

Lógica Difusa Aplicada al Control Local del Péndulo Invertido con Rueda de Reacción

Local Control of Reaction Wheel Pendulum Using Fuzzy Logic

Juan Guillermo Valenzuela Hernández^{1*}, Oscar Danilo Montoya Giraldo², Didier Giraldo Buitrago

^{1,2}Ingeniero eléctrico, Ingeniería eléctrica, Auxiliar de investigación, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

jgvalenzuela@utp.edu.co
odmontoya@utp.edu.co

³Ingeniero eléctrico, Ingeniería eléctrica, Docente, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
dgiraldo@utp.edu.co

Resumen— En este artículo se presenta el diseño y la implementación de un controlador difuso para el péndulo invertido con rueda de reacción. La metodología utiliza los conceptos fundamentales de la lógica difusa para diseñar el controlador a partir del conocimiento que los operarios tienen sobre la dinámica del sistema, evitando así, el modelado dinámico del mismo. El diseño se implementa sobre el modelo no lineal del sistema y se aplican diferentes tipos de perturbaciones con el fin de evaluar las capacidades del controlador. Los resultados muestran que los controladores basados en lógica difusa tienen una buena respuesta ante distintos tipos de perturbaciones que afectan la operación de los sistemas.

Palabras clave— Conjuntos Difusos, Mecánica de LaGrange, Sistemas de Control Automático.

Abstract— In this paper the design and implementation of a fuzzy controller to the reaction wheel pendulum is presented. The methodology uses fundamental concepts of fuzzy logic to design the controller based on the knowledge of operators and thus avoiding the modeling of system dynamics. The design is implemented on the nonlinear model of the system and applies perturbations to evaluate the capabilities of the controller. The results show that the fuzzy logic based controllers have a good response to different types of disturbances that affect systems.

Key Word — Fuzzy Sets, Lagrange Mechanics, Automatic Control Systems.

I. INTRODUCCIÓN

En el diseño del control para cualquier tipo de sistema mediante una técnica clásica, es necesaria una descripción matemática de éste, la cual se obtiene utilizando leyes físicas o métodos de estimación paramétrica. A partir de lo anterior, se hace el análisis cuantitativo que consiste en hallar las respuestas debido a la aplicación de ciertas señales de entrada; y el análisis cualitativo que consiste en

analizar ciertas propiedades tales como estabilidad, controlabilidad y observabilidad [1].

Cuando se modela un sistema con comportamiento dinámico complejo puede resultar conveniente realizar aproximaciones o despreciar ciertos detalles y fenómenos presentes en el comportamiento del sistema, con el fin de obtener un modelo simplificado. Se debe tener en cuenta que la precisión del modelo depende de si los detalles que se omitieron tienen o no importancia en el desarrollo de los fenómenos estudiados, pues un modelo incorrecto puede ocultar información relevante para la descripción del sistema, haciendo que el controlador diseñado con base en éste no logre realizar la tarea deseada.

Los controladores basados en lógica difusa se presentan como una alternativa para superar esta dificultad en el modelado, pues tienen la ventaja de que para su diseño no es necesario un modelo matemático del sistema a controlar. Estos controladores aprovechan las expresiones lingüísticas suministradas por los expertos que tienen amplio conocimiento en el comportamiento de la planta. Dichas expresiones lingüísticas son llevadas al lenguaje matemático por la lógica difusa y con base en ellas deduce en forma lógica una señal de control posible que permita llevar la variable que se desea controlar a un estado deseado [2].

El péndulo invertido con rueda de reacción es una variante del péndulo invertido en la cual un motor, sujeto al extremo libre de una barra, hace girar una rueda de inercia simétrica con respecto a su eje de rotación. Este sistema se adapta muy bien para ilustrar una amplia gama de problemas de control [3], como lo es la dificultad en la obtención de un modelo matemático, problema que se presenta en el momento de diseñar una tarea de control para los sistemas reales, siendo por esto que se utilizó como sistema de prueba para implementar una técnica de control basada en la lógica difusa, mostrando así, las ventajas que presenta esta técnica ante la dificultad del modelado del sistema al aprovechar la información suministrada por los expertos y operarios que describen el comportamiento a partir de expresiones lingüísticas.

Este trabajo está dividido así: se presenta una breve descripción del péndulo invertido con rueda de reacción para evidenciar su utilidad y la complejidad de su modelo matemático. Luego se presentan conceptos básicos sobre la lógica difusa y su uso en los sistemas de control. Enseguida se muestra el desarrollo metodológico del controlador difuso para la planta. Posteriormente se muestran la implementación con los respectivos resultados obtenidos al realizar algunas perturbaciones y finalmente se presenta las conclusiones.

II. DESCRIPCIÓN DEL PÉNDULO INVERTIDO CON RUEDA DE REACCIÓN

Los péndulos invertidos son una familia de artefactos en dinámica que constituyen un banco de pruebas muy completas y de gran interés para la ingeniería de control, ya que son ejemplos típicos de sistemas no lineales. El péndulo ha sido estudiado más que otros sistemas desde la época de Galileo, ya que a partir de éste se puede aproximar el modelo del comportamiento dinámico de muchos sistemas de ingeniería como el mantenimiento de la trayectoria durante el vuelo de un cohete, el análisis de la biomecánica de la marcha, el balance y la postura humana, el caminar bípedo de robots, la estabilidad en grúas, el control sísmico de estructuras de edificación, entre otros [3].

El péndulo con rueda de reacción introducido por Mark W. Spong en 1995, es un péndulo invertido simple con una rueda giratoria en uno de sus extremos como se muestra en la Figura 1. La rueda, simétrica con su eje de rotación, es accionada por un motor DC de imán permanente de 24V, donde el par de acoplamiento entre la rueda y el péndulo puede ser usado para controlar el sistema de movimiento. Además, el sistema está provisto de dos sensores ópticos de alta resolución, el primero de ellos se encuentra unido al soporte fijo y al péndulo, el cual entrega el ángulo relativo entre el péndulo y su base fija, mientras que el otro sensor está unido al motor, registrando así las medidas del ángulo relativo entre la rueda y el péndulo.

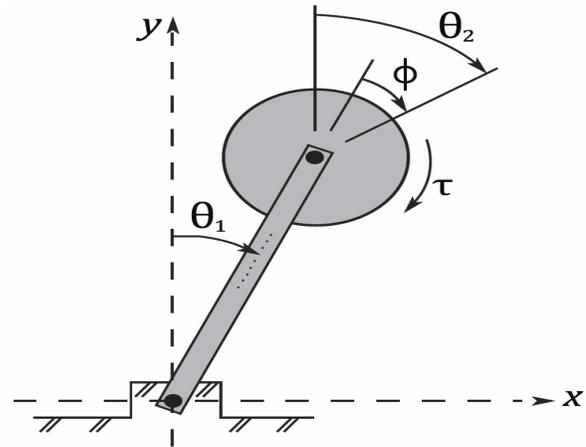


Figura 1. Representación del péndulo invertido con rueda de reacción.

El modelo matemático que representa el comportamiento dinámico del péndulo invertido con rueda de reacción puede ser obtenido mediante la aplicación de los conceptos de la mecánica Newtoniana, Lagrangiana o Hamiltoniana. Estas formulaciones pueden conducir a representaciones diferentes y depende exclusivamente del grado de exactitud que se requiera en el modelo. Para fines de simulación y validación de metodología, se toma en este trabajo el modelo obtenido a partir de la formulación por funciones de energía, según la mecánica de Lagrange y presentado en la referencia [3]-[4]. En esta representación se obtiene un modelo no lineal de segundo orden y por efectos prácticos se desprecia la dinámica del actuador y la fricción en las articulaciones. Así, el modelo matemático del péndulo con rueda de reacción se modela como (1).

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 &= a \sin(\dot{\theta}_1) - bu(t) \\ \ddot{\theta}_2 &= cu(t)\end{aligned}\quad (1)$$

Donde los coeficientes a , b y c dependen de los parámetros (masas, inercias y geometría de los componentes) de la planta. Para el desarrollo de este trabajo, se utilizaron coeficientes con valores $a=78$, $b=1.08$ y $c=198$, correspondientes a los parámetros del sistema real con que cuenta el Laboratorio de Investigación en Sistemas de Control de la Universidad Tecnológica de Pereira.

III. LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa fue propuesta inicialmente por el profesor Lotfi Zadeh, matemático de la Universidad de California, Berkeley, en 1965 cuando publicó un documento titulado "Fuzzy Sets" en la revista *Information and Control* [5]. Esta teoría sobre conjuntos difusos, partió de observaciones realizadas por Zadeh para el modelado de sistemas y la limitante que en repetidas ocasiones se tenía para describir ciertos fenómenos mediante expresiones matemáticas. Por tal motivo, plantea su principio de la

incompatibilidad el cual predica que: “*Conforme la complejidad de un sistema aumenta, nuestra capacidad para ser precisos y construir instrucciones sobre su comportamiento disminuye hasta el umbral más allá del cual, la precisión y el significado son características excluyentes*”.

De esta manera, Zadeh definió la lógica difusa como un intento de formalización de dos importantes capacidades del ser humano. La primera, la capacidad de conversar, razonar y tomar decisiones racionales en un ambiente de imprecisión o información incompleta. Y la segunda, la de formular una amplia variedad de tareas físicas y mentales sin realizar mediciones y sin computadores [6].

La lógica difusa puede ser descrita como un sistema interpretativo, en el cual los objetos o elementos son relacionados con conjuntos de fronteras no nítidamente definidas, otorgándoles un grado de pertenencia relativa y no estricta como es costumbre en la lógica tradicional [7]. Se podría decir que existe una especie de interpolación entre una frontera y otra, o bien, entre un conjunto y otro, permitiendo así tener en cuenta elementos que presentan un estado ambiguo como el que se presenta en expresiones tales como: “la temperatura está más o menos alta” o “el vaso está medio lleno”. Estas expresiones son frecuentemente encontradas en la vida cotidiana pero son inaceptables en la lógica clásica o bivalente.

Existe una gran cantidad de planteamientos teóricos alrededor de la lógica difusa que han tenido una amplia aplicación en el diseño de sistemas de control, puesto que con esta herramienta se ha logrado incorporar sentencias del lenguaje común para interpretar el estado de las variables de cierto proceso, haciendo que el sistema de control pueda ser diseñado a partir de la descripción del comportamiento deseado por el operario. Para llevar a cabo este proceso, las entradas son clasificadas dentro de unos conjuntos difusos los cuales son sometidos a un grupo de reglas para luego deducir en forma lógica una actuación posible que permita llevar la variable al estado deseado, produciendo una o varias acciones de salida (acciones de control).

A. Conjuntos difusos

Un conjunto difuso es una clasificación de objetos con un grado de membresía continuo. Como conjunto, es caracterizado por una función de membresía (característica), la cual asigna a cada elemento un grado de membresía dentro del rango de cero a uno ($[0,1]$).

Sea $X = \{x\}$ un conjunto clásico cuyos elementos son representados por x . Luego un conjunto difuso A en X representa un conjunto de pares ordenados:

$$A = (x, \mu_A(x)), \quad x \in X \quad (2)$$

El concepto de conjuntos difusos señala que todos los elementos en los que se basa el razonamiento humano son etiquetas cualitativas y no necesariamente cuantitativas las cuales pueden ser modeladas dentro de un lenguaje matemático a través de la teoría de conjuntos difusos.

B. Función de membresía

Las funciones de membresía constituyen un método utilizado para representar los conjuntos difusos, de modo que a cada punto en el espacio se le asigna un valor o grado de pertenencia a dicho conjunto, definiendo así al conjunto mismo. De este modo, $\mu_A(x)$ es el grado de membresía de x en A y es limitado a valores entre 0 y 1, siendo 0 el más bajo y 1 el más alto. Nótese el contraste con la teoría de conjuntos clásica o discreta, en el cual $\mu_A(x)$ solo puede valer 1 indicando que x pertenece a A , o 0 en caso contrario.

Las funciones de membresía son clasificadas según su forma geométrica, donde las más utilizadas son la triangular, trapezoidal, gaussiana y sigmoideal, las cuales se muestran en la figura 2.

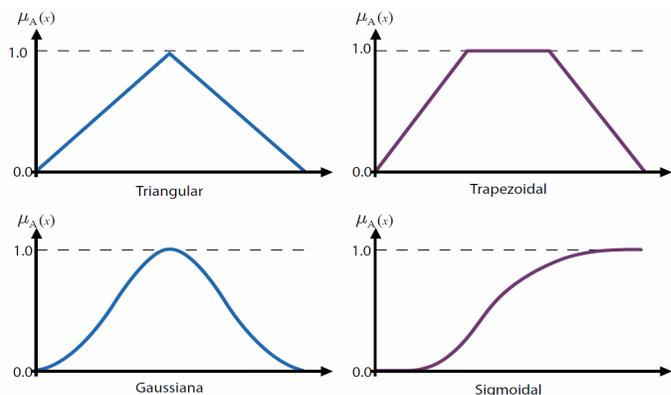


Figura 2. Funciones de membresía comúnmente utilizadas.

Existe cantidad de software especializado donde se podrá encontrar gran variedad de funciones de membresía, pero la selección de una de éstas siempre estará determinada por el problema bajo estudio, el análisis y el punto de vista del diseñador y la capacidad de carga computacional de la que se disponga.

C. Reglas Base

En sistemas difusos, el conocimiento humano es representado mediante un conjunto de reglas del tipo IF-THEN, las cuales son declaraciones condicionadas expresadas como:

IF < *antecedente* > **THEN** < *consecuencia* >

Donde la primera proposición es llamada el antecedente o premisa y la segunda es llamada el consecuente o conclusión. La premisa puede contener una combinación de proposiciones

mediante conectivos lógicos AND-OR, siendo posible también, que una proposición difusa esté basada en la negación.

3.4 Operaciones básicas

Complemento: El complemento del conjunto difuso A es aquel cuyo valor de pertenencia es definido como:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Unión: La unión de dos conjuntos difusos A y B ($A \cup B$) es el conjunto difuso más pequeño que incluye todos los elementos en A, B o ambos. Así la unión es un operador lógico OR. La función de membresía de ($A \cup B$) es:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$$

Intersección: La intersección de A y B ($A \cap B$) es el conjunto difuso más grande dentro de A y B, que indica que la intersección es un operador lógico AND. La función de membresía de ($A \cap B$) es:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X \quad (5)$$

La unión y la intersección como operadores máximo y mínimo, son operaciones específicas dentro de dos planteamientos más generales como lo son la norma-T y la norma-S respectivamente [2].

IV. SISTEMAS DE CONTROL BASADOS EN LÓGICA DIFUSA

La aplicación de la lógica difusa a los sistemas de control se puede expresar como un control a través de palabras que interpretan el sentido común en lugar de números, o bien, sentencias en lugar de ecuaciones. Esto con el fin de aprovechar la experiencia del operador del sistema incorporando esquemas del razonamiento humano hacia una estrategia de control automático.

Este controlador es utilizado en sistemas de control en lazo cerrado, en los cuales la señal de control es una decisión tomada a partir de la información de qué tan diferente es el comportamiento de la planta con respecto al deseado, es decir, con base en el valor de la señal de error. En la Figura 3 se muestra la estructura de control en lazo cerrado con controlador basado en lógica difusa.

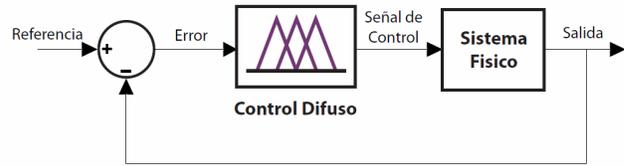


Figura 3. Sistema de control difuso en lazo cerrado.

(3) La lógica difusa logra interpretar las sentencias del lenguaje común fundamentado sobre un soporte matemático que permite extraer conclusiones cuantitativas de un conjunto de observaciones y reglas cualitativas. Sin embargo, las variables de los procesos no se miden ni se aplican a los actuadores en valores cualitativos sino en números. Con el fin de resolver este inconveniente, es necesario utilizar un esquema que clasifique las señales numéricas del mundo real en los conjuntos difusos como una adaptación previa antes de introducir el estado de una variable al controlador y también uno que convierta las variables difusas en valores numéricos para que la señal pueda ser aplicada a la planta. La figura 4 muestra una estructura típica de un controlador basado en lógica difusa.

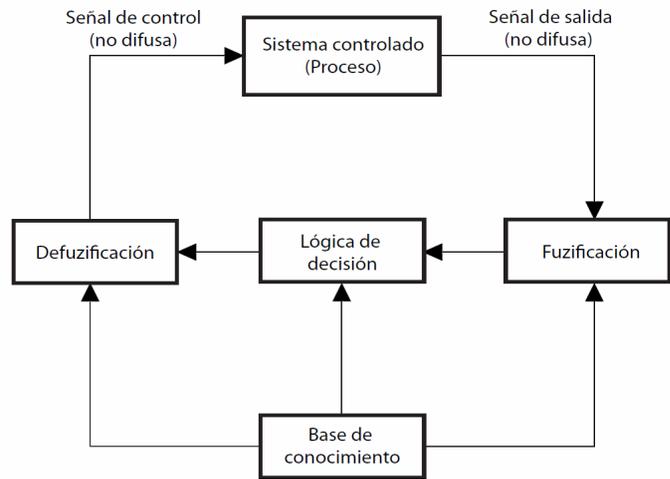


Figura 4. Sistema basado en lógica difusa.

A. Base de conocimiento

Es el corazón del sistema difuso en el sentido de que contiene información necesaria para el funcionamiento de los otros componentes. Está formada por una base de datos y una base de reglas.

La base de datos está relacionada con los soportes sobre los cuales los conjuntos difusos son definidos. Las funciones de membresía son definidas por algunos parámetros que varían según la forma de la función deseada [2]. En el momento de definir las funciones de membresía se debe cubrir todo el rango de valores posibles que puede tomar la variable medida y el de la señal que será aplicada al sistema controlado. La selección de la cantidad de conjuntos difusos para representar una variable

determina la resolución del control obtenible, pues el mismo espacio se puede definir con distinto número de conjuntos. Esta es una de las consideraciones para el diseño en las que más cuidado se debe tener, pues se debe buscar una partición óptima a partir de un procedimiento heurístico de ensayo y error.

La base de reglas caracteriza y resume los objetivos de control de un experto por medio de un conjunto de reglas lingüísticas basadas en el conocimiento, que suele ser expresado en la forma de reglas IF-THEN, las cuales son fácilmente expresadas mediante declaraciones condicionales. Estas reglas pueden ser presentadas como se mostraron anteriormente o también en una base de datos completa y organizada utilizando una Memoria Asociativa Difusa (MAD) [8], la cual resume todas las reglas que registrarán la forma en que el controlador tomará las decisiones acerca de cómo debe ser la señal de control para que el sistema controlado tenga el comportamiento deseado.

B. Interfaz de difusión (Fuzificación)

Realiza un escalado de los valores de las entradas para adecuarlos a los valores típicos para los que se define el controlador y luego hace la difusión (fuzificación) que convierte los valores numéricos de entrada en valores lingüísticos adecuados para su manipulación. En esta etapa, se le otorga a los datos de entrada un grado de membresía a uno o varios de los conjuntos difusos en los que se divide el rango de valores posibles para dicha entrada, para ello busca la correspondencia entre el estado de las variables y las funciones de membresía definidas para tal propósito.

Durante este proceso se podría obtener mayor resolución al representar el dominio con mayor cantidad de conjuntos difusos, lo cual resulta inconveniente puesto que se produce un incremento en la cantidad de reglas causando un aumento de la complejidad de cálculo y por consiguiente mayores gastos computacionales. La cantidad de conjuntos que aquí se definen debe ser impar (usualmente entre 3 y 9), con el fin de que esté disponible un punto central que tiende a inhibir oscilaciones numéricas entre conjuntos adyacentes [8].

C. Lógica de decisión

Infiere las acciones del sistema difuso empleando alguna representación de la implicación difusa. Tiene la capacidad de simular criterios de decisión humanos basados en conceptos difusos e inferir acciones de control empleando implicaciones y las reglas de inferencia en lógica difusa. La lógica de decisión determina que regla (o reglas) se activará ante un determinado valor de entrada partiendo del grado de membresía de dicho valor a cada uno de los diferentes conjuntos difusos del dominio de entrada, decidiendo así la manera en que debe operar el actuador

con el fin de llevar el sistema al punto de operación deseado.

Inicialmente, se debe partir conociendo el valor de membresía de cada una de las variables de entrada involucradas en el proceso a los conjuntos difusos que definen cada dominio de estas, para luego -haciendo uso de la base de reglas- deducir las reglas necesarias para tomar la decisión. Estas reglas deben ser evaluadas con los valores de membresía haciendo uso del operador AND, a partir del cual se define el valor mínimo entre las dos entradas como valor de membresía al conjunto de salida.

Pueden considerarse como criterios de decisión, factores tales como los motores de inferencia, normas T y normas S, técnicas de inferencia, la apreciación intuitiva, la eficiencia computacional y las propiedades especiales que presentan algunos mecanismos de inferencia, tales como inferencia de producto, inferencia mínima, inferencia de Zadeh, entre otros que son muy usados en sistemas difusos y de control que son presentados en [2].

D. Interfaz de concreción (Defuzificación)

Los sistemas que actúan en el mundo real requieren de señales con valores cuantitativos, por lo que es necesario convertir las señales entregadas a las salidas de los sistemas difusos –que son de carácter cualitativo- a números reales. La interfaz de concreción convierte la acción difusa inferida durante el proceso de la lógica de decisión en una acción concreta susceptible de aplicación, realizando a su vez un escalamiento con el fin de adecuarla a los rangos de salida para los que se ha definido el controlador.

Se proponen distintos métodos para la concreción tales como el promedio de centros, centro de sumas, promedio de los máximos, centro máximo, primero o último de los máximos, centro de área, centro del área más grande, altura y máxima altura, que pueden ser estudiados en las referencias [2]-[9]. El criterio más difundido para la selección del método de defuzificación es la simplicidad computacional debido a que no hay bases científicas que fundamenten el uso de una u otra técnica de concreción (no han sido derivados de un principio tal como la maximización de la información difusa).

V. DESARROLLO DEL CONTROLADOR DIFUSO

Con el objetivo de acercar el sistema físico a la región de actuación del controlador difuso, se empleó una estrategia de levantamiento, a través de un modelo de regulación de energía como el presentado en [11]. Este modelo se basa en las propiedades energéticas del sistema y en especial de los péndulos invertidos, ya que por medio de un modelo simplificado de la planta, es posible encontrar la relación entre la variación de la energía de la planta y la señal de control.

Dicho modelo se fundamenta en la teoría de estabilidad de sistemas dinámicos propuesta por *Alexandr Lyapunov*; sin embargo, se sale del alcance de este trabajo presentar el modelo

detallado de regulación por funciones de energía y por lo tanto, se presenta la formulación utilizada como se define en (6).

$$u(t) = k(E - E_0) \text{sign}(\dot{\theta}_1)$$

En donde k es una constante que depende de los parámetros físicos del sistema y representa la velocidad con la que el péndulo puede alcanzar la posición vertical superior, E es la función de energía del sistema y E_0 corresponde al estado energético deseado en la posición de equilibrio. La función $\text{sign}(\dot{\theta}_1)$ representa el signo de la velocidad con la que se mueve el péndulo y permite que la señal de control siempre favorezca la trayectoria del mismo.

A. Consideraciones iniciales para el diseño

A partir del conocimiento sobre las características y el comportamiento dinámico del péndulo invertido con rueda de reacción se tuvo en cuenta las siguientes consideraciones:

- Punto de operación: El péndulo será controlado alrededor de la posición vertical, es decir, mantenerlo en la posición $\theta_1 = 0$ rads con respecto a la referencia, como se muestra en la figura 1.
- Rango de control: El péndulo se mantendrá en un rango de 10 grados alrededor de la posición vertical ($-10^\circ \leq \theta_1 \leq 10^\circ$), ya que en esta región la rueda de inercia tendrá la capacidad de llevarlo de nuevo al punto de operación.
- Sistema Sub-actuado: El péndulo invertido con rueda de reacción es un sistema sub-actuado. Una característica fundamental de su comportamiento es que en este sistema un torque positivo en el motor genera un torque negativo en el péndulo y viceversa, lo cual debe ser tenido en cuenta para decidir qué acción de control se aplicará al sistema.
- Señal de Control: La señal de control debe estar en el rango $[-10, 10]$ UI, para que al ser convertida por la planta no supere una tensión entre $[-24, 24]$ voltios que es el valor máximo que puede ser aplicado al motor DC, el cual es finalmente el encargado de hacer girar la rueda de inercia que entregará el torque para mantener el péndulo en la posición de equilibrio.

La definición de los anteriores parámetros, características y restricciones del sistema o planta a controlar es de gran importancia, puesto que de ellos dependerá en gran medida la calidad del controlador diseñado e ignorar algunos parámetros podrá conllevar a un deficiente funcionamiento del sistema de control.

Para el control del péndulo invertido con rueda de reacción fueron seleccionadas como entradas al controlador dos variables que se consideran de gran importancia en el comportamiento del mismo: el error de la posición angular y la derivada del mismo. (Se define como salida, la señal de control aplicada al motor tal que genere un torque sobre la rueda de inercia.

Error: Es la diferencia entre el ángulo de referencia predeterminado al que debe operar el sistema y el ángulo medido. A partir de esta información el controlador puede saber que tan cercano o distante se encuentra del punto de operación. Este parámetro se mantendrá dentro del rango de $[-0.1745, 0.1745]$ rad.

Derivada del error: Representa la tasa de cambio del error y a partir de la cual el controlador conocerá si el error está aumentando o disminuyendo, es decir, si el péndulo se está acercando o alejando del punto de operación. A partir de un análisis del comportamiento del péndulo, se define que este parámetro fluctuará aproximadamente entre $[-1, 1]$ rad/seg.

Señal de control: A partir de las dos entradas, el controlador toma la decisión de cuál es la señal de control necesaria para generar un torque suficiente en la rueda de inercia tal que lleve el sistema a la posición deseada que es el punto de operación. Por limitaciones físicas del sistema la señal de control deberá encontrarse en un rango entre $[-10, 10]$ UI.

El universo de discurso de cada una de las variables difusas es representado por siete (7) conjuntos difusos con el fin de obtener una buena resolución que logre una fina representación de dichas variables. Estos conjuntos difusos son representados con funciones de membresía triangulares con un 50% de traslape entre ellas con el fin de lograr simplicidad en el diseño del controlador y utilizar la menor carga computacional posible.

Los conjuntos difusos son divididos en tres grupos Positivo, Negativo y Cero, siendo estos dos primeros subdivididos en Grande, Mediano y Pequeño. De esta manera queda definido para cada variable de entrada los conjuntos Positivo Grande (PB), Positivo Medio (PM), Positivo Pequeño (PS), Cero (ZE), Negativo Pequeño (NS), Negativo Mediano (NM) y Negativo Grande (NB). Así, las variables son representadas con conjuntos difusos como se muestra en las figuras 5, 6 y 7.

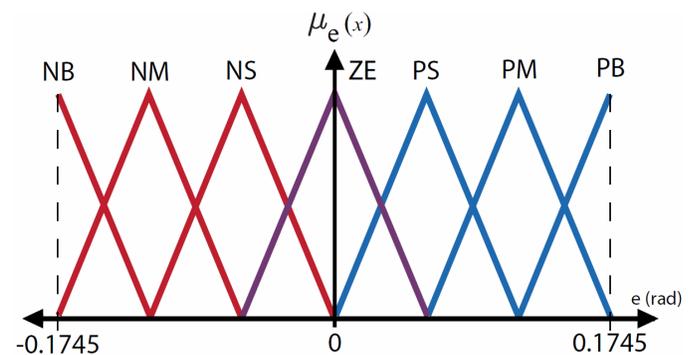


Figura 5. Representación de variable Error con conjuntos difusos.

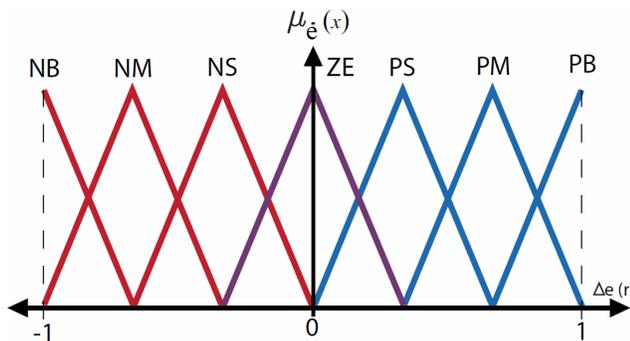


Figura 6. Representación de variable Derivada del Error con conjuntos difusos.

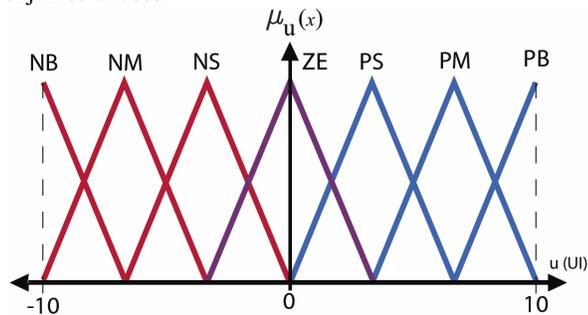


Figura 7. Representación de Señal de Control con conjuntos difusos.

Las reglas de control de la posición angular del péndulo constan de dos antecedentes que serán el error angular y su derivada; y un consecuente que corresponde a la señal de control. Así entonces, la base de reglas que consta de cuarenta y nueve reglas difusas resultantes de la combinación de los dos grupos de siete conjuntos difusos que definen cada una de las entradas del controlador y son obtenidas de manera subjetiva por el operador que tiene conocimiento sobre el comportamiento que debe tener la planta. Dicha lista es resumida en la tabla llamada Memoria Asociativa Difusa (MAD) como se muestra en la figura 8.

$e \backslash \dot{e}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	ZE
NM	PB	PB	PB	PB	PM	ZE	NM
NS	PB	PB	PB	PM	ZE	NM	NB
ZE	PB	PB	PM	ZE	NM	NB	NB
PS	PB	PM	ZE	NM	NB	NB	NB
PM	PM	ZE	NM	NB	NB	NB	NB
PB	ZE	NM	NB	NB	NB	NB	NB

Figura 8. Memoria asociativa difusa.

Cuando todas las reglas han sido procesadas, las salidas difusas deben combinarse en una salida única mediante el proceso de concreción o defuzificación. El método utilizado en este caso es el del centroide o centro de gravedad, el cual toma el promedio ponderado de todas las salidas difusas para determinar la señal de control que el controlador enviará a la planta como se presentó anteriormente. Este método es el más utilizado y eficiente de los métodos de defuzificación, ya que proporciona variaciones suaves y continuas de la señal de control [2]. La abscisa de la ubicación del centro de gravedad se obtiene mediante la ecuación (7).

$$CG = \frac{\sum_j v_j \times \mu_v(v_j)}{\sum_j \mu_v(v_j)} \tag{7}$$

Donde v_j corresponde al valor del centro de cada conjunto difuso de salida y $\mu_v(v_j)$ a su valor de membresía a dicho conjunto.

VI. RESULTADOS

Esta sección presenta pruebas de simulación realizadas al sistema de control con el fin de observar el comportamiento del péndulo invertido con rueda de reacción ante distintos tipos de perturbaciones cuando se encuentra en el punto superior de equilibrio para mostrar el comportamiento de la planta cuando se encuentra bajo la supervisión del controlador basado en lógica difusa. Se utilizó MATLAB 2009b en un computador Intel Core 2 Duo E7400, 2GB RAM.

A. Comportamiento del sistema sin perturbaciones

El comportamiento normal del sistema sin perturbaciones se muestra en las figuras 9, 10 y 11.

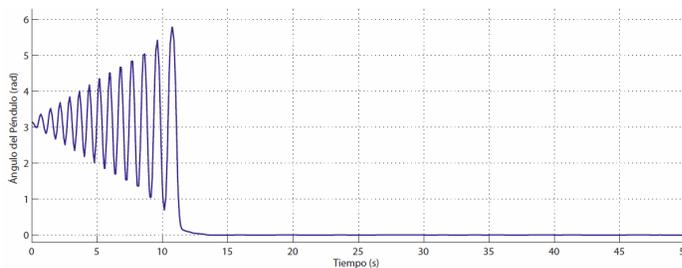


Figura 9. Comportamiento de ángulo θ_1 del péndulo ante el sistema de control.

Nótese de la figura 9 que el controlador basado en regulación de energía, hace un balance al péndulo con el fin de acercarlo a la posición de equilibrio aplicando una señal de control en regiones por fuera del rango $[-0.8726, 0.8726]$ rad. Esto tarda

aproximadamente 11s, pues este controlador fue diseñado con el fin de que no aplicara fuertes señales de control ya que a pesar de que lograría un balanceo más rápido, conllevaría a que el péndulo pasara por el punto superior de equilibrio con demasiada fuerza haciendo que el controlador local difuso no fuera capaz de mantenerlo dentro del rango.

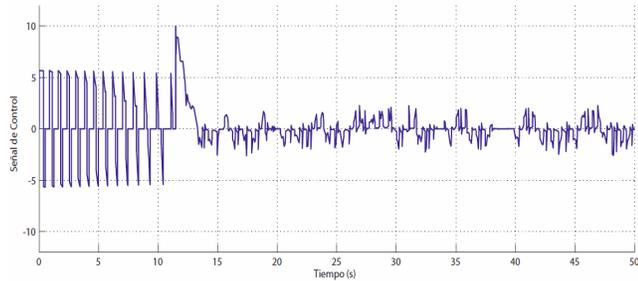


Figura 10. Señal aplicada al motor para controlar el péndulo.

En la figura 10 se observa que la señal aplicada se mantiene dentro del rango y que su máximo valor se presenta en el instante en que el controlador difuso toma dominio sobre el accionar del péndulo, pues este se encuentra muy alejado de la posición de equilibrio.

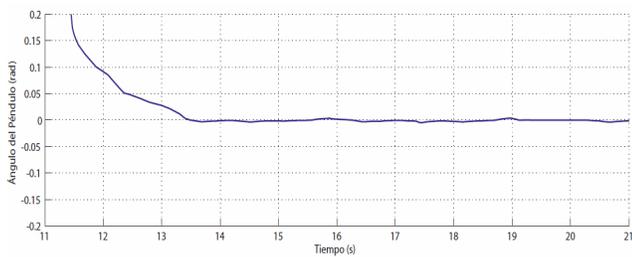


Figura 11. Comportamiento del péndulo alrededor del punto de equilibrio.

Cuando el péndulo entra en el rango $[-0.1745, 0.1745]$ rad, empieza a actuar el controlador basado en lógica difusa el cual termina de llevarlo suavemente al punto de equilibrio como se muestra en la figura 11, donde se ve que el controlador difuso diseñado a partir del análisis cualitativo del comportamiento deseado del sistema, logra mantenerlo en esta posición.

B. Comportamiento del sistema bajo perturbaciones

Frecuentemente los sistemas de control son evaluados a partir de la respuesta que presenten ante ciertas perturbaciones que puedan resultar durante su operación. Por consiguiente, se aplicarán algunas perturbaciones para observar el comportamiento del péndulo invertido con rueda de reacción ante ellas.

1. Perturbaciones en la señal de control

A los sistemas dinámicos se les altera su estado energético cuando resultan perturbaciones introducidas por la señal de

control. Una alteración instantánea es representada por la función Delta de Dirac [12], que es una función de duración cero y de gran amplitud. Para realizar las pruebas con el fin de observar la respuesta del controlador a dichas perturbaciones, se introdujeron dos pulsos con duración de 100ms, periodos de diez segundos, amplitudes de diez UI con distintas polaridades en los instantes 17s y 21s donde ya está actuando el controlador local.

Las perturbaciones se realizaron con pulsos positivos y negativos de igual magnitud, obteniéndose el comportamiento mostrado en las figuras 12, 13 y 14.

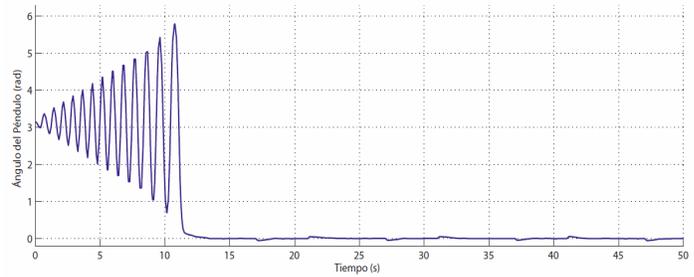


Figura 12. Comportamiento del péndulo ante perturbaciones en la señal de control.

En la figura 12 se observa que a pesar de la perturbación de un pulso con una amplitud igual a la máxima del control (ver figura 13), el sistema se mantiene cerca a la posición de equilibrio.

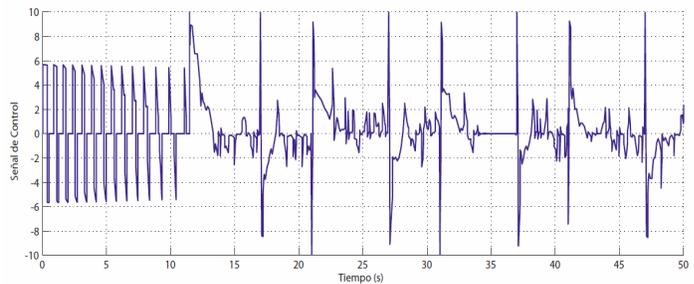


Figura 13. Señal de control perturbada aplicada al sistema.

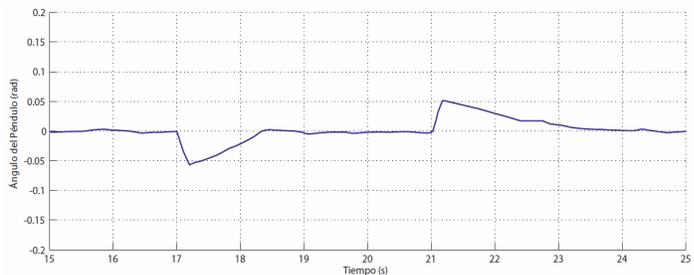


Figura 14. Comportamiento del péndulo en la región de equilibrio.

Los pulsos aplicados afectan la posición del péndulo, desplazándolo hasta aproximadamente un ángulo de 0.055 rad (es decir 3.15°) como se puede observar en la figura 14 pero esto es corregido por el controlador difuso que tarda aproximadamente 1.3s en devolverlo a su posición de equilibrio.

2. Perturbaciones en sensores

Algunas ocasiones cuando el sistema está operando, los sensores que se utilizan para medir las variables que actúan en él, entregan medidas erróneas debido a fallos ocurridos por distintos motivos como lo son la sintonización, el ajuste, entre otros. El péndulo invertido con rueda de reacción cuenta con dos sensores los cuales miden el ángulo del péndulo y el ángulo de la rueda siendo este último de poca importancia pues no se le está realizando control directamente a la rueda así que ésta puede girar libremente mientras no afecte la posición del péndulo.

Con el fin de evaluar que tan sensible es el controlador ante este tipo de errores por la medición, a la señal que contiene el valor medido del ángulo θ_1 (posición angular del péndulo) se le sumó una señal sinusoidal de pequeña amplitud y poca frecuencia, consiguiendo así, que el sistema de control reciba una medida errada de la posición del péndulo.

La señal sinusoidal de perturbación en el sensor que mide θ_1 tiene una amplitud de 0.01745 rad (1°) y una frecuencia de 4 rad/s, obteniendo de esta manera, un comportamiento del controlador como se muestra en la figura 15.

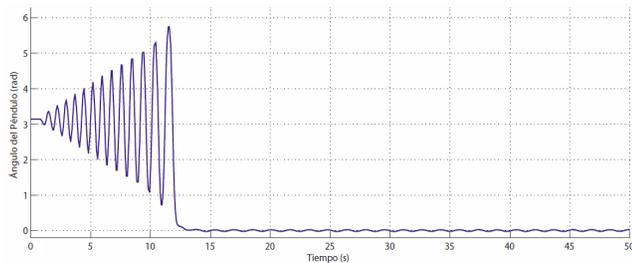


Figura 15. Comportamiento del ángulo θ_1 del péndulo ante perturbación en sensores.

Así, el controlador siempre verá un ángulo distinto al real, aplicando una señal de control como se muestra en la figura 16.

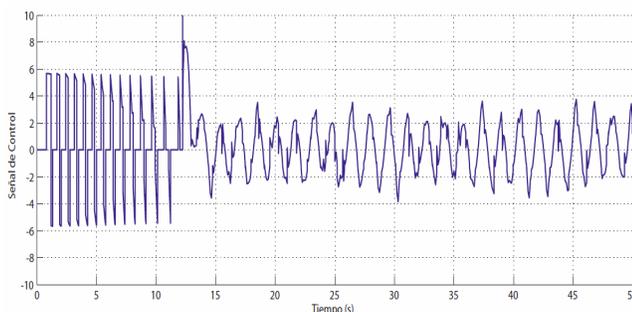


Figura 16. Señal de control enviada al sistema debido a medida errónea en sensores.

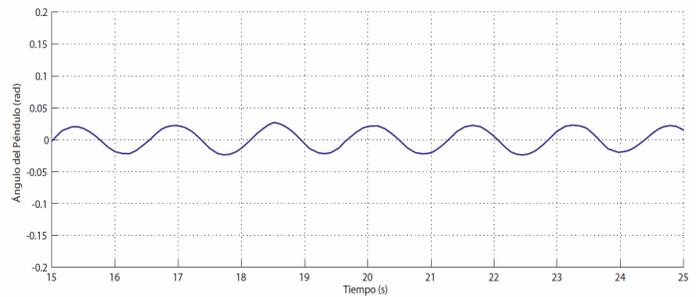


Figura 17. Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbación en encoder.

Debido a que el controlador siempre enviará una señal de control por no recibir el valor real de la posición donde se encuentra el péndulo, éste siempre estará oscilando alrededor del punto de equilibrio como se muestra en la figura 17.

3. Perturbación en sensores y en señal de control

Muchas veces los sistemas de control no son perturbados por una única señal, presentándose un mal escenario ante el cual el controlador debe tener una buena respuesta haciendo que la planta se mantenga dentro del rango de operación.

El sistema es perturbado por la combinación de las dos perturbaciones planteadas de igual manera que las ya presentadas, es decir, se agregaron perturbaciones con amplitudes de 10 (UI), periodos de 10s y con duración de 10ms en los instantes 20s y 25s, a la vez que el sistema tiene un error en la medida debido a fallos en el encoder que es representada por una señal de forma sinusoidal, amplitud de 0.01745 rad (1°) y una frecuencia de 4 rad/s, obteniéndose un comportamiento como se muestra en la figura 18, donde se observa que el controlador logra que el sistema permanezca dentro del rango de operación.

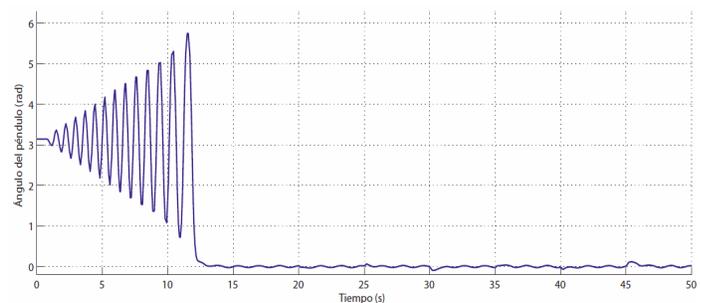


Figura 18. Comportamiento del péndulo con perturbación en encoder y señal de control.

Debido a las perturbaciones, con el fin de mantener el sistema en la posición de equilibrio se hace necesario que el controlador envíe fuertes señales de control la mayor parte del tiempo como se muestra en figura 19, debido a que el sistema de control siempre verá el péndulo en una posición distinta a la verdadera.

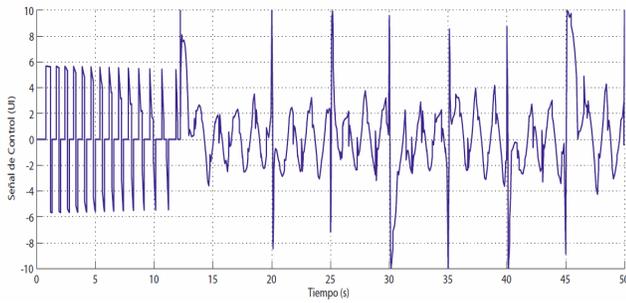


Figura 19. Señal de control con perturbaciones en encoder y señal de control.

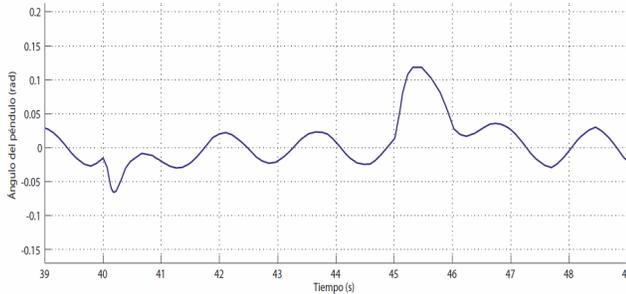


Figura 20. Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbaciones en encoder y señal de control.

Con las perturbaciones simultáneas, el sistema tiende a alejarse una distancia considerable de la posición de equilibrio (θ_1) llegando hasta valores como 0.12 rad (aproximadamente 7°). A pesar de estas perturbaciones el sistema de control tiene la capacidad de mantener el péndulo dentro del rango como se muestra en la figura 20.

VII. CONCLUSIONES

Se presentó una metodología para el desarrollo de un controlador local basado en lógica difusa para el péndulo invertido con rueda de reacción, buscando que fuera de poco costo computacional y que soportara diferentes tipos de perturbación.

Como se logra ver en la descripción del desarrollo del controlador, su diseño no depende de la obtención de un modelo matemático del sistema que se va a controlar, lo cual se presenta como una gran ventaja debido a la alta complejidad en el proceso de modelado. Sin embargo, un desempeño exitoso del controlador es altamente dependiente del conocimiento del experto que describe la dinámica del sistema mediante sentencias lingüísticas.

La selección del conjunto de reglas difusas que definen la lógica de decisión del controlador, requiere de especial atención pues puede conducir a señales de control que no sean adecuadas alejando al sistema de su punto de operación. Similar a esto, se debe tener cuidado con la

selección del número de conjuntos difusos para la representación de una variable, pues una pequeña cantidad de estos puede llevar a una representación poco precisa de la variable, y una gran cantidad de conjuntos conduce a una alta carga computacional debido al tamaño de conjunto de reglas que es generado.

La técnica de control basada en lógica difusa presentó un buen desempeño, manteniendo el sistema dentro del área de operación a pesar de la existencia de múltiples tipos de perturbaciones.

REFERENCIAS

- [1] E. Giraldo, and D. Giraldo, *Teoría de control análogo*, Ediciones Universidad Tecnológica de Pereira, 2009.
- [2] A. Alzate, *Control Difuso*, Ediciones Universidad Tecnológica de Pereira, 2001.
- [3] M. Spong, K. J. Aström, and D. Block, *The Reaction Wheel Pendulum*, Morgan & Claypool Publishers, 2007.
- [4] V. D. Correa and D. Giraldo, "Control local de un sistema no lineal: Péndulo invertido con rueda de reacción." *Revista Scientia et Technica*, No. 34, pp. 55-60, Mayo, 2007.
- [5] L. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and control*, No. 8, pp. 338-353, 1965.
- [6] L. Zadeh, "Is there a need for fuzzy logic,," *IEEE Fuzzy Information Processing Society, Annual Meeting of the North American*, pp. 1-3, 2008.
- [7] S. Kouro, and R. Musalem, "Control mediante lógica difusa," *Técnicas modernas automáticas*, pp. 1-7, 2002.
- [8] D. Giraldo, and I. Tabares, "Control de velocidad de un motor dc utilizando lógica difusa," *Revista Scientia Et Technica*, No. 9, pp. 111-119, 1999.
- [9] H. Acosta, "Diseño de controladores dedicados a la lógica difusa," Ph.D. dissertation, Universidad Autónoma de Madrid, España, 2006.
- [10] K. J. Aström, K. Furuta, "Swinging Up a Pendulum by Energy Control," in *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, California, 1996.
- [11] O. D. Montoya, J. G. Valenzuela, and D. Giraldo "Control global del Péndulo Rotacional Invertido empleando modelos de energía" *Revista Scientia et Technica*, No. 52, Enero, 2013.
- [12] B. P. Lathi, *Introducción a la teoría y sistemas de Comunicación*, E. Limusa, Ed. Grupo Noriega Editores. (1999).