

RESUMEN

Este artículo presenta una metodología para diseñar un controlador PID de posición auto-sintonizado, basado en la identificación del sistema y en un modelo de referencia. La técnica de identificación permite obtener una estimación en tiempo real de la dinámica del sistema; esta técnica está fundamentada en minimizar la diferencia entre la respuesta actual del motor y la que predice el modelo de identificación. Los parámetros del controlador (K_p , K_i y K_d) son auto-sintonizados en tiempo real basados en el modelo identificado y en parámetros de referencia tales como: frecuencia natural ω , factor de amortiguamiento ζ , y un factor de escala α . El análisis y los resultados experimentales demuestran la efectividad del esquema propuesto.

PALABRAS CLAVES: control proporcional-integral-derivativo, autosintonización, identificación en línea, modelo de referencia.

ABSTRACT

This paper presents a methodology to design a self-tuning PID position controller based on the system identification and a reference model. The identification approach allows to obtain a real-time estimation of system dynamics; which is based on minimizing the difference between motor actual response and the one predicted by the identification model. Controller parameters (K_p, K_i, K_d) are self-tuned based on the identified model and reference parameters such as: natural frequency ω , damping ratio ζ , and a scale factor α . The analysis and experimental results show the effectiveness of the proposed scheme.

KEYWORDS: *proportional-integral-derivativo control, selftuning, on line identification, reference model.*

1. INTRODUCCIÓN

El controlador PID es simple y fácil de implementar en un computador digital. Sin embargo, si los sistemas físicos a controlar son no lineales y además requieren un alto desempeño, los controladores convencionales PID pueden ser diseñados con base a una linealización alrededor de un punto de operación generando un sistema de control con capacidad de seguimiento de una trayectoria de referencia y de rechazo de perturbaciones; claro está que estos controladores son altamente efectivos si las condiciones de operación y los cambios paramétricos no llevan el sistema demasiado lejos del punto de operación [3,4,5].

En ciertas aplicaciones, los parámetros del sistema son variantes en el tiempo. Cuando esto ocurre, la respuesta del sistema usando un controlador PID convencional es fácilmente afectada. Por esta razón, para asegurar una respuesta independiente de la variación de los parámetros, se requiere el desarrollo de un control adaptivo [1].

Para el esquema propuesto en este artículo, el control adaptivo es la auto-sintonización de los parámetros de

control [2]. Para sintonizar el PID en tiempo real se requiere identificar los parámetros de la planta también en tiempo real, para lo cual se utilizan dos algoritmos (proyección ortogonalizada y mínimos cuadrados) de aprendizaje o identificación.

El objetivo planteado con este esquema es llevar la posición angular del motor a una posición deseada. Los resultados experimentales demuestran que el sistema de control propuesto puede predecir correctamente la dinámica del sistema y controlar la posición angular del motor.

2. EL MODELO DE LA PLANTA

El modelo matemático normalizado del motor DC se representará por su función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(s+1)} \quad (1)$$

DIDIER GIRALDO BUITRAGO

MEE Stevens Tech., USA

Profesor Titular

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Universidad Tecnológica de Pereira

E-mail: dgiraldo@utp.edu.co

DIEGO A. MEJÍA GIRALDO *

E-mail: diegomej@hotmial.com

ALEXANDER MOLINA CABRERA *

E-mail: almo@utp.edu.co

* Estudiantes X semestre

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Universidad Tecnológica de Pereira

inestable debido a la presencia de un polo en el origen ($s = 0$).

Discretizando la ecuación (1) usando un ZOH [4,5] (retenedor de orden cero) con un periodo de muestreo h (en segundos) se obtiene la función de transferencia discreta del motor DC:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}} \quad (2)$$

donde a_0 , a_1 , b_0 y b_1 representan los parámetros que los algoritmos de identificación deben proporcionar en línea. Teóricamente dichos parámetros se pueden calcular pero no serán usados en el presente trabajo:

$$\begin{aligned} a_0 &= e^{-h} \\ a_1 &= -(1 + e^{-h}) \\ b_0 &= K(1 - e^{-h} - he^{-h}) \\ b_1 &= K(h + e^{-h} - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

3. ALGORITMOS DE APRENDIZAJE

La característica entrada-salida de una amplia gama de sistemas determinísticos dinámicos lineales y no lineales puede ser descrita por un modelo que puede ser expresado en una forma simple [1,6]:

$$y(k) = \phi(k-1)^T \theta_0 \quad (4)$$

donde:

$y(k)$ denota la salida del sistema en el tiempo k
 $\phi(k-1)^T$ representa un vector de valores pasados de entradas y salidas
 θ_0 es un vector de parámetros (desconocido)

Si se antitransforma (2) se llega a las siguientes expresiones:

$$y(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) & -y(k-2) & u(k-1) & u(k-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\phi(k-1)^T = \begin{bmatrix} -y(k-1) & -y(k-2) & u(k-1) & u(k-2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

y

$$\theta_0^T = [a_1 \quad a_0 \quad b_1 \quad b_0] \quad (7)$$

Un algoritmo genérico para identificación en línea es el siguiente:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) +$$

$$\frac{aP(k-2)\phi(k-1) \left[y(k) - \hat{\theta}(k-1)^T \hat{\theta}(k-1) \right]}{c + \phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)} \quad (8)$$

$$P(k-1) = P(k-2) -$$

$$\frac{P(k-2)\phi(k-1)\phi(k-1)^T P(k-2)}{c + \phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)} \quad (9)$$

De (8) y (9) se pueden obtener los siguientes algoritmos particularizados:

3.1 Algoritmo de los mínimos cuadrados

Se obtiene con $a = c = 1$ en (8) y (9). Además $\hat{\theta}(0)$ es dado $P(-1)$ es cualquier matriz definida positiva P_0 .

Este algoritmo resulta de minimizar la siguiente función objetivo cuadrática [1]:

$$\begin{aligned} J_N(\theta) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(k) - \phi(k-1)^T \theta)^2 + \\ &\frac{1}{2} (\theta - \hat{\theta}(0))^T P_0^{-1} (\theta - \hat{\theta}(0)) \end{aligned} \quad (10)$$

Básicamente la función en (10) representa la suma de los cuadrados de los errores (el cual es la diferencia entre la salida actual del sistema y el valor estimado por el modelo). El segundo término del lado derecho de (10) se ha incluido para acumular el efecto, en la estimación, debido a las condiciones iniciales. (P_0^{-1} puede ser visto como una medida de confianza en $\hat{\theta}(0)$).

Algunas de las propiedades básicas de convergencia que este algoritmo presenta son:

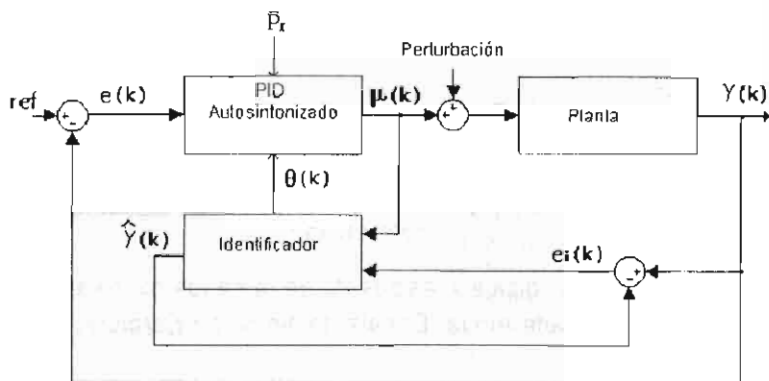


FIGURA 1 Sistema de control

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \|\hat{\theta}(t) - \theta(t-1)\|^2 < \infty \quad (11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(t) - \theta(t-k)\| = 0 \quad \text{para } k \text{ finito} \quad (12)$$

Este algoritmo trabaja bien inicializando a $P(k)$ con una matriz proporcional a la identidad; $P(-1) = \epsilon * I$ con $\epsilon > 0$. Debido a que los elementos de la matriz $P(k)$ tienden a cero, los cambios subsiguientes en los parámetros no pueden ser detectados, y por lo tanto esta matriz debe reiniciarse periódicamente.

3.2 Algoritmo de proyección ortogonalizada

En este caso : $a = 1$ y $c = 0$ en (8) y (9). Además $\hat{\theta}(0)$ es dado $P(-1) = \epsilon I$. Como en el caso anterior la matriz $P(k)$ debe reiniciarse periódicamente. En cada iteración se chequea el valor de $\phi(k-1)^T P(k-2) \phi(k-1)$ para saber cuando vale 0 y así cambiarlo momentáneamente por una constante C positiva cercana a cero. Este algoritmo se puede obtener a partir de (8) y (9) con ϵ muy grande.

4. ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE CONTROL

La Fig. 1 es un diagrama de bloques que muestra la estructura completa del sistema en lazo cerrado. La planta está constituida por un modelo simulado del motor DC en un computador análogo MARCA COMDYNA GP-6. La salida $y(k)$ es muestreada con una tarjeta LabPC 1200/A1 [8] para generar el error de identificación y el error de control. El identificador procesa la señal de control y su error para calcular la salida estimada y el vector paramétrico $\theta(k)$ que junto con los parámetros de referencia P_r se entregan al bloque controlador para

ajustar sus parámetros. Es preciso mencionar que este tipo de control (PID) hace que el sistema total se comporte como uno de cuarto orden, aunque la planta sea de segundo; esto se nota analizando su función de transferencia [4]:

$$\begin{aligned} U(z) &= n_2 z^2 + n_1 z + n_0 \\ E(z) &= z^2 - z \end{aligned} \quad (13)$$

donde:

$$n_2 = K_p + K_i + K_d, \quad n_1 = -K_p - 2K_d \quad \text{y} \quad n_0 = K_d$$

4.1 Auto-Sintonización del controlador PID

La auto-sintonización consiste en ajustar los valores de K_p , K_i y K_d de manera que los valores propios del sistema en lazo cerrado tengan una ubicación geométrica predeterminada basada en el comportamiento aproximado de un modelo de referencia de segundo orden.

De la Fig. 1, la función de transferencia entre la salida y la referencia es

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{N_c(z)}{D_c(z)} \quad (14)$$



FIGURA 2. Aprendizaje y respuesta de la salida para varios comandos de referencia (Escala de tiempo = 5s/div)

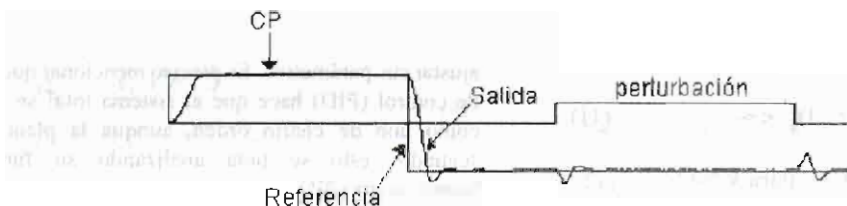


FIGURA 3. Respuesta de la salida para cambios paramétricos (CP) y para perturbación constante.

donde:

$$N_{lc}(z) = n_2 b_1 z^3 + (n_2 b_0 + n_1 b_1) z^2 + (n_1 b_0 + n_0 b_1) z + n_0 b_0 \tag{15}$$

$$D_{lc}(z) = z^4 + (a_1 + n_2 b_1 - 1) z^3 + (a_0 - a_1 + n_2 b_0 + n_1 b_1) z^2 + (-a_0 + n_1 b_0 + n_0 b_1) z + n_0 b_0$$

Para ubicación de polos, $D_{lc}(z)$ debe ser comparado con la ecuación característica $\alpha(z)$ que puede ser escrita:

$$\alpha(z) = (z - p_1)(z - p_1^*)(z - p_3)(z - p_4) = [z^2 - (p_1 + p_1^*)z + p_1 p_1^*](z - p_3)(z - p_4) \tag{16}$$

La ecuación característica tiene dos polos dominantes (p_1 y p_1^*) y dos polos reales (p_3 y p_4). Los dominantes son obtenidos con referencia en un modelo de segundo orden con factor de amortiguamiento ζ y frecuencia natural ω según (17) y (18). p_3 es ubicado sobre el eje real de S y el valor de p_4 es producto del algoritmo.

$$p_1 + p_1^* = 2e^{-\zeta\omega h} \cos(\omega h \sqrt{1 - \zeta^2}) \tag{17}$$

$$p_1 p_1^* = e^{-2\zeta\omega h} \tag{18}$$

Finalmente, la sintonización de los parámetros del PID puede ser determinada así:

$$K_j(k) = F_j(\hat{\theta}(k), p_1, p_1^*, p_3) \tag{19}$$

Con $j = p, i, d$; donde los parámetros estimados y los polos determinan los valores de K_j a través de una función no lineal $F_j(\cdot)$. De esta forma queda culminado el algoritmo de control.

4.2 Propiedades del esquema de control

Haciendo uso del teorema del valor final [4,5,9] para sistemas discretos se puede comprobar que el error de control ($e(k) = r(k) - y(k)$) de estado estacionario $e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} (1 - z^{-1})E(z) = 0$, donde $E(z)$ es la transformada Z del error $e(k)$, siempre y cuando el comando de referencia entregado a la entrada es de tipo escalón.

De igual forma se puede chequear que la respuesta $y(k)$ del sistema en estado estacionario debida a una

perturbación constante no es afectada por la perturbación, es decir $y_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z) = 0$.

Una de las características más importantes de la auto-sintonización, es la capacidad de mantener el lugar geométrico de las raíces constante ante variaciones paramétricas de la planta, haciendo que la respuesta del sistema sea inmune ante este tipo de variaciones o incertidumbres [2].

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Como se indica en la Fig. 1, el controlador PID y los algoritmos de estimación son implementados en un computador digital [7]. El controlador fue diseñado con frecuencia natural $\omega = 1.98 \text{ rad/s}$, un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.707$; además el valor tomado para el tercer polo fue $p_3 = e^{\alpha \zeta \omega h} = 0.8454$ (plano z) con un valor de $\alpha = 1.5$; el cuarto polo determinado por el algoritmo resultó ser $p_4 = 0.1636$ (plano z) para condiciones nominales de la planta. El valor para el periodo de muestreo fue tomado como $h = 80 \text{ ms}$.

Algunos resultados obtenidos en la práctica son mostrados en la Fig. 2 donde presenta el seguimiento de la señal de salida sobre un comando de referencia dado a la entrada. Se puede notar que el transitorio tiene similitud con un sistema de segundo orden, con un sobrepaso igual 10% y un tiempo de respuesta de 3.8s. Se comprueba también que el error de estado estacionario es igual a cero debido al integrador que hace parte del controlador.

En la Fig. 3 se grafica la señal de salida para cambios significativos en los parámetros ($K = K_n \rightarrow 8K_n$) de la planta y para perturbaciones de tipo constante. Además, el efecto que produce la perturbación sobre la salida es eliminado en el estado estacionario según lo mostrado teóricamente.

6. CONCLUSIONES

El análisis teórico y los resultados experimentales han demostrado la efectividad del esquema propuesto. El controlador propuesto posee una buena capacidad de adaptación ante cambios paramétricos, generando una respuesta independiente de tales cambios gracias la auto-sintonización en línea. Todos los beneficios mencionados son posibles de lograr ya que las técnicas de identificación aplicadas convergen rápidamente (alrededor de 50 muestreos o iteraciones) haciendo que sean de mucha utilidad en la ejecución de algoritmos de control en tiempo real; además proporcionan un modelo dinámico acertado de la planta, aún si el sistema físico que se pretende controlar es variante en el tiempo.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. G. C. Goodwin y K. S. Sin, "Adaptive Filtering prediction and control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1984.
- [2]. Tsong-Terng Sheu y Tien-Chi Chen, "Self-tuning Control of Induction Motor Drive Using Neural Network Identifier", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol 14, No. 4, pp 881-886, 1999.
- [3]. Giraldo Didier e Iván Tabares, "Teoría de control", Taller Editorial de la Universidad Tecnológica de Pereira, 1999.
- [4]. Aström Karl J. y Björn Wittenmark, "Computer Controlled Systems", Prentice Hall, NJ, 3a. Edición, 1997.
- [5]. Ogata, K. "Sistemas de control en tiempo discreto", Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1996.
- [6]. Giraldo Didier e Iván Tabares., "Algunos algoritmos de identificación en línea de sistemas", SCIENTIA ET TECHNICA, Universidad Tecnológica de Pereira, Año I, No. 1, Marzo 1995
- [7]. Borland International, "C++Builder User's Guide", 1997.
- [8]. National Instruments Corporation, "DAQ, Lab-PC-1200/AI User Manual, Multifunctional I/O Board", Austin, 1996.
- [9]. Franklin Gene F. y J. David Powell, "Digital Control of Dynamic Systems", Addison-Wesley Publishing Company, 2a. Edición, 1981.