

Diseño y simulación de un controlador PD análogo con ISIS PROTEUS

Design and simulation of the PD controller with ISIS PROTEUS

Rodrigo Andrés Franco Luna¹, Hugo Baldomiro Cano Garzón²
 Departamento de Física, Universidad Tecnológica, Pereira, Colombia
 rodrigo_franco@utp.edu.co
 hbcano@utp.edu.co

Resumen— En este documento se relata la experiencia del diseño y simulación de un controlador PD aplicado a una planta construida con amplificadores operacionales, la cual tendrá un comportamiento similar al de un motor con la instrumentación necesaria para el censado de la posición angular, lo cual sugiere que el modelo de la planta contenga un polo en el origen, caso que complica en ocasiones las acciones de control, y todo utilizando la herramienta de simulación de circuitos ISIS PROTEUS.

Palabras clave— Amplificadores Operacionales, Control PD, Función de transferencia, Polos en origen, realimentación.

Abstract — This paper describes the experience of the design and simulation of a PD controller applied to a plant built with operational amplifiers, which have a behavior similar to an engine with the necessary instrumentation for the census of the angular position, which suggests that the plant model contains a pole at the origin if it sometimes complicates control measures, and all using the circuit simulation tool PROTEUS ISIS.

Keywords — Operational Amplifiers, PD Control, Transfer Function, Poles in origin, feedback

I. INTRODUCCIÓN

Cualquier proceso que pueda ser manipulado y a la vez pueda medirse su reacción de manera cuantitativa o cualitativa se le puede llamar sistema o planta, y esta es susceptible de aplicarle acciones de control.

El control es el proceso por el cual se mantiene una planta o sistema en condiciones deseadas, o también llamadas condiciones de referencia, y la finalidad de la aplicación de este es simplemente la estabilidad.

¹ Rodrigo Andrés Franco Luna, Ingeniero Electrónico Universidad Tecnológica de Pereira.

² Hugo Baldomiro Cano, Ingeniero Electricista Universidad Tecnológica de Pereira.

El control se aplica en casi todos los aspectos de la vida cotidiana, es más, el cuerpo humano es un sistema de instrumentación y control por excelencia, por ejemplo: La acción de tomar un vaso con la mano implica acciones de control cuya explicación matemática sería sumamente compleja, la realización de dicha acción inicia con una imagen mental del vaso en la mano (a esta se le puede llamar, la condición de estabilidad), posteriormente con la ayuda de los ojos se toma una imagen de la posición espacial del vaso (Sería como la referencia) y otra que es la posición espacial de la mano (estado actual de la planta), el cerebro procesa estas dos imágenes y envía a los músculos implicados en el movimiento del brazo las excitaciones eléctricas necesarias para tomar el vaso, y todo esto se realiza de manera casi involuntaria.

Desde el punto de vista de los circuitos eléctricos o electrónicos, el control ayuda a la estabilidad de ciertas variables que ejecutan algún trabajo, por ejemplo: fuetes de corriente continua, inversores, o del control de sistema mecánicos como el amortiguamiento de un automóvil o un motor.

De lo anterior se pueden sintetizar dos ideas principales, la primera es que el control no tiene sentido sin una planta, y lo segundo es que las acciones de este buscan la estabilidad en dicha planta, por tanto para realizar un sistema de control es necesario conocer el comportamiento de la planta el cual se ve reflejado en su función de transferencia (relación entre la entrada y la salida) o un modelo de espacio de estados (relación de las variables que intervienen en un sistema), ambos modelos obtenidos por la aplicación de leyes físicas, lo cual será objeto de estudio más adelante junto con el diseño del control.

El control se apoya fuerte mente en la instrumentación³, ella está compuesta por dos campos principales de acción, una es la instrumentación de medida y otra es la instrumentación de control, esta última se refiere a la adecuación y adquisición de las señales necesarias para aplicar una técnica de control a cualquier sistema con variables no eléctricas, para el caso de este

³ La instrumentación trata de las técnicas, los recursos, y métodos relacionados con la concepción de dispositivos para mejorar o aumentar la eficacia de los mecanismos de percepción y comunicación del hombre.

desarrollo no será necesario ampliar mucho alrededor de este tema, lo que se comentará más adelante.

Un sistema de control tiene como esquema básico el mostrado en la figura 1.

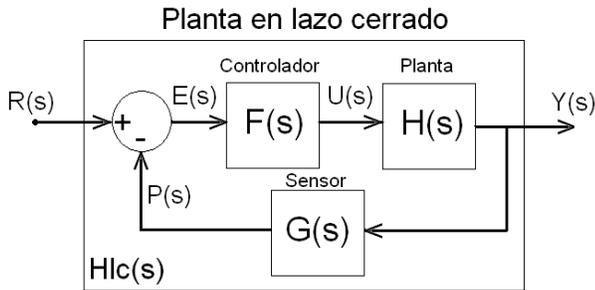


Figura 1: Esquema básico de un sistema de control.

II. CONTENIDO

DISEÑO DE LA PLANTA

Una propuesta para evidenciar la acción de control es aplicarlo a un motor de DC, es decir, el sistema H(s) que se ve en la figura 1 corresponderá al de éste.

Analizando el funcionamiento del motor, se puede decir que tiene una sola entrada (alimentación DC) y como salida se puede tomar la rotación del eje, el cual está compuesto por dos variables, una es la velocidad angular y el otro es la posición angular.

$$H_{\omega}(s) = \frac{\omega_o}{\tau S + 1} = \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} \cdot \frac{V_{CC}\tau}{S + \frac{1}{\tau}} \quad (1)$$

En la ecuación 1 se muestra la función de transferencia de forma reducida, es decir, dependiendo de algunos comportamientos físicos, mas no de los parámetros intrínsecos los cuales si estarían contenidos en la función de transferencia completa.

Del concepto de velocidad que se refiera a la tasa de variación de la posición, se podría decir de manera matemática que la primera derivada de la posición es la velocidad, teniendo en cuenta esto y transformando esto al dominio de Laplace se puede obtener una función reducida que relaciona la entrada con la posición angular como variable de salida, esto se muestra en la ecuación 2.

$$H_{\theta}(s) = H_{\omega}(s) \frac{1}{S} = \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} \frac{1}{S(S + \frac{1}{\tau})} = \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} \frac{1}{S^2 + \frac{1}{\tau}S} \quad (2)$$

Por tanto, la función de transferencia al cual se le realizará el diseño del control será el mostrado en la ecuación 2, para complementar y tener una función comportamental

coherente es necesario darle valores a ω_o y τ que estén relacionados directamente con el comportamiento real de un motor.

ω_o es la velocidad angular de estado estable a alimentación nominal V_{CC} , y τ es la constante de tiempo del motor cuya relación se define así:

$$t_s = 4\tau \quad (3)$$

t_s tiempo que le toma al motor alcanzar la velocidad angular de estado estable ω_o .

Ahora conociendo los parámetros comprometidos en el comportamiento del sistema, se podría aplicar el teorema del valor final (4) a la ecuación 1 para corroborar que la velocidad de estado estable es ω_o .

$$\omega_f = \lim_{s \rightarrow 0} S * H_{\omega}(s) * u(s) \quad (4)$$

La función $u(s)$ es la entrada del sistema, por tanto para la aplicación del teorema del valor final mostrado en la ecuación 4 debe ser como se muestra en 5.

$$u(s) = \frac{V_{CC}}{S} \quad (5)$$

Aplicando el teorema del valor final se obtiene:

$$\omega_f = \lim_{s \rightarrow 0} S * \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} * \frac{V_{CC}}{S} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\omega_o}{\tau} = \frac{\omega_o}{\tau} = \omega_o$$

$$\omega_f = \omega_o \quad (6)$$

Se confirma que la función de transferencia tiene como valor final la velocidad angular de estado estable, y la relación de esta función con la de la posición angular está dada por la presencia de un integrador como se muestra en la ecuación 2.

Para la simulación de la función de transferencia se realiza una parte con una der RC y posteriormente se implementa un integrador.

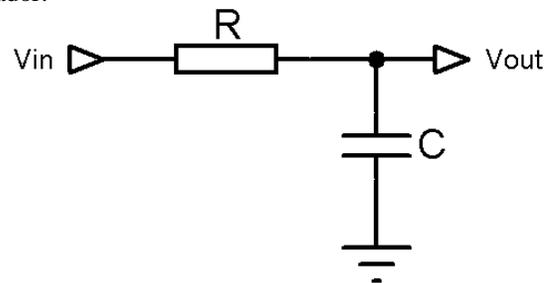


Figura 2: Red RC

La función de transferencia de la red RC es:

$$R(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \quad (7)$$

Con el uso de amplificadores operacionales se puede construir una red cuya función de transferencia sea la de un integrador.

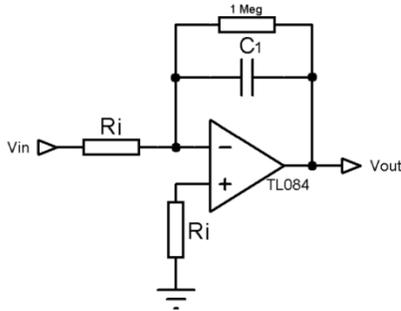


Figura 3: Integrador con Amplificador operacional.

La función de transferencia del integrador mostrado en la figura 3 es:

$$I(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{1}{R_i C_1 S} \quad (8)$$

Para contra restar el signo negativo que proporciono el circuito integrador, es necesario incluir una red inversora como la mostrada en la figura 4.

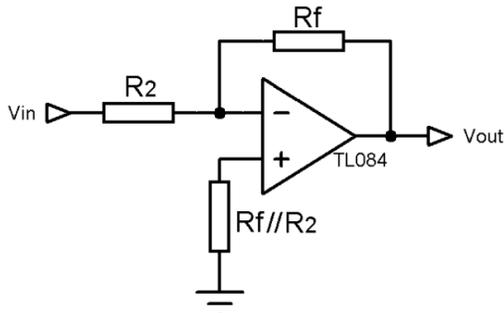


Figura 4: Amplificador inversor.

La función de transferencia del amplificador inversor mostrado en la figura 4 es:

$$A(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_2} \quad (9)$$

Si se multiplican las funciones de transferencia mostrada en las ecuaciones 7, 8 y 9 se obtiene una función que relaciona la entrada (red RC), pasando por el Integrador y saliendo por el inversor, esta se muestra en la ecuación 10.

$$H(s) = \frac{1}{RC} * -\frac{1}{R_i C_1 S} * -\frac{R_f}{R_2} \quad (10)$$

Si el integrador se calcula con ganancia unitaria se eliminan algunos elementos de la expresión final, como se muestra en 11.

$$H(s) = \frac{\frac{R_f}{R_2 RC}}{S \left(S + \frac{1}{RC} \right)} \quad (11)$$

Comparando 11 con 2 se obtiene

$$\tau = RC \quad (12) \quad \frac{\omega_o}{V_{CC}} = \frac{R_f}{R_2} \quad (13)$$

Por tanto se definen las variables así:

$$\omega_o = 500,$$

$$rpm = 52.3599 \text{ rad/Seg}$$

$$t_s = 0.1 \text{ Seg}$$

$$V_{CC} = 6 \text{ Volts}$$

$$\tau = \frac{t_s}{4} = 0.025 \text{ Seg}$$

Asumiendo todos los capacitores con el valor de $C = 10\mu F$.

$$R = \frac{0.025}{10 \times 10^{-6}} = 2.5k\Omega$$

Asumiendo $R_2 = 2k\Omega$, se obtiene:

$$\frac{\omega_o}{V_{CC}} R_2 = R_f = 17.453k\Omega$$

La ecuación 11 de manera numérica quedaría:

$$H(s) = \frac{349.1}{S(S + 40)} \quad (14)$$

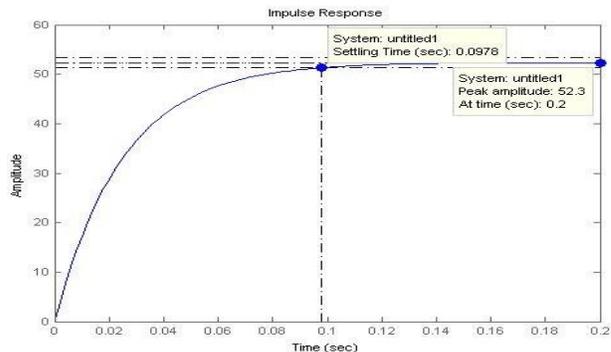


Figura 5: Respuesta al impulso unitario de la planta H(s).

Simulación Eléctrica de un Motor DC

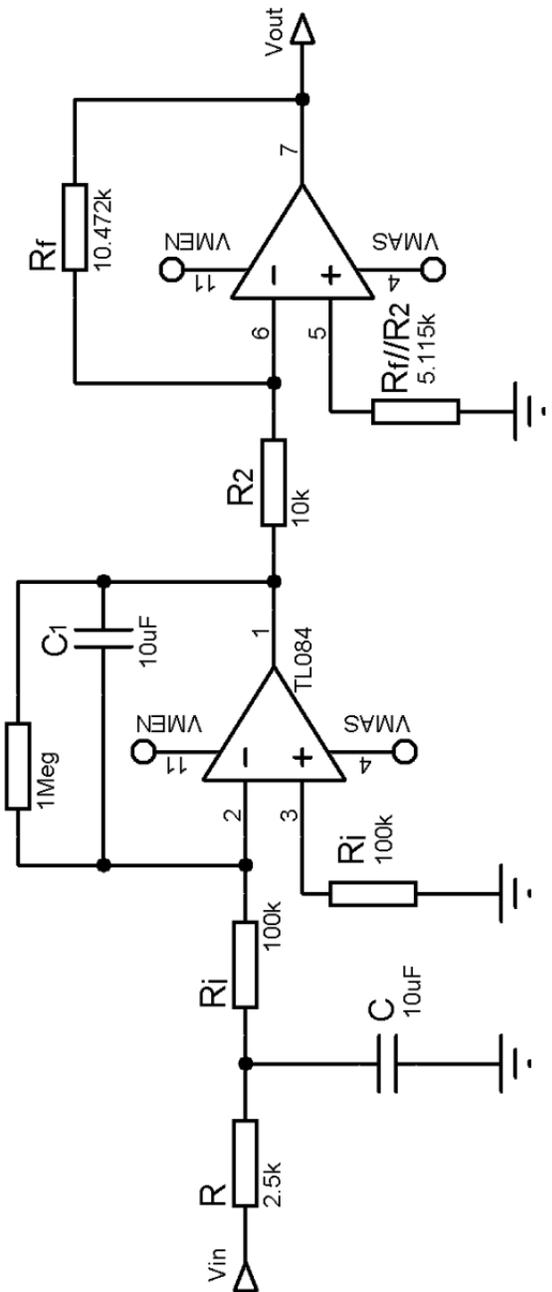


Figura 6: Red Amplificadores operacionales que simula la función de transferencia de un motor DC.

DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

La técnica de control más básica es la que se refiere a los controladores PID, y recibe su nombre debido a que este contiene una acción proporcional (P), Una acción Integral (I) y una acción derivativa (D).

Hay muchas formas de sintonizar un PID de manera empírica, a una de ellas se le denomina la regla de Ziegler y Nichols, con la cual se puede obtener un punto inicial aceptable para realizar una acción de control, en la

ecuación 15 se muestra la función de transferencia de un controlador PID.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + \frac{d}{dt} e(t) \quad (15)$$

Transformando 15 al dominio de Laplace se tiene 16.

$$F(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (16)$$

La componente integral tiene prestaciones muy importantes dentro de los controladores PID o cualquiera de sus variaciones que contenga dicha acción, y es la de garantizar que el error de estado estable sea igual a cero, lo que significa que el sistema seguirá la referencia, otra prestación es que si se identifica un integrador dentro de la planta puede ser usado reduciendo está en el controlador, por tanto la función de transferencia quedaría como se muestra en 17.

$$F(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p + K_d s \quad (17)$$

La acción de sintonizar un controlador implica varias las ganancias que acompaña a cada una de las acciones, y dependiendo del valor de estas el sistema en lazo cerrado tiene un comportamiento, es decir, se le dan las características del cómo debe seguir la referencia, y dichas características se dan con base en parámetros extrínsecos como el tiempo de establecimiento y el sobre impulso, o también se puede dar un función de parámetros intrínsecos como el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural.

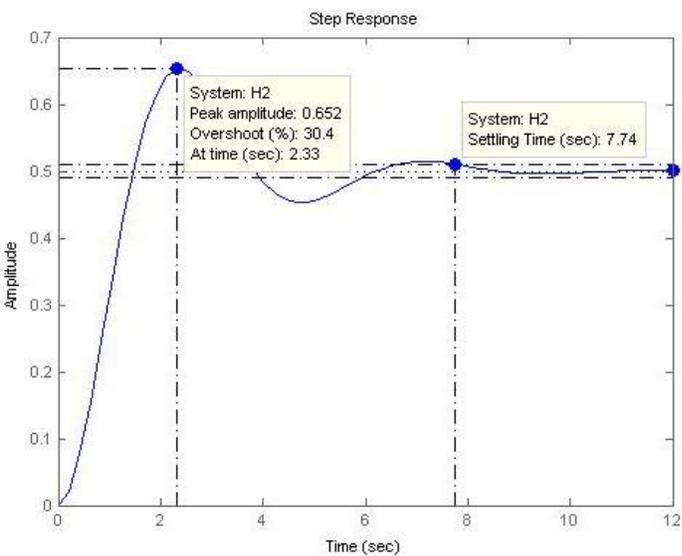


Figura 7: respuesta típica de un sistema de segundo orden subamortiguado.

La estabilidad de un sistema se estudia de manera sencilla con la evaluación de los polos, estos son las raíces del denominador de la función de transferencia, y lo que se busca con un controlador

es reubicar los polos de un sistema en lazo abierto a un punto deseado y así lograr que el sistema en lazo cerrado sea estable y si siga la referencia satisfactoriamente.

El denominador deseado se muestra en la ecuación 18.

$$Den(S) = S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2 \quad (18)$$

Cuyos polos son los mostrados en 19.

$$P_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (19)$$

Dónde:

$-\zeta\omega_n$: Factor de la envolvente de amortiguamiento
 $\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$: Frecuencia aparente

El valor de ζ se debe encontrar entre 0 y 1, valores en los cuales se comporta completamente oscilante y críticamente amortiguado respectivamente. Si ζ es mayor que 1, el sistema se comporta sobre amortiguado, y su es menor que cero (0) el sistema es inestable. Por criterios de diseño se maneja a ζ en el rango anteriormente nombrado y este valor se obtiene como una función del sobre impulso deseado (en porcentaje con respecto al valor final), en las ecuaciones 20 y 21 se muestra el cálculo de ζ y ω_n para determinar el denominador deseado.

$$\zeta = \frac{|\log(Mp)|}{\sqrt{\pi^2 + \log(Mp)^2}} \quad (20)$$

$$\omega_n = \frac{1}{\zeta t_{SS}} \quad (21)$$

SISTEMA EN LAZO CERRADO

El sistema en lazo cerrado se obtiene al momento de realizar la realimentación de la salida y compararlo con una referencia, de dicha comparación se obtiene la función de error y es esta la que el controlador debe hacer cero, la función de transferencia en lazo cerrado mostrada en la figura 1, se obtiene con la ecuación 22.

$$H_{LC}(s) = \frac{F(s)H(s)}{1 + F(s)H(s)G(s)} \quad (22)$$

Dónde:

F(s): Es la función de transferencia del controlador.
 H(s): Es la función de transferencia de la planta.
 G(s): Es la función de transferencia del sensor, para este caso será de ganancia unitaria.

$$F(s) = K_p + SK_d$$

$$H(s) = \frac{\frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}}{S^2 + \frac{1}{\tau}S}$$

$$H_{LC}(s) = \frac{\frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}(K_p + SK_d)}{\frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}(K_p + SK_d) + S^2 + \frac{1}{\tau}S}$$

$$H_{LC}(s) = \frac{\frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}(K_p + SK_d)}{S^2 + \left(K_d \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} + \frac{1}{\tau}\right)S + K_p \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}} \quad (23)$$

Comparando el denominador deseado con el denominador del sistema en lazo cerrado se obtiene las ecuaciones para las ganancias, proporcional (K_p en 24) y la ganancia derivativa (K_d en 25).

$$\omega_n^2 = K_p \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau}$$

$$K_p = \omega_n^2 \frac{V_{CC}\tau}{\omega_o} \quad (24)$$

$$2\zeta\omega_n = K_d \frac{\omega_o}{V_{CC}\tau} + \frac{1}{\tau}$$

$$K_d = \frac{V_{CC}\tau}{\omega_o} \left(2\zeta\omega_n - \frac{1}{\tau}\right) \quad (25)$$

Con los valores de las ganancias que se obtiene de las ecuaciones 24 y 25 se logra que el sistema en lazo cerrado tenga el comportamiento descrito en función del Máximo sobre impulso (Mp) y el tiempo de establecimiento (t_{SS}).

Ahora se requiere una red de amplificadores operacionales cuya función de transferencia tenga una forma parecida al del controlador, y se propone la red mostrada en la figura 8.

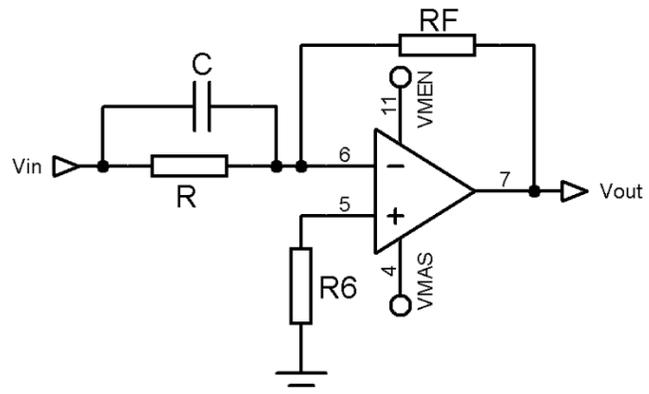


Figura 8: Controlador PD analógico.

La función de transferencia de la red en la figura 8 se muestra en la ecuación 26.

$$G(s) = R_F C S + \frac{R_F}{R} \quad (26)$$

Si se compara la expresión 26 con 17 se obtiene:

$$K_d = R_F C \quad (27)$$

$$K_p = \frac{R_F}{R} \quad (28)$$

Con las ecuaciones 27 y 28 ya se tiene los datos suficientes para calcular completamente la red de amplificadores operacionales para realizar el controlador PD análogo.

Resultados.

Para cumplir con el esquema de control planteado en la figura 1, inicialmente es necesario construir un comparador, este se encargará de generar la señal de error para que el controlador se encargue de corregir el sistema y lograr que la salida siga la referencia, el comparador se muestra en la figura 9.

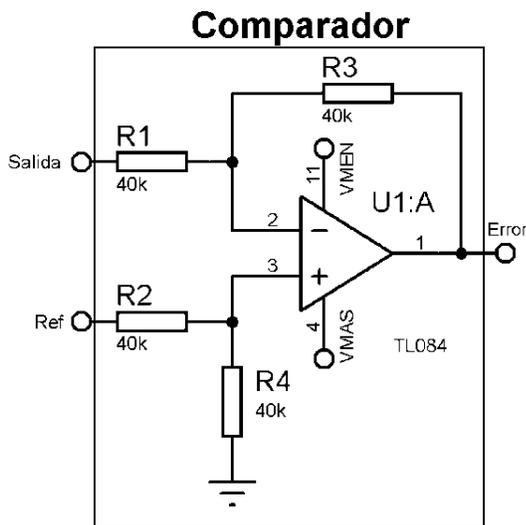


Figura 9: Comparador

Posteriormente, se conectaría el circuito controlador mostrado en la figura 8, y este a la planta propuesta en la figura 6.

En la figura 9 se observa que una de las entradas es la salida del sistema, es aquí donde se presenta el lazo cerrado del sistema de control, la referencia es un valor deseado que se da para que el sistema lo alcance en un tiempo de establecimiento dado, que para el caso se denomina t_{SS} , dato que fue estipulado en el diseño del controlador, este valor generalmente es un valor constante, y para el caso de la simulación es de un valor de 3 voltios.

A continuación en la figura 10 se muestra el esquema completo del sistema de control en lazo cerrado.

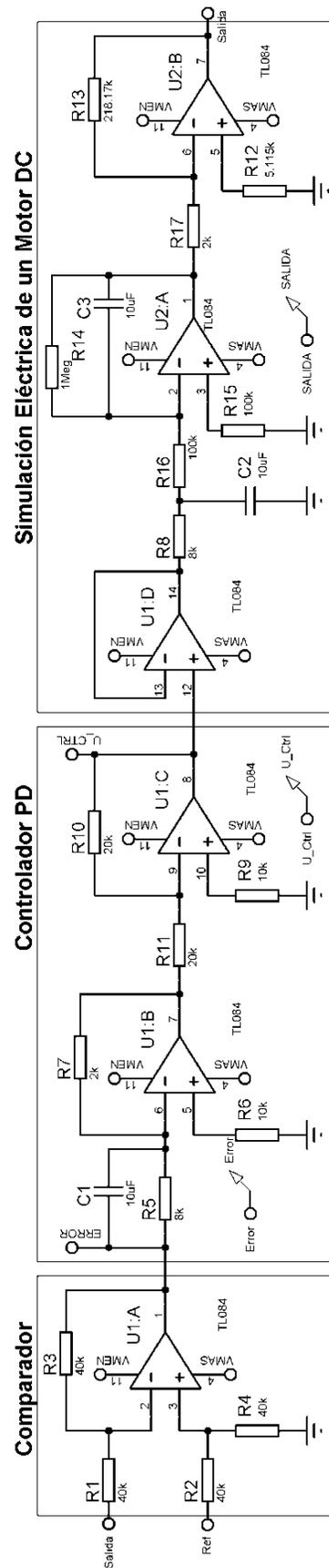


Figura 10: Sistema en lazo cerrado.

Para observar el desarrollo del sistema de control, es necesario analizar tres señales, una es la señal del error, esta se muestra en la figura 11.

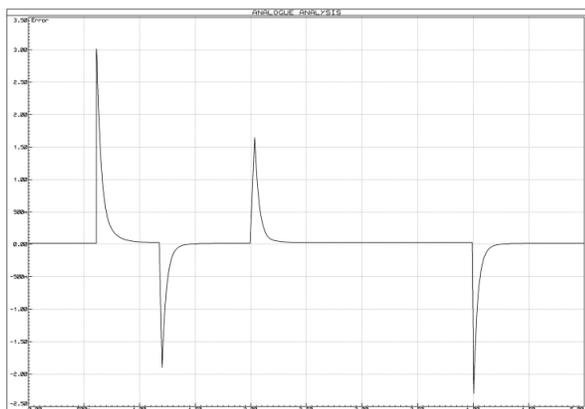


Figura 11: Señal de Error (Salida del comparador)

Como se puede observar en la figura 11, la señal de error converge siempre que se presenta una variación a cero, esto implica que la salida del sistema se acerca a la referencia.

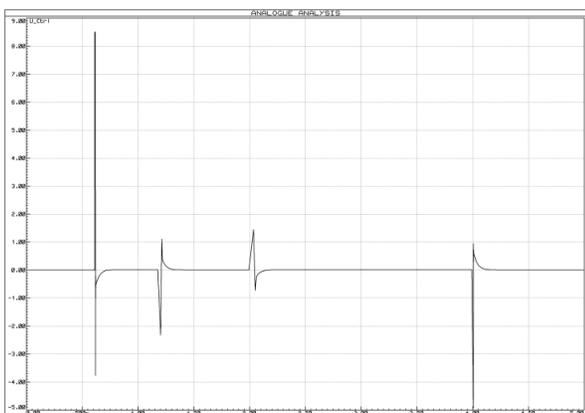


Figura 12: Señal de Control (Salida del controlador)

Otra señal, es la señal de control, esta es la que aplica el controlador a la planta para que se comporte de manera deseada, esta es la mostrada en la figura 12.

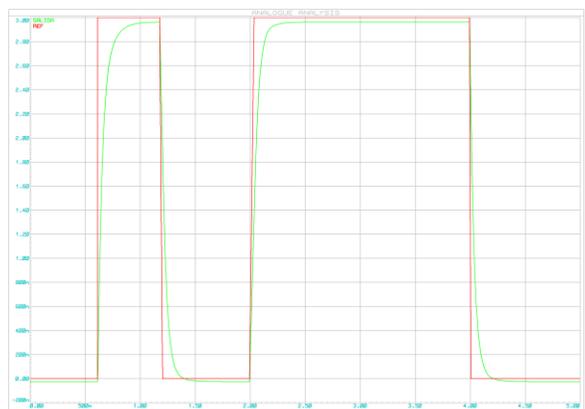


Figura 13: Comparación de la referencia con la salida del sistema en lazo cerrado (Planta Controlada).

Con la señal de control obtenida, el sistema debe de comportarse de manera deseada, es decir, responder en el tiempo estipulado y de acercarse a la referencia deseada, esto se puede observar claramente en la figura 13.

La señal de color rojo que se muestra en la figura 13 es la referencia, y la señal de color verde es la respuesta del sistema.

III. CONCLUSIONES

El diseño del control de sistemas eléctricos y/o electrónicos sirve como ejercicio fundamental para la extrapolación de las aplicaciones de los sistemas de control a otros campos, por ejemplo, en el caso del desarrollo de este artículo, se simuló el comportamiento dinámico de un motor de DC con una red de amplificadores operacionales, razón por la cual no fue necesario usar técnicas de instrumentación, pero en el caso de que se desee implementar el sistema de control a un motor de DC real implica introducir una componente de instrumentación mas dispendiosa.

El desarrollo de este sistema, además de ser una aplicación, es un ejercicio académico de aplicación de métodos de control, con el cual se evidencia la funcionalidad y la veracidad de la implementación de un sistema de control.

La idea principal de este ejercicio académico es llevar a la práctica y funcionalidad las teorías de control.

RECOMENDACIONES

En una aplicación más general, el desarrollo planteado en este trabajo tiene diversas aplicaciones, por tanto una extensión de este trabajo incluiría la componente de instrumentación anteriormente nombrada y la aplicación de los métodos de control a un motor de DC real.

REFERENCIAS

- [1]. Ogata Katsuhiko, “Ingeniería de control moderna”, 3ª edición, Minnesota, PEARSON EDUCACION, 1998, pág.669 – 843.
- [2]. Avendaño, Luis Enrrique, “Circuitos Electrónicos: Un enfoque matricial”, Primera edicion, Editorial UTP, 2006.
- [3]. Avendaño, Luis Enrrique, “Teoria de Instrumentación”, Primera edicion, Editorial UTP.
- [4]. Goodwin, “Adaptive Filtering, prediction and control”, pag. 47.

