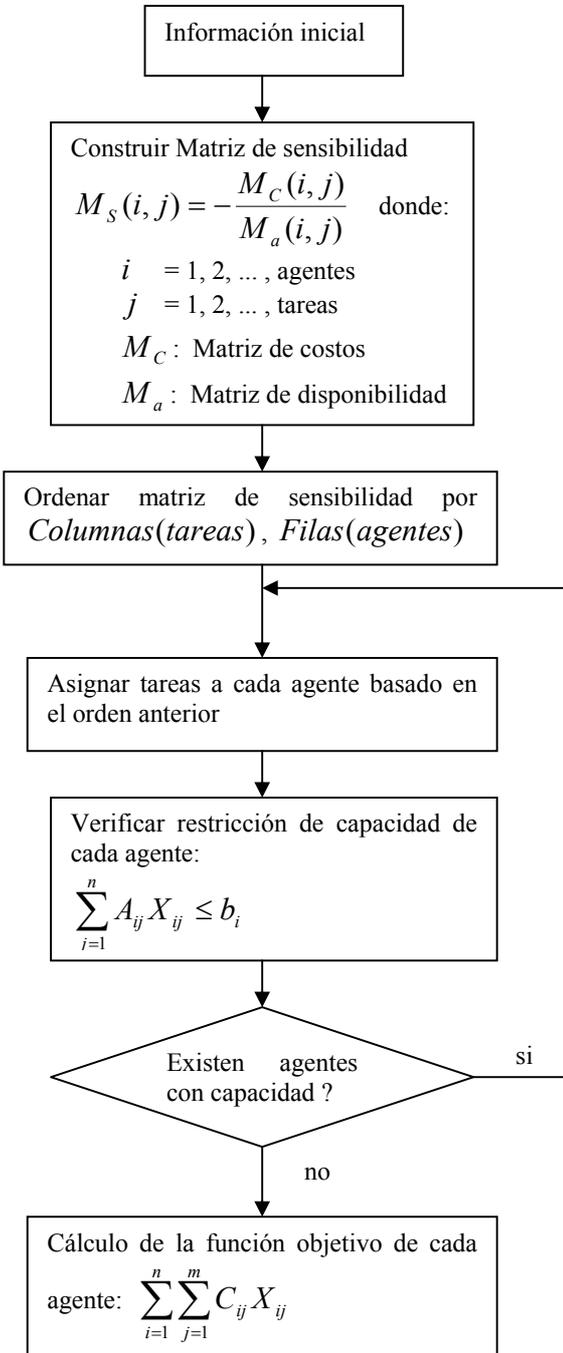


Figura 1. Diagrama de flujo de la etapa heurística constructiva

**Heurística Constructiva Mejorada.**

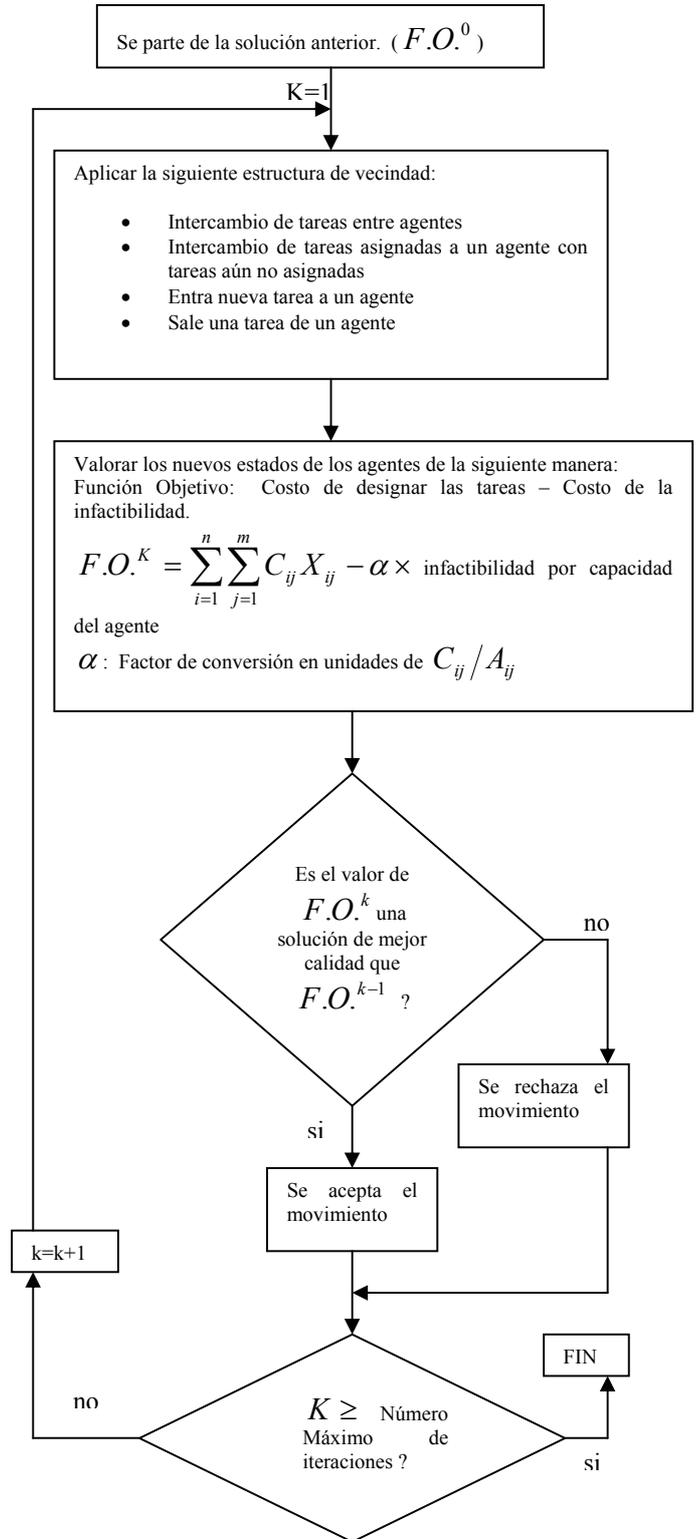


Figura 2. Diagrama de flujo de la etapa heurística constructiva mejorada

**Búsqueda Tabú (Memoria de corto plazo)**

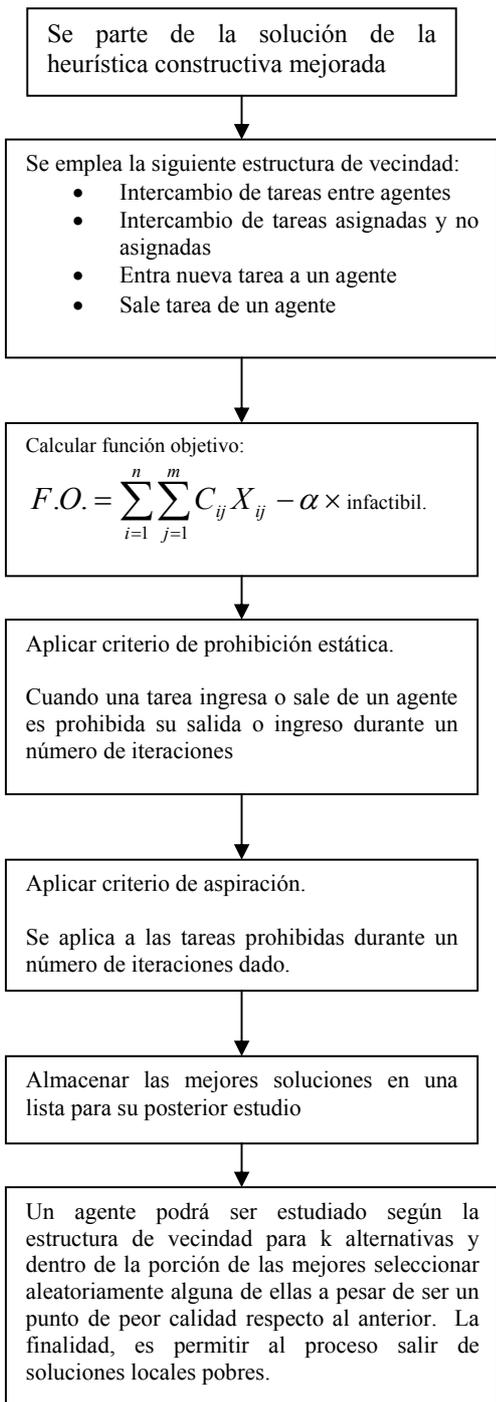


Figura 3. Diagrama de flujo de la etapa de búsqueda Tabú

**5. PRUEBAS Y RESULTADOS OBTENIDOS**

Los resultados fueron obtenidos tomando como base 4 grupos, cada uno de estos grupos analizado 5 veces. Los grupos presentan las características mostradas en la tabla 1. De cada uno de los 4 grupos estudiados se conoce su solución óptima. Los resultados son presentados en las

tablas 2, 3 y 4. En las tablas 2 y 3, se presentan los porcentajes de las soluciones que fueron obtenidas, respecto al valor óptimo. En la figura 4, se presentan los tiempos de cómputo de cada caso, incluidas las 3 etapas (constructiva, constructiva mejorada y búsqueda tabú). En la tabla 2 se observan los resultados de las etapas constructiva y constructiva mejorada, en esta última fue aplicado el método de la primera mejor selección. Se observa una mejora significativa al pasar de la primera a la segunda etapa.

En la tabla 3 se presentan los resultados de la etapa de búsqueda tabú, se corrieron 5 casos para cada problema y como resultado se obtuvo el promedio. Se observa una mejora sustancial respecto a las etapas anteriores.

Grupo	agentes	tareas
1	10	30
2	10	40
3	10	50
4	10	60

Tabla 1. número de agentes y tareas por grupo.

Problema	H. Construc.	Constructiva mejorada
Gap1	80.9	95.2
Gap2	75.6	97.2
Gap3	87.4	97.0
Gap4	89.5	97.8

Tabla 2. Algoritmo de construcción y mejoría del porcentaje respecto a un óptimo.

Problema	CASO					Promedio
	1	2	3	4	5	
Gap1	97.9	98.9	98.6	99.6	97.9	98.6
Gap2	98.0	97.9	98.8	98.0	98.4	98.2
Gap3	98.1	98.5	99.6	98.5	98.6	98.7
Gap4	99.2	97.9	98.8	99.1	98.4	98.7

Tabla 3. Resultado final de las tres etapas dados en porcentajes respecto a un óptimo.

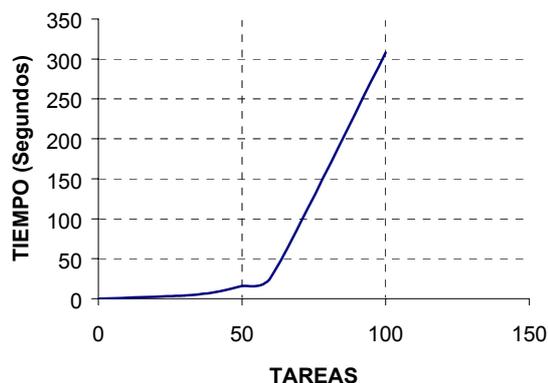


Figura 4. Tiempo final (segundos) de las tres etapas

## 6. CONCLUSIONES

Entre los algoritmos combinatoriales existentes para resolver problemas de optimización, el búsqueda tabú se presenta como una alternativa promisoría. La implementación hecha en este trabajo con base en dicho método, permitió llegar a soluciones de muy buena calidad, a pesar de que sólo se utilizó memoria de corto plazo, con tres diferentes tipos de atributos, criterio de aspiración y estrategia de selección elite. Utilizar otros conceptos más sofisticados en esta metodología, como los basados en memoria de largo plazo, podrían garantizar resultados de mejor calidad.

Es importante introducir en los procesos de solución modos de oscilación de la función objetivo, permitiendo que la solución del problema oscile entre regiones factibles e infactibles. Esto se logra mediante el uso de funciones de penalidad dinámicas, aumentando así la probabilidad de obtener buenas soluciones.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a la Universidad Tecnológica de Pereira por su apoyo al grupo de investigación en planeamiento de sistemas eléctricos.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

[1] M. Laguna, J. P. Kelly, J. L. González Velarde and F. Glover, Tabú Search for the Multilevel Generalized Assignment Problem, *European Journal of Operational Research*, vol. 82, pp. 176-189 (1995).

[2] M.S. Bazaraa and C.M Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and algorithms*, Toronto: Wiley 1970

[3] Glover, F. and Laguna M. , *Tabú Search*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, M.A.,1997

[4] Glover, F. and Kochenberger G. A. *Handbook of Metaheuristics* , Kluwer Academic Publishers, Norwell, M.A. , 2003

[5] Freville A., Plateau G., Heuristics and reduction methods for multiple constraints 0-1 linear programming problems, *European Journal of Operation Research* 24, 1986, pp. 206-215.

[6] Wyman F. P. ,Binary programming: A decision rule for selecting optimal vs heuristic techniques, *The computer journal*, Vol 12, No. 2,pp. 135-140.

[7] Gallego R. A., Escobar A., Romero R., *Métodos de Optimización Combinatorial*, texto académico, Universidad Tecnológica de Pereira, 1999.

[8] J. P. Kelly, M. Laguna and F. Glover, A Study on Diversification Strategies for the Quadratic Assignment Problem, *Computers and Operations Research*, vol. 22, no. 8, pp. 885-893 (1994)

[9] F. Glover, M. Laguna, R. Martí, *New Ideas and Applications of Scatter Search and Path Relinking*, *New Optimization Techniques in Engineering*, G. Onwubolu (Ed.), Springer-Verlag

[10] F. Glover, M. Laguna, Tabú search, In *Handbook of Applied Optimization*, P. M. Pardalos and M. G. C. Resende (Eds.), Oxford University Press, pp. 194-208 (2002)

[11] M. Laguna, R. Martí and V. Campos, Intensification and Diversification with Elite Tabú Search Solutions for the Linear Ordering Problem, *Computers and Operations Research*, vol. 26, pp. 1217-1230 (1999)

[12] M. A. Osorio and M. Laguna, Logic Cuts for Multilevel Generalized Assignment Problems, *European Journal of Operational Research*, vol. 151, pp. 238-246 (2003)

[13] G. Dantzig. *Linear Programming and extensions* . Princeton, NJ: Princeton Unive Press, 1963.