

# Análisis del efecto de los embalses de sistemas hidrotérmicos en el costo de la energía y en las reservas usando AMPL

Analysis of the effect of water storage in hydrothermal systems on the energy cost and reservoirs using AMPL

María Victoria Ramírez Martínez<sup>1\*</sup>, Ana Milena Martínez Sánchez<sup>2</sup>, Sebastián Botero Hernández<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Estudiante de Maestría en Ingeniería Eléctrica, Grupo de Planeamiento de Sistemas Eléctricos, Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

mvictoriaramirez@utp.edu.co

<sup>2,3</sup>Ingeniería Eléctrica, Grupo de Planeamiento de Sistemas Eléctricos, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

anmimartinez@utp.edu.co

zebzbh@gmail.com

**Resumen**— El presente artículo describe un modelo de programación lineal usando el lenguaje de modelamiento denominado AMPL y el solver CPLEX como herramienta de modelamiento matemático para solucionar un problema de despacho hidrotérmico de largo plazo, que no considera la red de transmisión y considera costo de combustibles constantes. Se utiliza un sistema de prueba con dos plantas térmicas y tres hidráulicas que entran en operación en diferentes períodos de tiempo. Para las afluencias de las plantas hidráulicas se usan diez series hidrológicas, todas con la misma probabilidad de ocurrencia. Se implementan tres casos de análisis: filo de agua, embalse con meta de volumen al final del último periodo y embalse sin meta de volumen.

**Palabras clave**—Despacho hidrotérmico, embalse, generación de energía, optimización, programas de modelamiento.

**Abstract**— This paper describes a linear programming model using AMPL and the solver CPLEX as a mathematical modeling tool in order to solve long term hydrothermal dispatch problem. Transmission line effects are neglected as well as no linearity of fuel cost in thermal plants. Ten hydraulic series with equal probability of occurrence are used, two thermal plants and three basins that begin operating in different time periods of the planning term. Three cases are implemented: Run- of- the-river, restricted reservoir and fully-used-reservoir.

**Key Words** —Hydrothermal dispatch, reservoir, power generation, optimization, modeling programs.

## I. INTRODUCCIÓN

El despacho hidrotérmico hace parte del planeamiento de la expansión y operación de los sistemas eléctricos. Es un plan que determina los niveles y los periodos de operación del parque generador térmico e hidráulico para satisfacer la demanda de electricidad minimizando el costo de operación y cumpliendo exigencias de reservas de energía al final del periodo analizado. Este planeamiento puede hacerse en diversos horizontes de tiempo: corto, mediano y largo plazo. La literatura especializada reseña los primeros trabajos en este tema desde 1954 [1].

El problema del despacho hidrotérmico se caracteriza por ser de naturaleza estocástica y dinámica, producto de la incertidumbre en las afluencias futuras (hidrología), del precio de los combustibles de generadores térmicos; del acoplamiento en el tiempo de las decisiones que se toman para cada período y del acoplamiento producido por la dependencia entre algunas plantas hidráulicas, lo que se conoce como cadenas hidráulicas [2]. El objetivo del despacho hidrotérmico, conocido también como coordinación, asignación o programación hidrotérmica, es la reducción del costo de operación del sistema [3].

Existen muy diversos métodos de solución del problema de despacho hidrotérmico. Entre estos se encuentran técnicas de solución de programación lineal y no lineal, programación dinámica, y técnicas metaheurísticas como búsqueda tabú y simulated annealing, partículas swarm y algoritmos de descomposición, entre otras[4][5].

La técnica de solución seleccionada en el presente documento es la optimización utilizando el lenguaje de programación matemática AMPL (A Mathematic Programming Language) y el subprograma de optimización CPLEX [6]. Aunque este artículo no pretende centrarse en la metodología o técnica de solución, vale la pena mencionar que el CPLEX cuando resuelve

problemas de programación lineal, como el modelo propuesto, hace uso del ampliamente conocido algoritmo SIMPLEX. El método simplex empieza con una función a minimizar y un conjunto de restricciones que normalmente no verifican estas condiciones. En la etapa reguladora se transforma el conjunto de restricciones en otro con términos independientes no negativos, y en la conocida como de iteraciones estándar se persigue conseguir coeficientes no negativos en la función transformada que debe optimizarse, mientras que al mismo tiempo se busca conservar los términos independientes no negativos. Si esto es posible, se obtiene la solución óptima. Si no, el problema es no acotado o no factible. [7]. Descripciones detalladas del algoritmo y ejemplos de aplicación se encuentran en [7] y [8].

El problema de despacho hidrotérmico parte de varias premisas fundamentales que son: a) existe generación térmica e hidráulica pero la generación hidráulica es insuficiente para atender toda la demanda durante todo el periodo de análisis; b) debe atenderse toda la demanda en todos los periodos, esto es, no debe aparecer racionamiento o potencia no suministrada (PNS); c) debe minimizarse el vertimiento. El vertimiento es el agua del embalse que pasa por la central (más específicamente por el vertedero de la central) sin ser turbinada; d) deben respetarse los límites operativos del sistema; e) se asume que el costo del agua es cero, sin embargo, el agua tiene en la solución un costo indirecto que está asociado a la generación térmica que desplaza la generación hidráulica programada; f) se realiza análisis en nodo único, es decir, no se considera la red de transmisión; g) se asume que la demanda futura es conocida en cada periodo de tiempo; h) se asume que la generación futura, así como la capacidad de generación de las plantas existentes se conoce para cada periodo; i) se conoce el costo de generación de las plantas térmicas por MW y por periodo.

## II. CONTENIDO

**1) Modelo matemático.** En el presente trabajo se plantea un modelo lineal de solución, con las ventajas que este enfoque conlleva: permite la representación de gran número de elementos en un sistema, ofrece la posibilidad de incluir gran número de restricciones sin aumentar el número de variables y sin incrementar el esfuerzo computacional de manera considerable. Adicionalmente, se obtienen simultáneamente los valores de las variables primales y duales. Aunque el presente trabajo solo se centra en el análisis de las variables primales, es posible obtener del examen de las variables duales, el costo marginal de la energía. Dicha información se requiere en los esquemas de mercado de energía competitivos [2].

El modelo matemático se basa en la minimización de una función objetivo que contiene el costo de operación de las

centrales térmicas, el costo asociado al racionamiento y el costo asociado al vertimiento. El problema es restricto y, por lo tanto, deben satisfacerse en todo momento las restricciones de balance de energía, de balance hídrico, los límites de generación, los límites de turbinamiento y los de almacenamiento [8]. A continuación se presenta el modelo usado en este trabajo.

### Notación

$t$	Periodos de tiempo
$nct$	Número de centrales térmicas
$nch$	Número de centrales hidráulicas
$cost_{nct,t}$	Costo de operación de la central térmica $nct$ en el periodo $t$
$g_{nct,t}$	Generación térmica de la central $nct$ en el periodo $t$
$gmax_{nct,t}$	Generación máxima térmica de la central $nct$ en el periodo $t$
$gh_{nch,t}$	Generación hidráulica de la central $nch$ en el periodo $t$
$gmaxh_{nch,t}$	Generación máxima hidráulica de la central $nch$ en el periodo $t$
$cr_t$	Costo del racionamiento en el periodo $t$
$gr_t$	Generador ficticio o de racionamiento en el periodo $t$
$cv_t$	Costo del vertimiento en el periodo $t$
$vv_{nch,t}$	Vertimiento de la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$
$d_t$	Demanda en el periodo $t$
$v0_{nch}$	Volumen inicial del embalse de la central $nch$
$v_{nch,t}$	Volumen del embalse de la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$
$vmax_{nch,t}$	Volumen máximo del embalse de la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$
$a_{nch,t}$	Afluencia a la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$
$u_{nch,t}$	Turbinamiento de la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$
$umax_{nch,t}$	Turbinamiento máximo de la central hidráulica $nch$ en el periodo $t$

### Función objetivo

$$mincosto_{total} = \sum_{i=1}^{nct} \sum_{j=1}^t cost_{i,j} \cdot g_{i,j} + \sum_{j=1}^t cr_j \cdot gr_j + \sum_{k=1}^{nch} \sum_{j=1}^t cv_j \cdot vv_{k,j} \quad (1)$$

### Restricciones

#### 1. Balance de energía

$$\sum_{i=1}^{nct} g_{i,t} + \sum_{k=1}^{nch} gh_{k,t} + gr_t = d_t \quad (2)$$

2. Balance hídrico

$$v_{nch,t} = v_{nch,t-1} + a_{nch,t} - u_{nch,t} - vv_{nch,t} \quad (3)$$

3. Límite de generación térmica

$$g_{nct,t} \leq gmax_{nct,t} \quad (4)$$

4. Límite de generación hidráulica

$$gh_{nch,t} \leq gmaxh_{nch,t} \quad (5)$$

5. Generación hidráulica

$$gh_{nch,t} = u_{nch,t} \quad (6)$$

6. Límite de turbinamiento

$$u_{nch,t} \leq umax_{nch} \quad (7)$$

7. Límite de almacenamiento

$$v_{nch,t} \leq vmax_{nch} \quad (8)$$

8. Restricción adicional modelo 1

$$v_{nch,t} = v0_{nch} \quad (9)$$

9. Restricción adicional modelo 2

$$v_{nch,k} \geq v0_{nch} \quad (10)$$

Se asume que las generaciones  $gh_{i,k}$  y  $g_{i,k}$  permanecen constantes durante todo el periodo de duración  $T$  horas.

**2) Pruebas.** El presente trabajo usa como sistema de prueba el sistema Garver modificado presentado en [9]. El sistema analizado tiene las siguientes características: un escenario de expansión de la generación que considera en los tres años, dos plantas térmicas (T1 y T2), una central hidráulica (HA), la entrada de dos unidades hidráulicas, la primera en el año 2 (HB) y la segunda en el año 3 (HC). Adicionalmente, se presentan los datos de máxima capacidad de generación de las centrales térmicas e hidráulicas y el costo en dólares por megavatio-hora de las plantas térmicas. Se asume un costo para las plantas

hidráulicas igual a cero. La siguiente tabla muestra un resumen de estos datos.

Generador [MW]	Año 1	Año 2	Año 3	Costo [USD/ MWh]
T1	431	431	431	36
T2	770	770	770	42
HA	627	627	627	-----
HB	0	307	307	-----
HC	0	0	307	-----

Tabla 1. Escenario de expansión de la generación y costo.

En términos de la demanda en el horizonte de planeación se tienen los siguientes datos:

	Año 1	Año 2	Año 3
<b>Demanda máxima</b>	1107	1373	1560

Tabla 2. Demanda máxima de energía anual.

Seguidamente, se observan los datos de volúmenes máximo y mínimo de los embalses, los volúmenes iniciales y el turbinamiento máximo de cada central hidráulica.

Embalse	Vol. Máx. [hm³]	Vol. Inic. [hm³]	Turb. Máx. [m³/s]
HA	35.000	10.000	600
HB	15.000	7.500	300
HC	15.000	7.500	300

Tabla 3. Datos centrales hidráulicas.

El modelo se prueba con diez series hidrológicas equiprobables que representan las afluencias en cada uno de los ríos que alimentan los embalses, en el horizonte de planeamiento. Para esto, se asume que se han generado estas series hidrológicas usando información histórica de los ríos y que se han considerado efectos como el del niño o niña en la hidrología. A continuación, se muestran los datos de las afluencias:

SERIE	AÑO	1	2	3
1	RIO-A	228	685	57
	RIO-B	342	228	57
	RIO-C	0	57	57
2	RIO-A	685	91	228
	RIO-B	228	57	194
	RIO-C	0	57	171
	RIO-A	228	228	685

3	RIO-B	57	34	57
	RIO-C	0	137	228
4	RIO-A	742	171	228
	RIO-B	228	171	114
	RIO-C	0	171	114
5	RIO-A	400	628	171
	RIO-B	57	228	114
	RIO-C	0	171	114
6	RIO-A	400	228	742
	RIO-B	114	114	171
	RIO-C	0	114	171
7	RIO-A	1084	285	114
	RIO-B	285	171	114
	RIO-C	0	171	114
8	RIO-A	571	400	171
	RIO-B	228	342	171
	RIO-C	0	342	171
9	RIO-A	571	285	400
	RIO-B	285	171	342
	RIO-C	0	171	342
10	RIO-A	1027	342	228
	RIO-B	342	228	285
	RIO-C	0	171	114

Tabla 4. Afluencias relacionadas con cada serie hidrológica de los tres ríos.

Se implementó un modelo lineal para resolver el problema de despacho hidrotérmico de mediano plazo, con nodo único, utilizando la herramienta de modelamiento AMPL y el subprograma de solución lineal CPLEX.

Para efectos del análisis del impacto del embalse en el costo de la energía y las reservas, se trabajaron tres modelos, todos ellos incluyen el efecto del vertimiento y del racionamiento: 1. modelo filo de agua, que consiste en no permitirle al sistema el almacenamiento de agua en ningún periodo de tiempo. Presenta la restricción adicional número 9 del modelo matemático. 2. modelo embalse con restricción de volumen mínimo, que consiste en permitirle al embalse almacenar y utilizar el agua hasta el nivel que presenta el embalse al inicio del análisis. Esta característica permite usar el embalse para almacenar agua, pero no permite utilizar el agua almacenada inicialmente en el embalse. Si entre dos periodos consecutivos se almacena agua, esta puede usarse en un periodo posterior. En este caso se agrega la restricción adicional número 10 del modelo matemático. 3. modelo con uso pleno del embalse, en este caso se permite usar tanto el agua existente en el embalse al inicio del periodo de análisis como el agua

almacenada en el embalse entre periodos. No se adiciona ninguna restricción adicional. Los embalses se reciben con un volumen inicial distinto de cero.

	Volumen inicial	Volumen en $i$
<b>Modelo 1</b>	$v0_i$	$v0_i$
<b>Modelo 2</b>	$v0_i$	$\geq v0_i$ y $\leq vmax_i$
<b>Modelo 3</b>	$v0_i$	$\geq 0$ y $\leq vmax_i$

Tabla 5. Comparación de volúmenes en los tres modelos.

**3) Resultados.** En el modelo 1, se presentó racionamiento en las series hidrológicas 1, 2 y 7. El comportamiento del vertimiento se ilustra en la siguiente tabla:

Serie	Central	Año	Vertimiento [hm <sup>3</sup> ]
1	1	2	85
2	1	1	85
3	1	3	85
4	1	1	142
5	1	2	28
6	1	3	142
7	1	1	484
8	2	2	42
9	2	3	42
10	1	1	427

Tabla 6. Vertimientos según la serie, central y año.

Seguidamente se muestran los costos en cada serie hidrológica:

Serie	F.O. [USD]
1	177692
2	114192
3	104172
4	103206
5	93588
6	91194
7	109292
8	86994
9	76788
10	86448

Tabla 7. Costo total de la generación térmica, más el racionamiento en el modelo 1.

El costo más alto se presenta en la serie hidrológica 1 y el menor costo en la serie hidrológica 9.

En el modelo 2, no hubo racionamiento en ningún periodo y se registraron vertimientos en las hidrologías 3, 6 y 9.

En la siguiente tabla se resumen los resultados de la función objetivo para las diez series hidrológicas:

Serie	F.O. [USD]
1	106818
2	102030
3	104172
4	97242
5	92412
6	91194
7	82878
8	85230
9	76788
10	68514

Tabla 8. Costo total de la generación térmica más el racionamiento en el modelo 2.

Se puede notar que el costo más alto se presenta en la serie hidrológica uno y el menor costo en la serie hidrológica diez.

En el modelo 3, no se observaron racionamientos, pero se dio el fenómeno de vertimiento al final del periodo de planeamiento en todas las series hidrológicas. Dado que no es deseable que se presente vertimiento en un sistema, a menos que viole el límite superior de capacidad del embalse, fue necesario introducir un costo al vertimiento para desestimular la descarga total del embalse.

Para este modelo, la función objetivo tuvo el mismo valor en las diez series hidrológicas (48.949 USD). Es importante destacar que con el cambio en el modelo para desestimular el vertimiento, el sistema almacenó el volumen que anteriormente estaba vertiendo.

En las figuras 1 y 2 se ilustra el comportamiento de los embalses, es decir, el volumen de cada embalse en cada periodo de tiempo, en las series hidrológicas 6 y 7. Se seleccionaron estas dos series hidrológicas ya que muestran los casos más extremos respecto al volumen del embalse A. Cabe aclarar que el comportamiento de los embalses B y C en todas las series hidrológicas es muy similar.

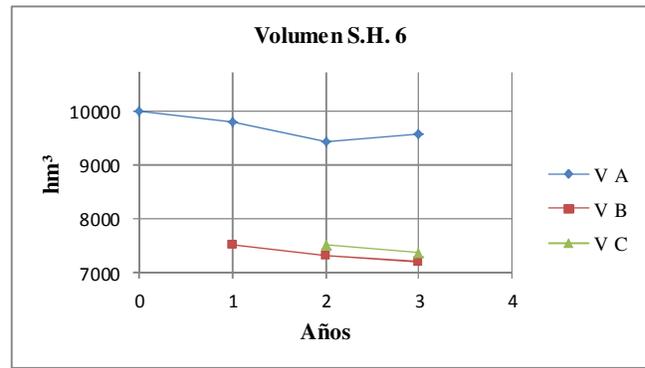


Figura 1. Comportamiento embalses con serie hidrológica 6.

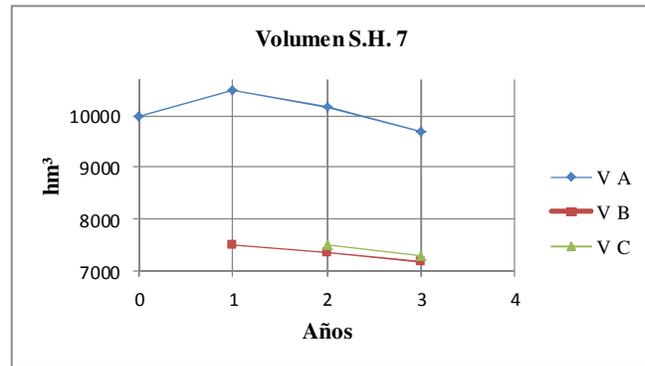


Figura 2. Comportamiento embalses con serie hidrológica 7.

### III. CONCLUSIONES

El modelo debe introducir generadores de racionamiento y el efecto del vertimiento en la función objetivo, de lo contrario, pueden presentarse problemas de convergencia.

Los resultados muestran que el costo máximo de la energía se presenta en el modelo filo de agua, es decir cuando el embalse no se usa para almacenar (177.692 USD) y el mínimo de la energía se presenta en el tercer modelo, es decir, cuando se realiza uso pleno del embalse (48.949 USD).

El embalse permite un mayor control de la generación, reduce los costos de la energía en un 72.45% y evita que se presente racionamiento en las diez series hidrológicas analizadas. Adicionalmente permite tener reserva de energía para periodos posteriores a los periodos de análisis.

Cuando se hace uso pleno del embalse, modelo 3, se presenta el fenómeno de vertimiento, por lo que es necesario introducir un costo al vertimiento para desestimular la descarga total del embalse, o eliminar el vertimiento de la función objetivo, en ambos casos se obtiene el mismo efecto. Es importante resaltar que solo se puede eliminar el vertimiento en el modelo 3.

Dado que la metodología utilizada para resolver el problema es de programación lineal, se tiene la certeza de encontrar la solución óptima como en el caso del modelo 3, donde el costo de la energía es 48.949 USD y la generación de las plantas térmicas es la misma en todas las series hidrológicas.

El hecho de recibir los embalses en un valor inicial distinto de cero favorece el uso pleno del embalse y reduce el costo de operación. Se confirma nuevamente el beneficio de reservar agua para períodos futuros.

### RECOMENDACIONES

Este modelo puede perfeccionarse introduciendo el efecto no lineal del costo de generación térmica y el efecto de la red de transmisión.

### RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo en la investigación al Grupo de Planeamiento en Sistemas Eléctricos de la Universidad Tecnológica de Pereira.

### REFERENCIAS

- [1] R.J. Cypser. "Computer search for economical operation of a hydrothermal electric system". Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 73, no 2, pp 1260-1267, Jan. 1954.
- [2] R.W. Jimenez y V.L. Paucar, "Long term hydrothermal scheduling linear programming model for large scale power systems", *Power Engineering, 2007 Large Engineering Systems Conference*, pp. 96-100, Oct. 2007.
- [3] J.C. Galvis, A. Garcés y A. Escobar, "Aplicación del algoritmo de búsqueda tabú al problema de despacho hidrotérmico", *Scientia et Technica Año XI*, No 29, pp. 25-30, Dic. 2005.
- [4] D. Mejía. "Coordinación hidrotérmica de sistemas eléctricos usando predicción de caudales afluentes". Disertación maestría, Facultad de Ingeniería Eléctrica. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, 2005.
- [5] D.A. Mejía, J.F. Franco y R.A. Gallego, "Solución al problema del despacho de energía en sistemas hidrotérmicos usando simulated annealing", *Scientia et Technica Año XI*, No 29, pp. 7-12, Dic. 2005.
- [6] ILOG Inc. Ilog AMPL CPLEX System Version 7.0 User's Guide. [En línea] Disponible <http://www.ilog.com/ampl/2000>.
- [7] E. Castillo, A. J. Conejo, P. Pedregal R. García y N. Alguacil . "Formulación y resolución de modelos de programación matemática en ingeniería y ciencia". Feb. 2002. [Online]. Disponible: [http://www.4shared.com/office/-TcYepA8/Formulacion\\_y\\_Resolucion\\_de\\_Mo.html](http://www.4shared.com/office/-TcYepA8/Formulacion_y_Resolucion_de_Mo.html)
- [8] R.A. Gallego, A. H. Escobar, E. M. Toro y R. A. Romero. ". Programación lineal y flujo en redes". Publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira, 2007, pp 83-135.
- [9] R.D. Cruz. "Herramientas informáticas para la planeación de la red de transporte de energía eléctrica en ambientes desregulados". Tesis doctoral, Área de Energía y Termodinámica. Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia, 2004.
- [10] M.F. Cardoso. "Modelo de planificación del cronograma de mantenimiento anual óptimo de unidades de generación del sistema nacional interconectado ecuatoriano". Disertación pregrado, Escuela de Ingeniería. Escuela Politécnica Nacional, Ecuador, 2007.
- [11] C.L. Chiang, "Improve PSO for the best compromise of power systems", IEEE 8<sup>th</sup> Int. Conf. on Natural Computation. Taiwan, 2012.