

# Modelo estático y dinámico de un reactor industrial utilizado en el proceso de pasteurización de envases

Static and dynamic model of an industrial reactor used in the packaging pasteurization process

Luis Humberto Berrío

*Escuela de Ingenierías, Universidad Pontificia Bolivariana (UPB), Medellín, Colombia*  
*Subdirección Investigación y Desarrollo Negocios Energía, Empresas Públicas de Medellín (EPM), Colombia*  
 berrio77@yahoo.com

**Resumen**— En este artículo se estudia el proceso de pasteurización de envases con un reactor, con el fin de determinar el modelo estático y dinámico del sistema previo a la acción de control sobre éste. El reactor es utilizado para pasteurizar envasados o enlatados, y los modelos se obtienen a partir de datos estáticos y dinámicos experimentales, y fueron obtenidos con temperatura ambiente entre 15°C y 35°C. Además, la identificación de un sistema consiste en la determinación de la función de transferencia del mismo o de sus parámetros fundamentales, a partir de mediciones experimentales [1]. Existe en la actualidad una gran cantidad de métodos de diseño de distinto origen que permiten desarrollar modelos de sistemas dentro de una amplia gama de características y posibilidades. Por consiguiente, poder determinar, aunque sea en forma aproximada, los parámetros más importantes de una función de transferencia de un sistema se convierten en una necesidad insoslayable, que permiten modelar posteriormente un buen sistema de control del mismo. Herramientas esenciales como Matlab y Simulink permiten la simulación del sistema con reactor y la adecuación de los parámetros del mismo hasta lograr precisión y exactitud en la respuesta esperada del sistema.

**Palabras clave**— Actuador, estimación de error, modelo estático, modelo dinámico, reactor, temperatura.

**Abstract**— This paper studies the packaging pasteurization process with a reactor to determine its static and dynamic model before the control action. The reactor is used to pasteurize packages and canned, and the models are obtained with experimental statically and dynamically data and they were acquired to ambient temperature between 15°C and 35°C. Furthermore, the identification of a system consists in determining its transfer function or its basic parameters from experimental measurements [1]. There are currently a lot of different design methods that let to develop models of systems in a wide range of features and possibilities. Therefore, to determine, even approximately, the most important parameters of a transfer function of a system become an inescapable necessity, subsequently allow modeling a good model of a control system. Essential tools such as Matlab and Simulink allow simulating the system with reactor and tuning

its parameters to achieve accuracy and precision in the expected response of the system.

**Key Word** — Actuator, estimation error, static model, dynamic model, reactor, temperature.

## I. INTRODUCCIÓN

En esencia, una autoclave es un recipiente en el que se consigue exponer el material a esterilizar a temperaturas superiores a la de ebullición del agua, gracias al aumentar la presión [2]. Es importante controlar en este reactor la relación entre la temperatura, la presión y el tiempo de exposición, ya que éstos son factores críticos en el proceso [3].

El calor húmedo destruye los microorganismos por coagulación de sus proteínas celulares. El principal método de esterilización que emplea calor húmedo es la esterilización por vapor a presión. Existen otros métodos de descontaminación que emplean este tipo de calor, los cuales, aunque no permiten la destrucción total de los microorganismos, disminuyen la carga microbiana que posee un material, como la pasteurización [4]. Al ser un reactor una unidad de operación importante en los procesos industriales, que a su vez presenta inestabilidades por su comportamiento dinámico, es indispensable contar con modelos estáticos y dinámicos de la planta del sistema, además de métodos de control para que todo el sistema funcione dentro de los límites de seguridad y en la zona operativa requerida en el proceso [5] [6]. Sin embargo, para que la esterilización de medios de cultivo sea eficaz, la temperatura y el tiempo seleccionados deben alcanzarse en todo el líquido. Como quiera que la transmisión del calor en el líquido de los recipientes se realiza de fuera hacia dentro, es evidente que la eficacia del proceso dependerá del volumen de líquido. Los recipientes con cierre hermético deben ser introducidos en la autoclave sin cerrar totalmente el tapón, para facilitar la entrada del vapor durante el proceso. Al vaciar el reactor después de la esterilización se procede a cerrar totalmente estos recipientes. Además, los recipientes vacíos precisan de un tiempo de

esterilización mayor que los recipientes con líquido en su interior [7].

Además, el uso de señales de prueba se justifica porque existe una correlación entre las características de respuesta de un sistema para una señal de entrada de prueba común y la capacidad del sistema de manejar las señales de entrada reales [8]. Sin embargo, el modelado de sistemas y circuitos de manera precisa no es una tarea fácil, especialmente cuando la no linealidad de los componentes o elementos del sistema deben ser tratados [9]. De hecho, para resolver problemas y mejorar el diseño en los reactores industriales, es necesario modelar, simular y analizar el sistema junto con el reactor [10] [11].

En la sección 2 se describen las características del proceso como las variables que intervienen en éste y la relación entre corriente y temperatura, en la sección 3 se halla la ecuación lineal y no lineal que mejor representa el experimento estático y se ilustra la zona de operación, en la sección 4 se comparan los modelos estáticos y se muestra el diagrama de bloques del sistema, en la sección 5 se identifica el modelo dinámico más adecuado para el proceso y se analiza la confiabilidad del modelo frente a una señal escalón dada y, finalmente, se muestran las conclusiones.

## II. CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO

### A. Variables del proceso

Para este experimento, la variable de entrada es una señal analógica de corriente en el rango [4-20]mA. La variable manipulada es una entrada sobre la cual se puede ejercer alguna acción, en este caso la válvula, y representa el porcentaje de apertura de la misma por donde ingresa vapor al sistema.

La variable perturbadora es una señal que ingresa al sistema y sobre la que no se tiene ningún tipo de control, por ello, la temperatura ambiente es una variable externa y perturbadora, que varía durante el día en el rango de [15-30]°C. En el proceso también se encuentran otras variables perturbadoras como el tipo de envase o enlatado, la conductividad térmica de las paredes del reactor y la presión de vapor, entre otras [12].

Por su parte, la temperatura es la variable de salida del proceso, pero ésta es convertida y representada en el rango de [4-20]mA por un transmisor. Además, la temperatura es una variable *across* y que es medida en el proceso. El flujo de calor en el proceso es una variable *through* y es una variable de estado. La Figura 1 muestra el diagrama de bloques del proceso.

Para ignorar el efecto perturbador de la temperatura ambiente, se debe tener en cuenta que, aunque la temperatura ambiente varía entre [15-30]°C durante el día, ésta varía muy lentamente si se compara con el comportamiento del proceso en el tiempo. Si esta temperatura ambiente varía lo suficientemente lento se puede considerar constante, lo que hace más sencillo encontrar el modelo del proceso.

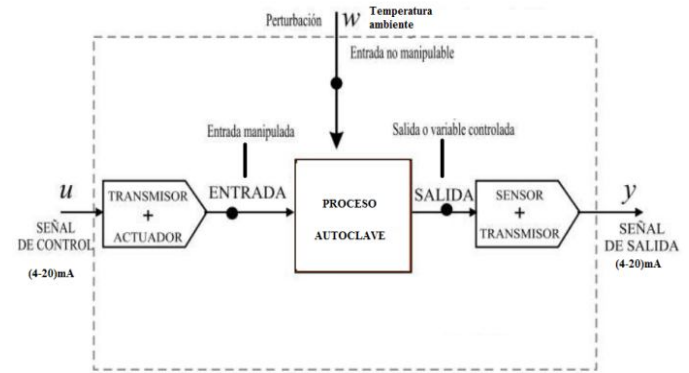


Fig. 1. Diagrama de bloques del proceso.

### B. Relación entre corriente y temperatura

El rango de apertura de la válvula va entre [0-100]%, lo que en términos de corriente va entre [4-20]mA, siendo una relación lineal. Cuando el valor de corriente es de 4mA, es decir, 0% de apertura de la válvula, la temperatura medida es igual a la temperatura ambiente, siendo este valor el mínimo de temperatura medible. A su vez, cuando el valor de corriente es de 20mA, es decir 100% apertura de válvula, la temperatura medida es igual a 100°C más la temperatura ambiente, siendo este valor el máximo de temperatura medible. La relación que describe el comportamiento de la corriente contra la temperatura es

$$I[mA] = \frac{T[^\circ C]}{100^\circ C} 16[mA] + \frac{4}{5}[mA], \quad (1)$$

donde  $T$  es la temperatura e  $I$  es la corriente, además se empleó el promedio de temperatura ambiente durante el día. La relación que describe el comportamiento de la corriente contra la apertura de la válvula es

$$I[mA] = \frac{A[\%]+25\%}{100\%} 16[mA], \quad (2)$$

donde  $A$  es la apertura de la válvula. La Figura 2 muestra la relación entre la corriente y la apertura de la válvula. La Figura 3 muestra la relación corriente contra temperatura.

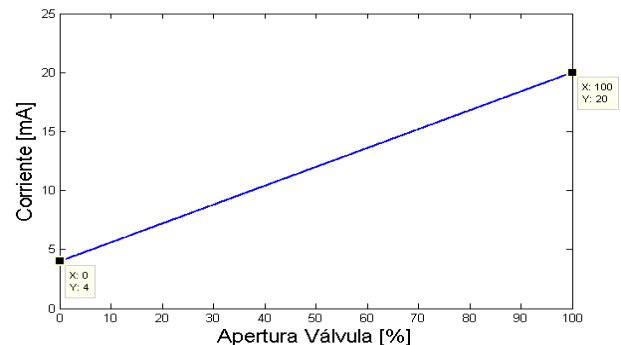


Fig. 2. Relación entre la corriente y la apertura de la válvula.

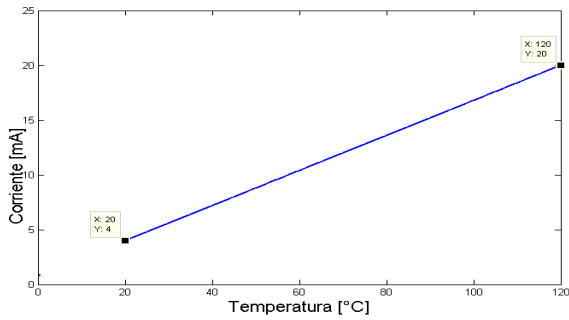


Fig. 3. Relación corriente contra temperatura.

### III. MODELO ESTÁTICO

#### A. Ecuación no lineal

Con ayuda de Matlab y haciendo uso de los datos experimentales de [13] se busca el polinomio de grado 6 que mejor represente el comportamiento del proceso, dando como resultado la expresión

$$y = -0,0000222456u^6 + 0,0014562958u^5 - 0,0351460029u^4 + 0,3649439045u^3 - 1,2816566588u^2 - 0,5657504995 + 11,2104540060, \quad (3)$$

donde  $y$  es la variable de salida del sistema en [mA] y  $u$  es la variable de entrada del sistema en [mA]. Si se desea usar el comando *polyfit* en Matlab para obtener un polinomio de grado mayor, los coeficientes de mayor grado se hacen cero. La Figura 4 muestra el proceso tomado experimentalmente junto con el obtenido a partir de (3).

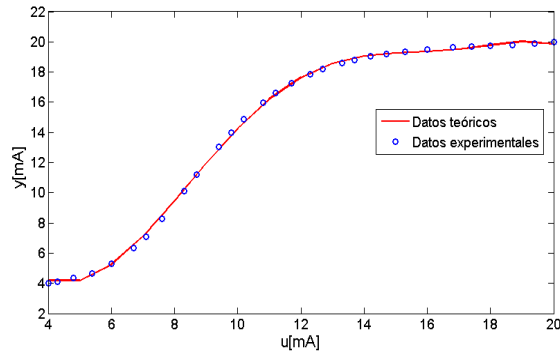


Fig. 4. Curva experimental y curva teórica.

La desventaja de usar polinomios es que este procedimiento no se ve en la vida real. Por ello, si se hace uso de mínimos cuadrados, se encuentran los parámetros que satisfacen una curva en forma de  $S$  que más se ajusta a los datos experimentales. Finalmente, se encuentra que

$$y = 3,99 + \frac{16}{1 + \left(\frac{8,99}{u}\right)^6}, \quad (4)$$

donde  $y$  es la variable de salida del sistema en [mA] y  $u$  es la variable de entrada del sistema en [mA], donde (4) es la función en  $S$  candidata para el modelo no lineal. La Figura 5 muestra los datos experimentales junto con la curva descrita por (4).

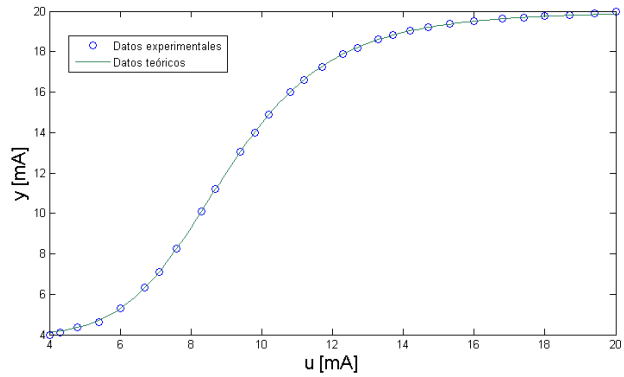


Fig. 5. Curva experimental y curva teórica.

#### B. Zona de operación

El proceso se maneja en una zona de operación comprendida entre  $[75-85]^{\circ}\text{C}$ . En dicha zona, el punto de operación es la mitad,  $80^{\circ}\text{C}$ . Entre estos valores de temperatura se lleva a cabo el proceso, desde que inicia hasta que se termina una tanda del proceso. Es decir, el rango de la señal de corriente de salida está entre  $[12,8-14,4]\text{mA}$ . La Figura 6 muestra el proceso experimental, donde se representan una línea gruesa roja como la zona de operación y el punto de operación en el centro de ella.

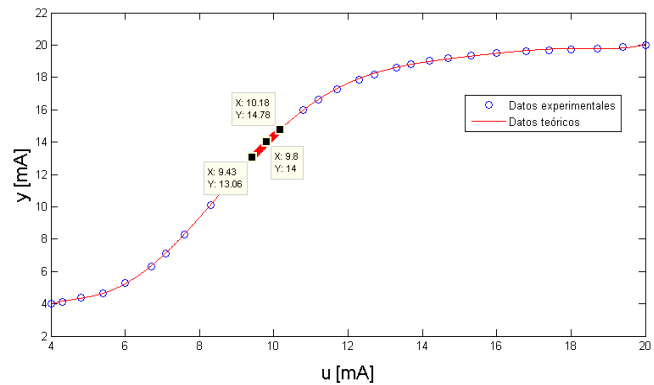


Fig. 6. Zona y punto de operación del proceso.

#### C. Ecuación lineal

Para hallar la ecuación lineal en la zona de operación, se emplean los datos experimentales que están sobre esta misma región, ya que son los datos que interesan. Luego, con estos valores se encuentra la expresión

$$y = 2,2875u - 8,4475, \quad (5)$$

donde  $u$  es la entrada en [mA] e  $y$  es la salida en [mA]. Se tiene que (5) es una relación lineal entre la entrada y la salida para el proceso en la zona de operación, con una ganancia de 2,2875. La Figura 7 muestra la relación obtenida a partir de (5).

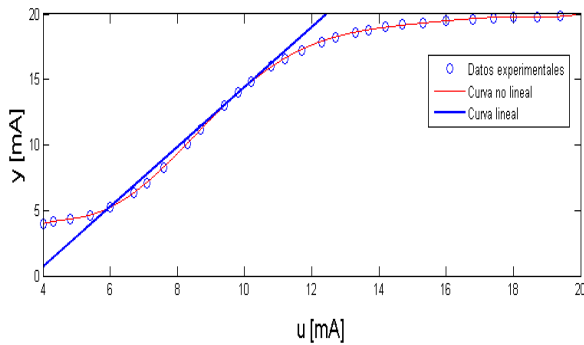


Fig. 7. Modelo lineal en la zona de operación.

Este modelo lineal se realizó sobre la zona de operación del proceso. La Figura 8 muestra el error porcentual en dicha zona de operación en color rojo. Si se consideran puntos por fuera de la zona de operación es posible encontrar valores porcentuales de error muy altos, aunque no se puede decir que en todos los puntos, ya que la curva lineal corta la curva no lineal como se muestra en la Figura 7.

Si se considera tolerable un error de hasta 2%, el rango de entrada puede ampliarse entre [9-10,7]mA, aproximadamente. Como se observa en la Figura 8, el punto de operación es el valor que tiene un mínimo de error porcentual, 0,2%.

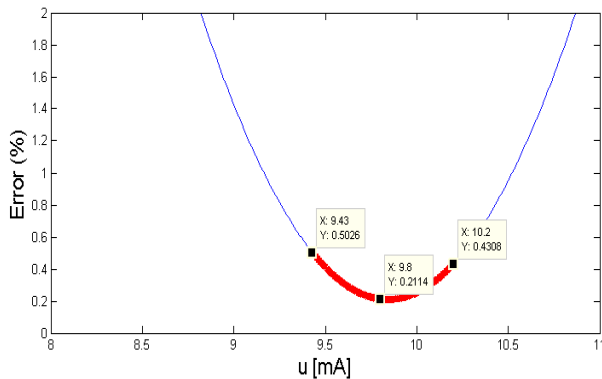


Fig. 8. Error porcentual.

#### IV. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS ESTÁTICOS

Para comparar el modelo no lineal y el modelo lineal se asumen cambios en la entrada del actuador de 5%, 12% y del 25% alrededor del punto de operación, tanto positivos como negativos. Estos cambios corresponden a 0,8mA, 1,92mA y 4mA respectivamente. La Figura 9 muestra los dos primeros cambios cada uno de los modelos propuestos, mientras que la Figura 10 muestra la comparación de los modelos hasta un cambio en la entrada del actuador del 25%.

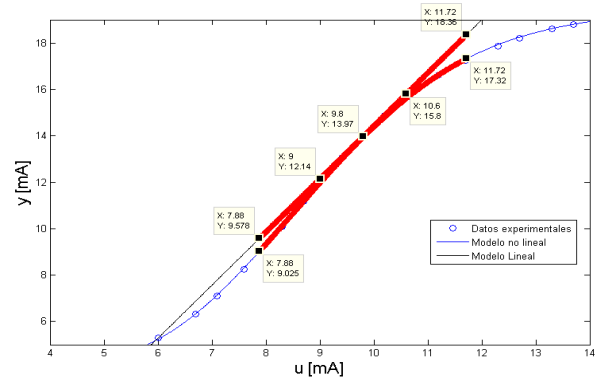


Fig. 9. Comparación de modelos.

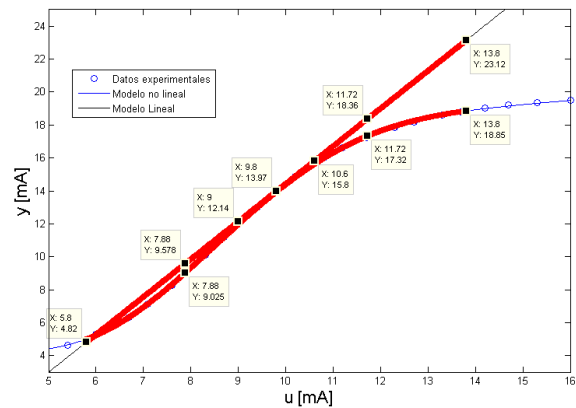


Fig. 10. Comparación modelos hasta un cambio en la entrada del actuador del 25%.

Como se puede observar en la Figura 9, el error es mayor para el modelo lineal que para el modelo no lineal. Esto se debe a que el no lineal fue realizado con una muy buena exactitud y de un orden superior al grado 1, que corresponde al modelo lineal. Además, el error del modelo lineal es mayor por fuera de la zona de operación, lo que no ocurre con el modelo no lineal que sigue conservando una buena precisión y exactitud. Cuando el cambio en la entrada del actuador es del 12% se está trabajando por fuera de la zona de operación. Incluso, cuando el cambio es del +25%, el valor arrojado está por fuera del rango de salida, entonces el actuador se satura mucho antes.

En el proceso, la temperatura no crece hasta infinito si se aplica energía constantemente por el actuador, ya que éste tiene pérdidas, que a su vez hacen que la temperatura sea acotada, para una entrada también acotada. Además, se dice que un sistema lineal, causal e invariante en el tiempo es BIBO estable, si y sólo si a toda función de entrada acotada le corresponde una función de salida acotada [14]. Por lo anterior, el sistema es BIBO, ya que su entrada y salida son acotadas.

Por otra parte, si en el proceso se presenta que el agua almacena energía térmica, la temperatura del proceso aumentará, pero por ser un proceso real, finalmente hay pérdidas de energía en el sistema, hasta que hay un punto en que la temperatura que se incrementó, llega a un punto de equilibrio, debido a las pérdidas de energía hacia afuera del reactor. Además, el proceso tiene pérdidas debido al calentamiento de la pared del reactor, la

caída de presión, fugas de energía térmica y de vapor. El sistema también se verá afectado por variables como la pared de los frascos, su espesor y su material, ya que la pared del frasco tiene un coeficiente térmico que está relacionado con el intercambio de calor y el tamaño del espesor podrá retardar o aligerar esa transferencia, lo mismo ocurre con el tipo de contenido de los frascos, que pueden reaccionar de manera diferente a una temperatura determinada dentro de la zona de operación.

Un modelo de parámetro globalizado univariable se expresa mediante una ecuación con una variable de entrada y una variable de salida. Esto suele referirse como un modelo SISO, Single Input Single Output [15]. Suponer que el proceso puede representarse como un modelo matemático que sea SISO, causal, lineal y concentrado, determinístico, dinámico y de primer orden, implica que el modelo no describe precisamente al proceso real, es decir hay sacrificios en términos de precisión y exactitud, pero también implica una mayor facilidad para encontrar el nuevo modelo, debido a las simplificaciones que se pueden dar.

La temperatura ambiente es una señal de entrada perturbadora. En el modelo estático, esta temperatura se consideró constante, ya que durante el día varía en el rango de [15,25]°C y se condicionó que la velocidad del cambio para cada tanda del proceso era lenta. Si se considera que la temperatura ambiente es una entrada variable del sistema y que interferirá notablemente en éste, entonces el sistema tendrá varias entradas, pero seguirá teniendo una sola salida. El sistema sigue siendo lineal, aunque se incluya la temperatura ambiente como señal perturbadora. Debido a que el modelo sigue siendo el mismo, para las señales de entrada se puede aplicar superposición de señales y obtener con el modelo lineal una señal de salida única [16].

### V. MODELO DINÁMICO

La curva experimental del sistema con respecto al tiempo, es decir, su comportamiento dinámico, se ilustra en la Figura 11, además se incluye la señal de entrada del sistema que se utilizó en el experimento. El período de muestreo es de 0,1 minutos, equivalente a 6 segundos, y la amplitud del escalón de entrada es de 3mA, que va desde el segundo 2010 hasta el segundo 4008.

Por otra parte, se identificaron las características del modelo dinámico que se ajustan a los datos experimentales, para modelos de primer orden sin retardo, primer orden con retardo y segundo orden. Los parámetros encontrados fueron la ganancia (K), el tiempo Tao (r), el retardo y el Error Cuadrático Total (ECT), siendo este último el valor determinante para escoger uno de los tres modelos [17]. La Tabla 1 muestra los parámetros de cada modelo al emplear Matlab [13].

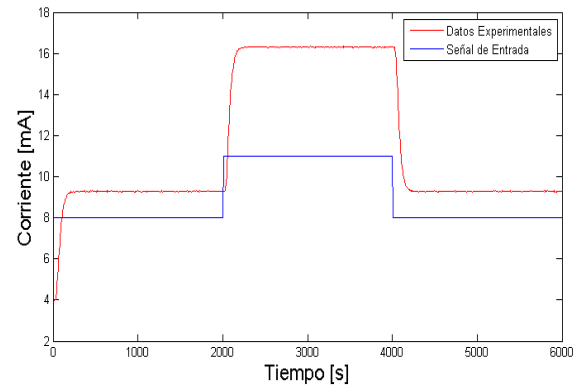


Fig. 11. Curvas experimentales del sistema.

TABLA 1. Parámetros de los modelos de primer y segundo orden.

Tipo de Modelo	K	r	Retardo	ECT
Orden 1	2,9498	63,8916	-	16,0763
Orden 1 con retardo	2,4046	47,6268	27,50	2,2295
Orden 2 sin retardo	2,9498	2,0 63,8916	-	16,078
Orden 2 con retardo	2,3391	0,3840 0,4788	0,3262	61,5

De la Tabla 1, se puede observar que el modelo que tiene menor ECT es el modelo de primer orden con retardo. La función de transferencia para el modelo dinámico seleccionado es

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2,4046}{47,6268s+1} e^{-27,5s}, \quad (1)$$

donde  $Y(s)$  es la transformada de Laplace de la señal de salida,  $U(s)$  es la transformada de Laplace de la señal de entrada y  $H(s)$  es la función de transferencia. La Figura 12 muestra la curva experimental y la curva ajustada con el modelo dinámico de primer orden con retardo como respuesta a un escalón de entrada. La Figura 13 muestra la curva del modelo dinámico de primer orden sin retardo, la Figura 14 muestra la curva del modelo dinámico de orden dos sin retardo y la Figura 15 muestra la curva del modelo dinámico de orden dos con retardo.

Como se observa en la Figura 12, el modelo dinámico teórico tiende a seguir la curva experimental en la zona de operación, frente a un escalón de entrada dado. Por su parte, se puede observar que el escalón de entrada está en la región de operación, que se define en el modelo estático del proceso del reactor. Se debe saber, que la zona de operación para la señal de entrada está en el rango de [9,43-10,18]mA, mientras que la señal de salida está entre [13,06-14,78]mA, valores que se determinan en el modelo estático.

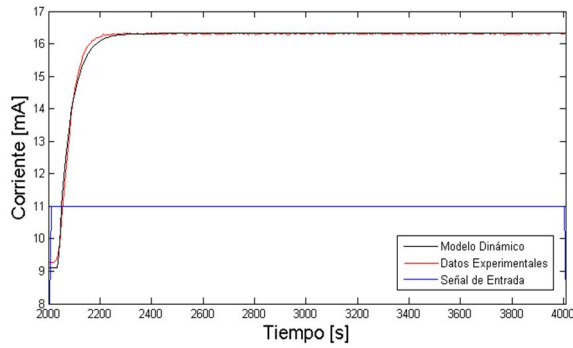


Fig. 12. Respuesta del modelo de primer orden con retardo.

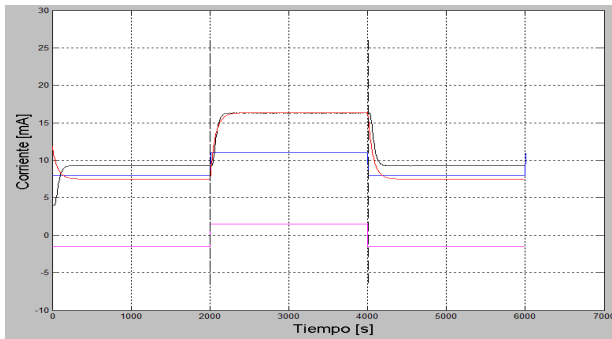


Fig. 13. Respuesta del modelo de primer orden sin retardo.

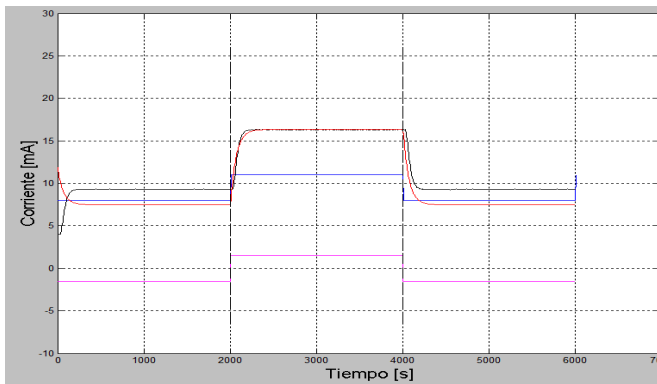


Fig. 14. Respuesta del modelo de segundo orden sin retardo.

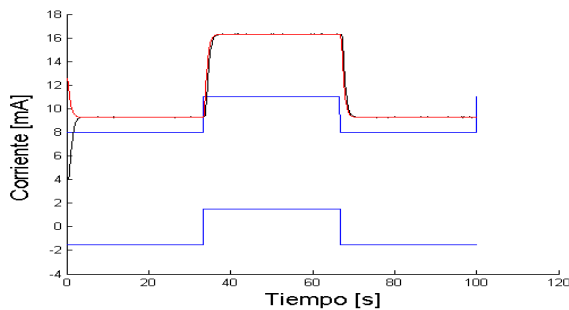


Fig. 15. Respuesta del modelo de segundo orden con retardo.

Para probar la confiabilidad del modelo dinámico se colocó una señal de entrada en 4mA durante 10 minutos, es decir, durante 600 segundos, y luego la entrada se condiciona a 6mA durante 20 minutos, es decir, durante 1200 segundos. El ancho del pulso es de 600 segundos y tiene una amplitud de 2mA. La Figura 16 muestra el comportamiento del modelo dinámico propuesto frente a la entrada escalón descrita anteriormente.

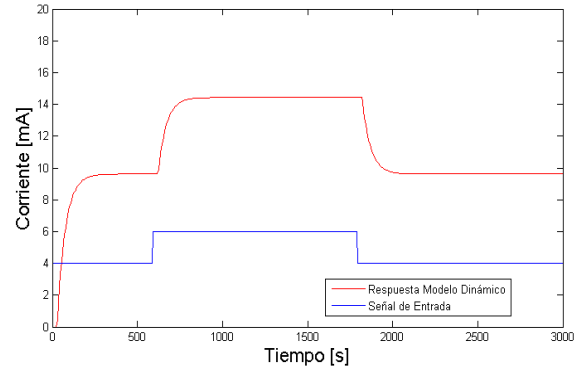


Fig. 16. Respuesta del modelo dinámico propuesto frente a una señal escalón de una amplitud de 2mA.

El modelo dinámico, al igual que el modelo estático en la zona de operación, son una buena aproximación a medida que se trabaja en esta región.

## VI. CONCLUSIONES

El modelo lineal estático es apropiado dentro de la zona de operación que está dada entre 75°C y 85°C. Para puntos de operación por fuera de esta zona, el error aumenta notablemente y el modelo lineal no es apropiado. Sin embargo, el modelo no lineal estático es más preciso y exacto que el modelo lineal. La desventaja del modelo no lineal es que no siempre es fácil encontrarlo, además se requiere de más esfuerzos computacionales a medida que se agrega un orden al proceso. El modelo estático permite definir una zona lineal de trabajo, donde posteriormente se puede definir el modelo dinámico del proceso de temperatura de la autoclave. Este último modelo no se ve afectado por la entrada del sistema como tal, lo que si se afecta es su salida, ya que cuando se trabaja por fuera de la zona lineal de operación, la predicción del modelo tiene un error mayor.

Además, en un modelo estático, el tiempo, como variable, no desempeña un papel relevante. En un modelo dinámico, por el contrario, algunos de los elementos que intervienen en la modelización no permanecen invariables, sino que se consideran como funciones del tiempo, describiendo trayectorias temporales [18].

Por otra parte, es importante identificar cada una de las señales y variables que intervienen en el proceso, ya que gracias a ello, es posible un mejor entendimiento del mismo y sobre todo es posible identificar posteriormente un modelo que lo describa. Encontrar la relación entre ellas, permite identificar un modelo apto para el proceso. Además, un sistema en su zona lineal también obedece el principio de superposición. Esto



significa que si dos entradas son sumadas juntas y pasadas a través de la región lineal, la salida será equivalente a la suma de las dos entradas evaluadas individualmente.

Por la forma de la señal de salida para una entrada escalón, los datos experimentales mostraron que los valores de salida tienen una pendiente muy alta al inicio del escalón, por lo que intuitivamente, se podía definir que el mejor modelo dinámico que se adecúa a este proceso es de primer orden, ya que el de segundo orden debería tener un comportamiento con una pendiente menor inicial.

#### REFERENCIAS

- [1] R. Rivero, "Identificación de sistemas de segundo orden", Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Tucumán. Buenos Aires, Argentina, 2011.
- [2] R. Montejano, "Control de la infección en la Comunidad", *Limpieza, desinfección y esterilización*. Universidad de Valencia, España, 2009.
- [3] S. Gutiérrez, "Esterilización por calor húmedo", *Laboratorio de Microbiología*. Universidad Central de Venezuela (UCV), Venezuela, 2001.
- [4] H.S. Cho, G.D. Tao and A. Winter, "Achieving appropriate design for developing world health care: The case of a low-cost autoclave for primary health clinics", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 2400-2403, 2012.
- [5] N.M. Ramli and B. Abdullah, "Modeling and control of a reactor", *IEEE International Conference on Intelligent and Advanced Systems - ICIA*, pp. 182-187, 2007.
- [6] S.H. Qaiser, A.I. Bhatti, M. Iqbal, R. Samar and J. Qadir, "Non-linear model validation and second order sliding mode controller design for a research reactor", *IEEE International Conference on Industrial Technology - ICIT*, pp.1-6, 10-13, Feb. 2009.
- [7] QUIMINET (2012), "Operación Autoclave". Available: <http://apsacapacitacion.cl/autoclaves/como-funciona-el-autoclave/pdf-2.php>.
- [8] K. Ogata, "Ingeniería de control Moderna", Pearson Education, México, 1998.
- [9] D. Zhang, Y. Liu and S. Huang, "Differential Evolution Based Parameter Identification of Static and Dynamic J-A Models and Its Application to Inrush Current Study in Power Converters", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 11, pp. 3482-3485, Nov. 2012.
- [10] L. Guo, C. Wang and J. Zheng, "Modeling and simulation of wind power generation reactor", *IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering (ICECE)*, pp. 5339-5341, 16-18 Sept. 2011.
- [11] G.W. Chang, H.M. Huang and J.H. Lai, "Modeling SF6 circuit breaker for shunt reactor switching transient analysis", *International Conference on Power System Technology - PowerCon*, vol. 2, pp. 1315- 1320, 21-24 Nov. 2004.
- [12] D. Sun and K.A. Hoo, "Dynamic transition control structure for a class of SISO nonlinear systems [chemical processes]", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 5, pp. 622-629, Sep 1999.
- [13] M. Betancur, "Autoclave", *Procesos Continuos*. Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia, 2012.
- [14] P. Monzón, "Estabilidad BIBO de Sistemas Lineales", Universidad de la Republica, Montevideo, 2004.
- [15] GALEON (2002). "Modelamiento de Sistemas: Fundamentos". Available: [http://www.galeon.com/mcoronado/ANALISIS\\_UNID\\_ADES/01MODELAMIENTO.pdf](http://www.galeon.com/mcoronado/ANALISIS_UNID_ADES/01MODELAMIENTO.pdf)
- [16] J. Slavinsky. "Propiedades de los Sistemas". Available: <http://cnx.org/content/m12826/latest/>
- [17] B.G. Bodmann, and P.K. Singh, "Burst Erasures and the Mean-Square Error for Cyclic Parseval Frames", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, no. 7, pp. 4622-4635, July 2011.
- [18] UV, "Introducción a los modelos dinámicos", Universidad de Valencia, España, 2011.