

# Estimación de la incertidumbre en la medición de un inductor de núcleo de hierro utilizando el método de la ley de ohm

Estimation of the uncertainty in the measurement of an instigator of core of iron using the method of ohm's law

José Norbey Sánchez Fernández<sup>1</sup>., Andrés Felipe Galvis T.<sup>2</sup>, Luis G. Meza Contreras<sup>3</sup>.

*Escuela de Tecnología Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*

jnsanchez@utp.edu.co  
docente7812@utp.edu.co  
lgmeza@utp.edu.co

**Resumen**— El presente trabajo presenta una metodología para el cálculo de la incertidumbre de medición basado en el documento GTC 51, “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”. La metodología descrita se desarrolla mediante las siguientes etapas:

i) Modelación del procedimiento de medición, ii) Evaluación de las incertidumbres estándar Tipo A y Tipo B, iii) Calcular la incertidumbre estándar combinada, iv) Calcular el número efectivo de grados de libertad, v) Calcular la Incertidumbre expandida.

**Palabras clave**— Medición, Exactitud, Resolución, Desviación estándar, Incertidumbre de medida, Incertidumbre Tipo A, Incertidumbre Tipo B, Incertidumbre combinada, Grados efectivos de libertad, Incertidumbre expandida.

**Abstract**— The present work presents a methodology for the calculation of the uncertainty of measurement based on the document GTC 51, "The Guides for the expression of uncertainty in the measurements". The described methodology develops by means of the following stages:

i) Modeling of the procedure of measurement, ii) Evaluation of the uncertainties standard Type To and Type B, iii) To calculate the standard combined uncertainty, iv) To calculate the effective number of degrees of freedom, v) To calculate the expanded Uncertainty.

**Key Word** — Measure, Accuracy, Resolution, standard Diversion, Uncertainty of measure, Uncertainty Type A, Uncertainty Type B, combined Uncertainty, effective Degrees of freedom, expanded Uncertainty.

## I. INTRODUCCIÓN [1], [2], [3]

Cuando se reporta el resultado de una medición de una magnitud física es obligatorio proporcionar alguna indicación cuantitativa de la calidad del resultado, de manera tal que el usuario pueda apreciar su confiabilidad, lo anterior significa que no existen mediciones perfectas o con cero incertidumbre. La incertidumbre de una medición indica la calidad misma de la medición ya que está asociada con la instrumentación asociada y con la capacidad del Metrólogo.

Sin esta indicación, los resultados de las mediciones no pueden ser comparados, ni entre ellas mismas ni con respecto a valores de referencia dados en una especificación o norma. Por lo tanto, es necesario que exista un procedimiento fácil de usar y aceptado de manera general para caracterizar la calidad del resultado de una medición, esto es, para evaluar y expresar su incertidumbre.

El concepto de incertidumbre como un atributo cuantificable es relativamente nuevo en la historia de las mediciones, a pesar de que los conceptos de error y análisis de error han sido parte de la práctica de la ciencia de la medición por largo tiempo. Actualmente se acepta de manera general que cuando todas las componentes, conocidas o supuestas, del error han sido evaluadas y se han aplicado las correcciones apropiadas, aún persiste una incertidumbre acerca del estado de corrección del resultado expresado, esto es, persiste una duda acerca de qué tan bien representa el resultado de la medida al valor de la cantidad que está siendo medida.

<sup>1</sup> Ingeniero Electricista, candidato M. Sc. “Maestría en Ingeniería” Grupo de Investigación en Electrónica de Potencia U. T. P.

<sup>2</sup> Ingeniero Físico

<sup>3</sup> Ingeniero Electricista, M. Sc. “Instrumentación Física” Grupo de investigación Metrología U.T.P.”

El método para evaluar y expresar la incertidumbre del resultado de una medición debe ser:

**Universal:** Aplicable a cualquier tipo de medición y a cualquier tipo de dato utilizado en la medición

**Internamente consistente:** debe poder obtenerse directamente a partir de los componentes que contribuyen a ella, así mismo, debe ser independiente de la forma en que dichas componentes son agrupadas y del método en que éstas se descomponen en subcomponentes.

**Transferible:** debe ser posible utilizar directamente la incertidumbre evaluada para un resultado, como una componente al evaluar la incertidumbre de otra medida en la cual es utilizado el primer resultado.

## II. DEFINICIONES METROLÓGICAS

Los conceptos más usados en lo que respecta a la estimación de la incertidumbre de medida y que son extractados de la **norma NTC 99** son los siguientes [4]:

**Medición:** proceso que consiste en obtener experimentalmente uno o varios valores que pueden atribuirse razonablemente a una magnitud.

**Exactitud de la medida:** proximidad entre un valor medido y un valor verdadero de un mensurando.

**Resolución:** mínima variación de la magnitud medida que da lugar a una variación perceptible de la indicación correspondiente.

**Incertidumbre de medida:** parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

## III. METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE

La metodología para el cálculo de incertidumbre se compone de 5 etapas: i) Modelación del procedimiento de medición, ii) Evaluación de las incertidumbres estándar Tipo A y Tipo B, iii) Calcular la incertidumbre combinada, iv) Calcular el número efectivo de grados de libertad, v) Calcular la Incertidumbre expandida [1], [2], [3].

**1) Modelación del procedimiento de medición.** Lo primero que se debe hacer para estimar la incertidumbre de un resultado de medición es modelar matemáticamente el procedimiento de medición. Ello equivale a especificar el mensurando.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

Por medio del método de la Ley de Ohm (Medición Indirecta), se obtiene la medida de la inductancia de un

núcleo de hierro, ver Figura 1. El inductor de núcleo de hierro se excita con una fuente de voltaje AC, se mide la diferencia de tensión en los terminales del inductor de núcleo de hierro y la intensidad de corriente eléctrica a través de este [6].

Modelo matemático:

$$L_s = \frac{V_L}{2 * \pi * f * I_L} \quad (2)$$

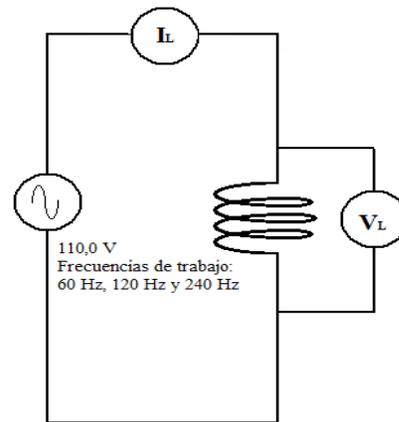
Donde:

$L_s$ : Valor de la Inductancia.

$V_L$ : Tensión en terminales de la inductancia.

$I_L$ : Intensidad de corriente a través de la inductancia.

$f$ : Frecuencia de trabajo.

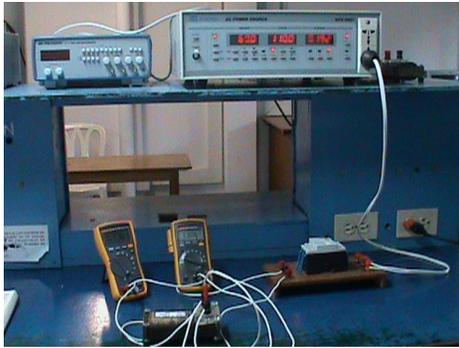


**Figura 1.** Medición de la inductancia de núcleo de hierro utilizando el método de la Ley de Ohm.

La tabla 1, muestra los equipos empleados para el desarrollo de este experimento y en la figura 2 se observa la interconexión de estos equipos.

Equipo	Marca	Modelo	Resolución/Exactitud
Generador	GW INSTEK	APS- 9501	0,1 Hz / ± 0,1 Hz 0,1 V / ± (1% + 1) 1 mA / ± (1% + 5)
Medidor de Voltaje	FLUKE	112	0,1 V / ± (1% + 1)
Medidor de Corriente	FLUKE	115	0,001 A / ± (1% + 5)

**Tabla I.** Equipos empleados.



**Figura 2.** Interconexión de equipos para la medición de la inductancia de núcleo de hierro utilizando el método de la Ley de Ohm.

De acuerdo con lo anterior, los datos recolectados durante el experimento se muestran en la tala 2.

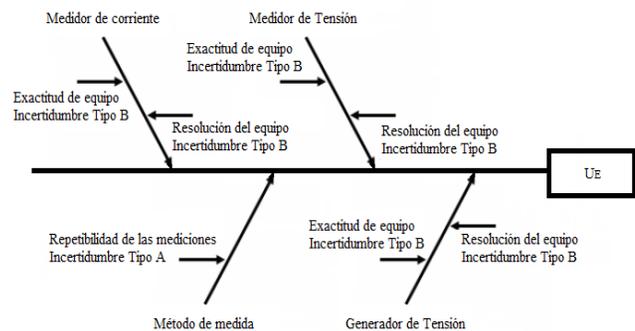
Valores de Tensión en terminales de la inductancia				
Equipo Empleado	Marca	Modelo		
Medidor de Tensión	FLUKE	112		
Frecuencias de trabajo	V <sub>Li</sub> (V)			
1	110,6	110,6	110,6	110,6
2	110,6	110,8	110,6	110,8
3	110,6	110,8	110,6	110,8
Valores de Intensidad de corriente a través de la inductancia				
Equipo Empleado	Marca	Modelo		
Medidor de Corriente eléctrica	FLUKE	115		
Frecuencias de trabajo	I <sub>Li</sub> (A)			
1	0,178	0,177	0,177	0,176
2	0,089	0,089	0,089	0,089
3	0,052	0,052	0,052	0,052

**Tabla 2.** Datos recolectados durante el experimento.

Frecuencia de trabajo				
Equipo Empleado	Marca	Modelo		
Generador	GW INSTEK	APS-9501		
Frecuencias de trabajo	f <sub>i</sub> (Hz)			
1	60,0	60,0	60,0	60,0
2	120,0	120,0	120,0	120,0
3	240,0	240,0	240,0	240,0

**Tabla 2.** Datos recolectados durante el experimento.

2) Evaluación de las incertidumbres estándar Tipo A y Tipo B [5]. Durante el proceso de medición se presentan diferentes fuentes de incertidumbre, las cuales pueden identificarse en el siguiente diagrama de pescado, ver figura 3:



**Figura 3.** Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medida.

\* Evaluación de las incertidumbres Tipo A debido a la variación de los datos:

UA1 en la Medición de Tensión:

$$\overline{V_L} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n V_{Li} \quad (3)$$

$$S(\overline{V_L}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (V_{Li} - \overline{V_L})^2} \quad (4)$$

$$U_{A1} = \frac{S(\overline{V_L})}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

Donde

$\overline{V_L}$ : Valor promedio de Tensión observado en terminales de la inductancia.

$V_{Li}$ : Valores de Tensión observados en terminales de la inductancia.

$n$ : Número de mediciones realizadas.

$S(\overline{V_L})$ : Desviación estándar debido a las variaciones de tensión.

$U_A$ : Incertidumbre estándar Tipo A.

UA2 en la Medición de corriente Eléctrica:

$$\overline{I_L} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n I_{Li} \quad (6)$$

$$S(\overline{I_L}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (I_{Li} - \overline{I_L})^2} \quad (7)$$

$$U_{A2} = \frac{S(\overline{I_L})}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

Donde

$\overline{I_L}$ : Valor promedio de Corriente observada en terminales de la inductancia.

$I_{Li}$ : Valores de Corriente Eléctrica observadas en terminales de la inductancia.

$n$ : Número de mediciones realizadas.

$S(\overline{I_L})$ : Desviación estándar debido a las variaciones de la corriente eléctrica.

$U_A$ : Incertidumbre estándar Tipo A.

UA3 en la Indicación de frecuencia por el generador de Tensión:

$$\overline{f} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n f_i \quad (9)$$

$$S(\overline{f}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (f_i - \overline{f})^2} \quad (10)$$

$$U_{A3} = \frac{S(\overline{f})}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Donde

$\overline{f}$ : Valor promedio de frecuencia observada en el generador de tensión.

$f_i$ : Valores de frecuencia observados en el generador de tensión.

$n$ : Número de mediciones realizadas.

$S(\overline{f})$ : Desviación estándar debido a las variaciones de la frecuencia.

$U_A$ : Incertidumbre estándar Tipo A.

\* Evaluación de las incertidumbres **Tipo B** debido a las especificaciones de exactitud y resolución de los instrumentos de medida de Tensión, Corriente Eléctrica y Frecuencia de Trabajo se observa en la tabla 3:

<b>Incertidumbre Tipo B debida a la exactitud de los equipos</b>		
Medidor de tensión	Medidor de corriente	Indicador de frecuencia
$U_{BEV} = \frac{1\% + 1}{\sqrt{3}}$ (12)	$U_{BEI} = \frac{1\% + 5}{\sqrt{3}}$ (13)	$U_{BEf} = \frac{0,1\text{Hz}}{\sqrt{3}}$ (14)
<b>Incertidumbre Tipo B debida a la resolución de los equipos</b>		
Medidor de tensión	Medidor de corriente	Indicador de frecuencia
$U_{BRV} = \frac{0,1\text{V}}{2\sqrt{3}}$ (15)	$U_{BRA} = \frac{0,001\text{A}}{2\sqrt{3}}$ (16)	$U_{BRf} = \frac{0,1\text{Hz}}{2\sqrt{3}}$ (17)

**Tabla 3.** Incertidumbre estándar Tipo B debido a la exactitud y resolución de los instrumentos empleados en la medición.

**3) Calcular la incertidumbre estándar combinada [5].** La incertidumbre estándar combinada ( $u_c$ ), se calcula a partir de las incertidumbre estándar Tipo A y Tipo B y de los

coeficientes de sensibilidad, como se observa en la ecuación 18.

$$u_C^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (18)$$

Los coeficientes de sensibilidad o derivadas parciales de la variable  $L_s$  respecto a cada una de las variables que intervienen en el proceso de medida se exponen en la ecuación 19:

$$\frac{\partial L_s}{\partial V_L} = \frac{1}{2\pi f I_L} ; \frac{\partial L_s}{\partial I_L} = -\frac{V_L}{2\pi f I_L^2} ; \frac{\partial L_s}{\partial f} = -\frac{V_L}{2\pi f^2 I_L} \quad (19)$$

Una vez determinados los coeficientes de sensibilidad, se obtiene la incertidumbre estándar combinada tal como lo muestra la ecuación 20:

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial L_s}{\partial V_L}\right)^2 (U_{A1}^2 + U_{BEV}^2 + U_{BRV}^2) + \left(\frac{\partial L_s}{\partial I_L}\right)^2 (U_{A2}^2 + U_{BEI}^2 + U_{BRI}^2) + \left(\frac{\partial L_s}{\partial f}\right)^2 (U_{A3}^2 + U_{BEf}^2 + U_{BRf}^2)} \quad (20)$$

**4) Calcular el número efectivo de grados de libertad [5].** Para obtener una mejor aproximación en la definición de los intervalos de confianza en lugar de emplearse la distribución normal se requiere emplear la distribución de Student y el factor de cobertura  $k_p$  entonces se determina a partir del coeficiente  $t$  de Student evaluado en el número de grados de libertad efectivos del estimado de salida, o sea,  $k_p = t(\gamma_{ef})$ .

Lo anterior se obtiene a través de la llamada fórmula de Welch-Satterthwaite que tiene la forma siguiente:

$$\gamma_{ef} = \frac{U_C^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\gamma_i}} \quad (21)$$

Determinar el número efectivo de grados de libertad  $\gamma_{ief}$  de cada distribución teniendo en cuenta lo siguiente:

$\gamma_{ief} = n - 1$ . Evaluaciones Tipo A con una restricción.

$\gamma_{ief} = \infty$ . Cuando se apliquen distribuciones rectangulares.

$$\gamma_{ef} = \frac{u_C^4}{\frac{\left(\frac{1}{2\pi f I_L}\right)^4 u_{A1}^4}{4-1} + \frac{\left(-\frac{V_L}{2\pi f I_L^2}\right)^4 u_{A2}^4}{4-1} + \frac{\left(-\frac{V_L}{2\pi f^2 I_L}\right)^4 u_{A3}^4}{4-1}} \quad (22)$$

Grados de libertad	K (95%)	Grados de libertad	K (95%)	Grados de libertad	K (95%)
1	12,71	10	2,23	19	2,09
2	4,3	11	2,2	20	2,09
3	3,18	12	2,18	25	2,06
4	2,78	13	2,16	30	2,04
5	2,57	14	2,14	40	2,02
6	2,45	15	2,13	50	2,01
7	2,36	16	2,12	100	1,984
8	2,31	17	2,11	$\infty$	1,96
9	2,26	18	2,1	--	--

**Tabla 4.** Factor k de Student en función del número efectivo de grados de libertad y del nivel de confianza deseado.

**5) Calcular la Incertidumbre expandida [5].** Aunque la incertidumbre estándar combinada puede utilizarse para expresar la incertidumbre del resultado de una medición en algunas aplicaciones comerciales, industriales y regulatorias es necesario ofrecer una medida de la incertidumbre que represente un intervalo alrededor del resultado de la medición dentro del cual puedan encontrarse los valores que razonablemente pueden ser atribuidos al mensurado con un alto nivel de confianza.

El resultado de la medición se expresa por tanto de la forma  $Y = y \pm U$  que se interpreta como que  $y$  es el mejor estimado del valor atribuible al mensurado  $Y$ , y que el intervalo definido por  $y - U$ ;  $y + U$  contiene a los valores que pueden atribuirse razonablemente a  $Y$  con un alto nivel de confianza **P**.

Esa medida de la incertidumbre se denomina **incertidumbre expandida (U)** que se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (**k**) llamado **factor de cobertura**:

$$U_E = k * u_c \quad (22)$$

La tabla 5 muestra los valores de  $L_s$  e Incertidumbre expandida calculados con el procedimiento expuesto anteriormente, adicionalmente, la tabla 6 muestra un formato guía para estimar la incertidumbre de medida [3].

Ls	Frecuencia de trabajo	NC	k	UE (H)
----	-----------------------	----	---	--------

1,66 H	60 Hz	95 %	1,96	$\pm 0,075 H$
1,65 H	120 Hz		1,96	$\pm 0,13 H$
1,41 H	240 Hz		1,96	$\pm 0,17 H$

**Tabla 5.** Valores de  $L_s$ , incertidumbre expandida y Factor  $k$  de Student.

#### IV. CONCLUSIONES

La incertidumbre de una medición indica la calidad misma de de la medición ya que está asociada con la instrumentación asociada y con la capacidad del Metrologo. Sin esta indicación, los resultados de las mediciones no pueden ser comparados, ni entre ellas mismas ni con respecto a valores de referencia dados en una especificación o norma.

#### REFERENCIAS

- [1] GTC 51, Guía para la Expresión de Incertidumbre en Mediciones. 2000: Bogotá D.C.  
 [2] EA 4/02, Expresión of the Uncertainty of Measurement in Calibration.  
 [3] David Avilés Castro, *Cálculo de incertidumbre en mediciones eléctricas. Centro nacional de metrología, Los Cués, Querétaro*, México D. F.: julio de 1997, p. a1.  
 [4] Norma NTC-99, Vocabulario de términos básicos y generales en metrología.  
 [5] Llamosa R. Luis Enrique. Aspectos Metrológicos fundamentales para la acreditación de un laboratorio de patronamiento eléctrico. Universidad Tecnológica de Pereira.  
 [6] Sánchez F. José Norbey. Diseño y parametrización de inductores con núcleo de hierro. Universidad Tecnológica de Pereira.

FORMATO PARA LA EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE							
Y:	$L_s$	FUNCIÓN DE RELACIÓN:			$L_s = V_L / (2 * \pi * f * I_L)$		
Nº	Magnitud de entrada $X_i$ fuente de incertidumbre	Valor estimado $x_i$	Incertidumbre estándar $u(X_i)$	Tipo de distribución	Coficiente de sensibilidad $C_i$	Contribución $U_i(y)$	Grados de Libertad
1	$V_L$	110,60	0,00000	DIST. NORMAL	0,01499	0,00000000	2
2	CEV	0,00	0,69628	DIST. RECTANGULAR	0,01499	0,01043476	$\infty$
3	CRV	0,00	0,02887	DIST. RECTANGULAR	0,01499	0,00043262	$\infty$
4	IL	0,1770	0,00033	DIST. NORMAL	-9,36435	-0,00312145	2
5	CEI	0,00	0,00391	DIST. RECTANGULAR	-9,36435	-0,03660206	$\infty$
6	CRI	0,00	0,00029	DIST. RECTANGULAR	-9,36435	-0,00270325	$\infty$
7	f	60,00	0,00000	DIST. NORMAL	-0,02762	0,00000000	2
8	CEf	0,00	0,05774	DIST. RECTANGULAR	-0,02762	-0,00159492	$\infty$
9	CRf	0,00	0,02887	DIST. RECTANGULAR	-0,02762	-0,00079746	$\infty$
<b>y (H)</b>		1,65749	<b>UC (H)</b>	0,0383277	<b><math>\gamma_{ef}</math></b>		68194,20991
<b>NIVEL DE CONFIANZA</b>		95%	<b>K</b>	1,96	<b>UE (H)</b>		0,075
					<b>UE (%)</b>		4,5

**Tabla 6.** Formato guía para estimar la incertidumbre de medida.